

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ԻՆՏԻՏՈՒՏ  
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ԳՐԱԿԱՆ ԶԱՂԱՐԴՈՒՄ ՆԱՍԿՈՒՄ ՍՈՑԻԱԼԻՍՏԻԿԱՆ ԳՐԱԿԱՆ ԶԱՂԱՐԴՈՒՄ

ЕФИ—101(74)

52176 06451

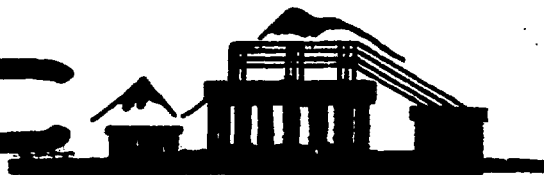
*Л А Григорян, В А Шахбазян*

**СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ В ТЕОРИИ  
КОМПЛЕКСНЫХ МОМЕНТОВ В ПРИМЕНЕНИИ К  
ПРОЦЕССУ ФОТОРОЖДЕНИЯ  $\pi^0$ -МЕЗОНА НА  
ЯДРЕ  ${}^4\text{He}$**

ԱՐՄՍ

ԵՐԵՎԱՆ

1974



ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Научное сообщение ЕФИ-101(74)

Л.А.ГРИГОРЯН, В.А.ШАХБАЗЯН

СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ В ТЕОРИИ КОМПЛЕКСНЫХ МОМЕНТОВ В ПРИМЕНЕНИИ К ПРОЦЕССУ ФОТОРОЖДЕНИЯ  $\pi^0$ -МЕЗОНА НА ЯДРЕ  ${}^4\text{He}$ .

Ереван 1974

© Ереванский физический институт, 1975

## 1. Введение

Теория комплексных моментов является в настоящее время одним из основных методов изучения высокоэнергетического поведения амплитуд рассеяния элементарных частиц. На сегодняшний день получили большое распространение различные подходы в этой теории, в частности, широко известные модели "сильных разрезов" [1], "слабых разрезов" [2], а также большое число феноменологических моделей. Поляризационные эксперименты дают предпочтение моделям первого типа (см., например, [3]), однако было бы весьма желательно иметь другой, более простой способ для отбора моделей. Свойства тех или иных моделей в конечном счете определяют значения параметров, входящих в теоретическое описание процессов. Большим препятствием для однозначного нахождения параметров из эксперимента является необходимость учитывать большое число различных реджонных обменов, допускаемых законами сохранения. Для полного анализа ситуации в этом случае приходится проводить одновременную подгонку экспериментальных данных большого числа различных процессов. Если учесть, что при этом приходится делать много дополнительных предположений, то возникает сомнение в достижимости однозначной интерпретации экспериментальных данных на этом пути. Представляется разумным использовать более традиционный в

физике частиц путь, именно – рассмотрение такой ситуации, когда минимальным является как число рассматриваемых процессов, так и количество определяемых из эксперимента параметров. Основным фактором, дающим возможность достичь этого, является выбор таких процессов, в которых законами сохранения допускается минимальное число реджиионных обменов. Примером такого процесса является когерентное фоторождение  $\pi^0$ -мезона на ядре  ${}^4\text{He}$ . Действительно, в этом случае квантовые числа  $t$ -канала совпадают с квантовыми числами  $\omega$ -мезона [4]. Соответственно, при рассмотрении возможных обменов реджионами с хорошей точностью можно ограничиться обменом  $\omega$ -полюсом и померанчуконом. При этом основной вклад в амплитуду процесса будут давать  $\omega$ -полюс и  $\omega^P$ -разрез. Следует иметь в виду, что для когерентного фоторождения, когда состояние ядра  ${}^4\text{He}$  остается неизменным, необходимо ограничиться областью очень малых переданных импульсов.

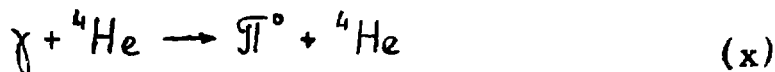
Итак, основным вопросом, на который следует получить ответ, является возможность выделения в той или иной форме рода реджиионных ветвлений, их относительный вклад (по сравнению со вкладом полюса) в амплитуду процесса. Как показано в настоящей статье, дифференциальные сечения фоторождения  $\pi^0$ -мезона на ядре  ${}^4\text{He}$  при учете вклада двух реджиионных обменов существенно образом отличаются от чисто полюсного описания этой кривой, причем экспериментально наблюдаемое различие сохраняется даже для явно заниженного полюсного вклада, данного в работе [5].

Статья построена следующим образом. Во втором разделе получены выражения для дифференциального сечения процесса  $\chi + {}^4\text{He} \rightarrow \pi^0 + {}^4\text{He}$  в импульсном приближении в реджиионных моделях приведенных в [3,5,6]. В разделе 3 проведен анализ перерассеяния на двух нуклонах ядра методом, развитым в [7], применительно к ядру  ${}^4\text{He}$ . При этом учтен спай нуклонов в рамках ре-

лорентсовски инвариантной записи фейнмановских диаграмм. Приводятся и обсуждаются кривые дифференциальных сечений с учетом вкладов полюсов, ветвлений и перерасеяний в рамках моделей, развитых в [3,5,6]. В разделе 4 проведено обсуждение окончательных кривых дифференциальных сечений, полученных в работе.

## 2. Дифференциальное сечение фоторождения $\pi^0$ -мезона на ядре ${}^4\text{He}$ в импульсном приближении.

Выражение для дифференциального сечения процесса



было рассмотрено Царевым и др. как в области низких энергий  ${}^4a$ , так и для высоких энергий [4б, 4в]. Общее выражение дифференциального сечения процесса (x) в импульсном приближении имеет вид [4б]:

$$\frac{d\sigma}{d\tau} = \frac{\pi}{2} (\tau - \tau_0) A^2 \phi^2 \left| R_{\text{я}} \pm \frac{\sqrt{\epsilon_0/2}}{\tau} \right|^2, \quad (1)$$

где  $A$  - атомное число,  $\phi$  - формфактор ядра,  $R_{\text{я}}$  - ядерная часть амплитуды процесса (\*),  $\pm \frac{\sqrt{\epsilon_0/2}}{\tau}$  - кулоновская часть амплитуды.

Ядерная часть амплитуды рассеяния вычисляется с помощью диаграммы Фейнмана, изображенной на фиг. 1а [4а]. Начальное и конечное состояние ядра гелия описываются волновой функцией частицы с квантовыми числами  $J^P = 0^+$ ,  $I^G = 0^+$ . Импульсное приближение с хорошей точностью получается при взятии амплитуды фоторождения  $\pi^0$ -мезона на нуклоне на массовой поверх -

ности. При этом спин нуклонов и спиновая структура амплитуды фоторождения на нуклоне учитываются с помощью стандартной техники учета спина в теории поля. Как известно, амплитуда фоторождения  $\pi^0$ -мезона на нуклоне имеет четыре независимые инвариантные амплитуды при разных спиновых структурах. Амплитуда фоторождения  $\pi^0$ -мезона на ядре гелия как на целом имеет единственную инвариантную амплитуду, являющуюся множителем перед спиновой структурой вида

$$\mathcal{X}_{\mu\nu\lambda\epsilon} \epsilon_\mu q_\nu p_{1\lambda} p_{2\epsilon}$$

- в релятивистски инвариантной форме ( $\mathcal{X}_{\mu\nu\lambda\epsilon}$  - совершенно антисимметричный тензор 4 ранга,  $\epsilon_\mu$  - вектор поляризации  $\gamma$ -кванта), или, в системе центра масс -  $M(\vec{E}[\vec{p}\vec{q}])$ , ( $M$  - масса ядра). В результате выкладок, проведенных в [4а], ядерная часть амплитуды фоторождения на ядре гелия выражается через инвариантные амплитуды фоторождения  $\pi^0$ -мезона на нуклоне следующим образом [4а, 10] :

$$R_{\text{я}}^{(1)} = \sum_{i=1}^4 B_i F_i, \quad (2)$$

где  $F_i$  - амплитуды фоторождения  $\pi^0$ -мезона на нуклоне в системе центра инерции,  $B_i$  - числовые функции, зависящие от энергии  $\gamma$ -кванта и передаваемого импульса. В дальнейшем, в работах [4б, в] в сумме в правой части (2) был оставлен только член  $B_2 F_2$  на том основании, что коэффициент  $B_2$  значительно больше остальных. Точный расчет, однако, показывает, что при энергиях  $\gamma$ -кванта в 2,3 и 5 Гэв коэффициент  $B_2$  превосходит остальные коэффициенты примерно в три раза (см. таблицу).

Таблица

$B_i$ / $E_{\gamma}$	2 Гэв	3 Гэв	5 Гэв
$B_1$	0.785	0.839	0.900
$B_2$	3.186	2.555	2.065
$B_3 = B_4$	-0.937	-0.980	-1.010

Как видно из таблицы, с ростом энергии значения коэффициентов  $B_i$  по абсолютной величине сближаются. Как показал расчет, в пределе высоких энергий все коэффициенты  $B_i$  стремятся по абсолютному значению к одному пределу. Если к тому же учесть, что в рассмотренных ниже моделях фоторождения  $\Pi^0$ -мезона на нуклоне, как правило, амплитуда  $\mathcal{F}_2$  оказывается меньше амплитуд  $\mathcal{F}_1$ ,  $\mathcal{F}_3$  и  $\mathcal{F}_4$ , то пренебрежение последними может привести к заметной ошибке уже в области Гэв-ных энергий. Поэтому ниже производится учет вклада всех амплитуд  $\mathcal{F}_i$ . Вычисление ядерной амплитуды  $R_{\gamma}^{(1)}$  проводится с использованием различных моделей в теории комплексных моментов. Для сравнения получающихся результатов взяты четыре разные модели: наиболее ранняя полюсная модель [5], модель сильных разрезов [1,3], модель слабых разрезов [2,3] и одна из моделей с феноменологическим учетом разрезов [6]. Далее, в каждой из этих моделей учтены два знака кулоновской амплитуды по сравнению с ядерной, так как рассмотрение ведется в области малых передаваемых импульсов и различие в знаке может привести к наблюдаемому эффекту в интерференционной области [4]. Таким образом, проводимое рассмотрение дает возможность установить:

а) различие между описаниями сечения процесса (х) в разных моделях в теории комплексных моментов. Это представляет особый интерес благодаря квантовым числам ядра  ${}^4\text{He}$ , так как из-за минимального числа обменов в  $t$ -канале ( $\omega$ -полюс и  $\omega^P$ -разрез) возникает возможность значительно более однозначного выбора правильной модели, нежели в случае фоторождения на нуклоне;

б) получить правильное поведение теоретических кривых дифференциального сечения благодаря корректному учету спина нуклонов ядра и спиновой структуры амплитуды фоторождения  $\pi^0$ -мезона на нуклоне;

в) определить относительный знак кулоновской и ядерной амплитуд.

Как будет показано в следующем разделе, учет перераспределения  $\pi^0$ -мезона на других нуклонах ядра дает возможность дополнительного выбора среди моделей.

Рассмотрим основные пункты, которые использовались в перечисленных выше моделях. При этом для всех них формфактор ядра брался в гауссовском виде с радиусом ядра  $R = 1,31 \text{ ф}$  [9].

## 2.1 Полюсная модель [5]

В этой наиболее ранней реджионной модели для процесса



дифференциальное сечение выражается через  $t$ -канальные спиральные амплитуды. Возможные  $t$ -канальные обмены процесса (хх) — это обмены  $\omega$ -,  $\psi$ -,  $\rho$ - и  $\rho$ -мезонами. Обмены  $\rho$ - и  $\rho$ -мезонами запрещены для процесса (х). Обмен  $\psi$ -мезоном пренебрежимо мал по сравнению с  $\omega$ -мезоном.

Таким образом, в полюсном приближении в фоторождение  $\pi^0$  на ядре гелия вклад дает только обмен

$\omega$  - мезоном [4]. Выражение для  $R_{\text{я}}^{(1)}$  для данной модели получается путем перехода от амплитуд в системе ц.и.к релятивистски инвариантным амплитудам [8] и имеет вид

$$R_{\text{я}}^{(1)} = \frac{1}{8\pi} \sum_{i=1}^4 \Lambda_i A_i, \quad (3)$$

где  $A_i$  - инвариантные амплитуды процесса (xx), определенные в [8],  $\Lambda_i$  - числовые функции, выражающиеся через  $\mathcal{Z}_i$  в формуле (2). Вычисления показывают, что  $\omega$  - полюс дает вклад только в амплитуды  $A_1$  и  $A_4$ . После несложных преобразований получаем:

$$R_{\text{я}} = \frac{1}{8\pi} \left( -\Lambda_1 \tau a_1^\omega \mathcal{Z}_{\alpha\omega} + \Lambda_4 a_4^\omega \mathcal{Z}_{\alpha\omega} \right), \quad (4)$$

где

$$a_1^\omega = -22,8 (\mu\text{в})^{1/2} (\text{Gev}/c)^{-3},$$

$$a_4^\omega = 4,56 (\mu\text{в})^{1/2} (\text{Gev}/c)^{-2},$$

$\tau = -t$  - квадрат 4-мерного переданного импульса

$$\mathcal{Z}_{\alpha\omega} = \alpha_\omega (\alpha_\omega + 1) (\alpha_\omega + 2) \left[ \frac{1 - \exp(-i\pi\alpha_\omega)}{\sin \pi\alpha_\omega} \right] \left( \frac{S}{S_0} \right)^{\alpha_\omega - 1}$$

- сигнатурный множитель, соответствующий обмену  $\rho$  - мезоном,

$$\alpha_\omega(\tau) = \alpha_\omega^0 - \alpha_\omega' \tau, \quad \alpha_\omega^0 = 0,56, \quad \alpha_\omega' = 1 \text{Gev}^{-2}, \quad S_0 = 1(\text{Gev})^2$$

Кривые дифференциального сечения приведены на фиг.2

для энергии  $\gamma$ -кванта  $E_\gamma = 2,3$  и  $5$  Гэв в лабораторной системе — мелкий пик. Как видно из графика эти кривые сильно отличаются от кривых в [4в] как по величине сечения, так и по их зависимости от переданного импульса.

## 2.2. Модель "Сильных разрезов" [1,3]

Подробный анализ результатов разных моделей в теории комплексных моментов для процесса (хх) привел авторов работы [3] к выводу о предпочтительности модели "сильных разрезов". Поэтому представляет значительный интерес использование результатов, полученных в этой модели, для описания процесса (х), учитывая при этом только вклады  $\omega$ -полюса и  $\omega^P$ -разреза. Выражение для  $R_\gamma^{(1)}$  получается из формулы (2), причем амплитуды в системе центра масс выражаются через  $S$ -канальные спиральные амплитуды процесса (хх) следующим образом:

$$\overline{J}_1 = \frac{\cos \frac{\theta_s}{2}}{\sin \theta_s} {}^s T_{--} + \frac{\sin \frac{\theta_s}{2}}{2 \sin \theta_s} \left[ 2 {}^s T_{+-}^\omega + \lambda_f ({}^s T_{+-}^{\omega P} - {}^s T_{-+}^{\omega P}) \right]$$

$$\overline{J}_2 = \frac{\cos \frac{\theta_s}{2}}{\sin \theta_s} {}^s T_{--} - \frac{\sin \frac{\theta_s}{2}}{2 \sin \theta_s} \left[ 2 {}^s T_{+-}^\omega + \lambda_f ({}^s T_{+-}^{\omega P} - {}^s T_{-+}^{\omega P}) \right]$$

$$\overline{J}_3 = \frac{\cos \frac{\theta_s}{2}}{\sin^2 \theta_s} \left( {}^s T_{+-}^\omega + \lambda_f {}^s T_{+-}^{\omega P} \right) -$$

$$- \frac{\sin \frac{\theta_s}{2}}{\sin^2 \theta} \left( {}^s T_{--}^{\omega} + \lambda_{nf} {}^s T_{--}^{\omega P} \right)$$

$$\mathcal{I}_+ = - \frac{\sin \frac{\theta_s}{2}}{\sin^2 \theta_s} \left( {}^s T_{-}^{\omega} + \lambda_{nf} {}^s T_{-}^{\omega P} \right) -$$

(5)

$$- \frac{\cos \frac{\theta_s}{2}}{\sin^2 \theta_s} \left( {}^s T_{+-}^{\omega} + \lambda_f {}^s T_{+-}^{\omega P} \right).$$

Здесь [3]  ${}^s T_{++}$ ,  ${}^s T_{--}$ ,  ${}^s T_{+-}$ ,  ${}^s T_{-+}$  — S-канальные спиральные амплитуды без переворота и с переворотом спина,  ${}^s T_{-}^{\omega}$  и  ${}^s T_{-}^{\omega P}$  — вклады  $\omega$ -полюса и  $\omega P$ -разреза в указанные амплитуды,  $\lambda_{nf}$  и  $\lambda_f$  — нефлиповые и флиповые дифракционные коэффициенты,  $\theta_s$  — угол рассеяния в с.ц.м. для процесса (хх). Значения использованных в данной модели параметров взяты из [3].

Дифференциальные сечения для (х), полученные в этой модели, приведены на фиг.3. Кривые, отложенные мелким пунктиром, демонстрируют учет только полюсного вклада. Кривые, отложенные крупным пунктиром, отражают деструктивную интерференцию полюсного члена и вклада ветвления, усиленного довольно существенными

дифракционными параметрами  $\lambda_{n,z} = 2,68$  и  $\lambda_z = 1,52$ . Видно, что роль ветвления очень велика, её вклад сравним с полюсным. Вместе с тем сравнение кривых (крупный пунктир) на фиг.3 с кривыми, полученными в чисто полюсной модели (фиг.2), показывает, что последние мало отличаются от кривых в модели - сильных разрезов с учетом вклада полюса и ветвления. Вклад же полюсного члена в модели сильных разрезов определяет значительно большую величину и более резкую зависимость дифференциального сечения по сравнению с полюсной кривой на фиг.2. Эти свойства, по-видимому, можно интерпретировать таким образом: вклад полюса довольно сильно "заэкранирован" ветвлением, поэтому чисто полюсной фит в [5] дает заниженное значение параметров  $\omega$  -полюса.

### 2.3 Модель "Слабых разрезов"

Интересно также проследить ход дифференциальных сечений в модели "слабых разрезов" [2,3], в которой основная зависимость сечения от передаваемого импульса определяется существованием нулей неправильной сигнатуры. Поскольку мы рассматриваем область малых передаваемых импульсов, то первый такой нуль начинает сказываться только при  $E_\gamma = 5$  Гэв при  $\tau \sim 0,5$  (Гэв/с)<sup>2</sup>. Вдали от этих значений, как видно на фиг.4 дифференциальное сечение, полученное с учетом  $\omega$  -полюса и  $\omega P$  -ветвления практически совпадает с сечением, полученным в модели "сильных разрезов". Это имеет место, несмотря на то, что полюсной вклад в модели "слабых разрезов" значительно меньше полюсного вклада в модели "сильных разрезов", и объясняется тем, что в модели "слабых разрезов" ветвления не усилены дифракционными параметрами и, соответственно, слабее "экранируют" вклад полюсного члена. В итоге кривые, полученные в импульсном приближении в моделях сильных и слабых разрезов практически совпадают между

собой и качественно согласуются с кривыми, полученными с помощью чисто полюсного фита [5] (см. также 10). Если совпадение кривых импульсного приближения в моделях сильных и слабых разрезов вдали от нулей неправильной сигнатуры является в известной мере положительным фактором, свидетельствующим об определенной внутренней согласованности теории комплексных моментов, то общее их согласие с результатами чисто полюсного фита [5] является до известной степени разочарывающим обстоятельством, говорящим о том, что прямое отделение полюсного вклада от вклада ветвления является затруднительным и для этого приходится прибегать к дополнительным сравнениям (использование поляризационных экспериментов).

Как будет показано в разделе III, учет перерасеяния на разных нуклонах дает возможность выхода из этой трудности.

#### 2.4 Модель феноменологического учета разрезов [6]

Для иллюстрации роли феноменологического учета разрезов в теории комплексных моментов была выбрана модель, предложенная в [6]. Как было показано в [10], в импульсном приближении вклад ядерной части амплитуды в исследуемое дифференциальное сечение значительно меньше, чем в моделях [1,3], [2,3] и [5] и кривые дифференциального сечения имеют совершенно другой вид. Причина этого состоит в том, что феноменологический учет разрезов в способе всеобщей подгонки экспериментальных данных, давая удовлетворительное согласие с экспериментами на нуклонах, может привести к существенно отличному по сравнению с другими моделями результату в условиях эксперимента, когда допустимое число реджонных обменов минимально (как это имеет в случае процесса  $(\pi)$ ). Это обстоятельство

дает возможность прямой экспериментальной проверки справедливости таких феноменологических моделей. В следующем разделе будут также приведены кривые  $\frac{d\sigma}{d\tau}$ , полученные с использованием модели [6] с учетом перерасеяния на разных нуклонах.

### 3. Учет перерасеяний на нуклонах ядра

#### 3.1 Общий вид амплитуды двойного перерасеяния в теории поля

Элемент  $S$ -матрицы, описывающий процесс  $(\pi)$  с рождением  $\bar{N}^0$ -мезона на нуклоне ядра и его перерасеянием на другом нуклоне ядра графически на фиг.16 и имеет вид:

$$M^{(2)} = - \frac{i\delta^4(p_1 + p - p_2 - q_{\pi})}{4\sqrt{p_1^0 p_2^0 q_{\pi}^0 p^0} (2\pi)^6} \int \frac{d^4 p' d^4 p'' d^4 p''' d^4 k}{(2\pi)^{12}} \times$$

$$\frac{(\mathcal{J} + k - I) \Gamma[M^2, p_1'^2, p_2''^2, p_3'''^2, (p_1 - p' - p'' - p''')^2, \dots]}{(N^2 - (p_1 + k)^2 - i\varepsilon)(N^2 - p_2''^2 - i\varepsilon)[N^2 - (p_1 - p' - p'' - p''')^2 - i\varepsilon]}$$

(6)

$$\times \frac{\Gamma[M^2, p_1''^2, p_2'''^2, (p_1' + k)^2, (p_1 - p' - p'' - p''' + q - k)^2, \dots]}{(N^2 - p_1'^2 - i\varepsilon)[N^2 - (p_1 - p' - p'' - p''' + q - k)^2 - i\varepsilon][\mu^2 (p - k)^2 - i\varepsilon]}$$

где

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_p \left\{ (\hat{p}' + \hat{k} + N) \sum_i \hat{O}_i A_i(\hat{p}' + N) (\hat{p}_1 - \hat{p}' - \hat{p}'' - \hat{p}''' + N) \times \right.$$

$$\times \sum_{\kappa} \hat{R}_{\kappa} T_{\kappa} (\hat{P}_i - \hat{P}' - \hat{P}'' - \hat{P}''' + \hat{q} - \hat{k} + N) \}^*$$

$$\times \delta_p \{ (\hat{P}'' + N) (\hat{P}''' + N) \}; \quad (7)$$

$$K = \delta_p \{ (\hat{P}' + \hat{k} + N) \sum_i \hat{O}_i A_i (\hat{P}' + N) (\hat{P}''' + N) \}^* \quad (8)$$

$$\times \delta_p \{ (\hat{P}_i - \hat{P}' - \hat{P}'' - \hat{P}''' + \hat{q} - \hat{k} + N) \sum_{\kappa} \hat{R}_{\kappa} T_{\kappa} (\hat{P}_i - \hat{P}' - \hat{P}'' - \hat{P}''' + N) (\hat{P}'' + N) \}$$

$$I = \delta_p \{ (\hat{P}' + \hat{k} + N) \sum_i \hat{O}_i A_i (\hat{P}' + N) (\hat{P}_i - \hat{P}' - \hat{P}'' - \hat{P}''' + N) \sum_{\kappa} \hat{R}_{\kappa} T_{\kappa} \quad (9)$$

$$\times (\hat{P}_i - \hat{P}' - \hat{P}'' - \hat{P}''' + \hat{q} - \hat{k} + N) (\hat{P}''' + N) (\hat{P}'' + N) \};$$

$\Gamma$  - инвариантная вершинная функция перехода ядра в четыре нуклона.

$P_1, P_2$  - 4 - импульсы ядра в начальном и конечном состояниях соответственно;

$P$  - 4 - импульс  $\chi$  -кванта;

$q_{\pi^0}$  - 4 - импульс конечного  $\pi^0$  -мезона;

$N$  - масса нуклона;

$\mu$  - масса  $\pi^0$  -мезона;

$M$  - масса ядра;

$k$  - 4 импульс, переданный первому нуклону, на котором родился  $\pi^0$  - мезон.

$q$  - 4 - импульс, переданный ядру;

$\sum_i \hat{O}_i A_i$  - амплитуда фоторождения  $\pi^-$  -мезона на нуклоне, где  $\hat{O}_i$  - операторы спиновой структуры, а  $A_i$  - инвариантные амплитуды (обозначения см. [8]).

$\sum_k \hat{R}_k T_k$  - амплитуды рассеяния  $\pi^0$  -мезона на нуклоне. где  $\hat{R}_k$  - соответствующие операторы спиновой структуры,  $T_k$  - инвариантные амплитуды (обозначения см. [12]).

При вычислении интеграла в правой части (6) требуется ряд существенных упрощающих предположений в соответствии с физикой задачи. Следуя работе Грибова [7], рассмотрим подынтегральное выражение вблизи сингулярности диаграммы 1б, окрестность которой вносит основной вклад в интеграл. Произведем замены переменных:

$$P' = \frac{P_1}{4} + K', \quad P'' = \frac{P_1}{4} + K'', \quad P''' = \frac{P_1}{4} + K''',$$

Тогда в лабораторной системе процесса (\*)

$$N^2 - p'^2 = \Delta^2 + K'^2 - \frac{M}{2} K'_0 - K_0'^2$$

$$N^2 - P''^2 = \Delta^2 + \vec{K}''^2 - \frac{M}{2} K_0'' - K_0''^2$$

$$N^2 - P'''^2 = \Delta^2 + \vec{K}'''^2 - \frac{M}{2} K_0''' - K_0'''^2$$

$$N^2 - (P_1 - P' - P'' - P''')^2 = \tag{12}$$

$$= \Delta^2 + (\vec{K}' + \vec{K}'' + \vec{K}''')^2 + \frac{M}{2} (K_0' + K_0'' + K_0''') - (K_0' + K_0'' + K_0''')^2$$

$$N^2 - (P' + K)^2 = \Delta^2 + (\vec{K} + \vec{K}')^2 - \frac{M}{2} (K_0 + K_0') - (K_0 + K_0')^2$$

$$N^2 - (P_1 - P' - P'' - P''' + q - K)^2 = \Delta^2 + (\vec{q} - \vec{K} - \vec{K}' - \vec{K}'' - \vec{K}''')^2 -$$

$$- \frac{M}{2} (q^0 - K^0 - K'^0 - K''^0 - K'''^0) -$$

$$- (q^0 - K^0 - K'^0 - K''^0 - K'''^0)^2,$$

где  $\Delta^2 = N^2 - \frac{M^2}{16} \cong \frac{N\varepsilon}{2}$ ,  $\varepsilon$  - энергия связи ядра гелия. Основной вклад в интеграл дает область  $\vec{K}'^2 \sim \Delta^2$ ,  $\vec{K}''^2 \sim \Delta^2$ ,  $\vec{K}'''^2 \sim \Delta$ , соответственно

$$K^{\circ(i)} \sim \frac{\Delta^2}{(M/2)}$$

Последние члены в правых частях уравнений (12) пренебрежимо малы по сравнению с остальными, поэтому их можно отбросить. Выполняя интегрирование по  $K'_0$ ,  $K''_0$ ,  $K'''_0$ ,  $K_0$ , и  $K_2$  получим:

$$M^{(2)} = - \frac{i\delta^4 (P_1 + P - P_2 - q\pi) M}{4\sqrt{P_1^{\circ} P_2^{\circ} q\pi^{\circ} P^{\circ}} (2\pi)^2 2E_{\gamma}} \times \int \frac{id^2k}{(2\pi)^2} \rho \left[ (\vec{q} - 2\vec{k})^2 + \frac{q^2}{2} \right] \times \frac{\bar{J} + \bar{K} - \bar{I}}{(2N)^6} \quad (13)$$

Это выражение справедливо в предположении малости импульсов нуклонов ядра и достаточно малых передаваемых импульсов. Величины  $\bar{J}$ ,  $\bar{K}$  и  $\bar{I}$  вычислены с точностью до членов  $\sim K^4$  и  $q^4$  и имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{J} = & 64iN^4 \{ (\vec{\epsilon}[\vec{P}\vec{K}]) [-2NA_1T_1 + 4N^2A_4T_1 - 4NE_{\gamma}A_1T_2 + \\ & + 4N^2E_{\gamma}A_4T_2 - 2N(Kq)A_4T_2] + \\ & + (\vec{\epsilon}[\vec{P}\vec{q}]) [2NE_{\gamma}A_1T_2 + 2Nk^2A_4T_2] + \\ & + (\vec{P}[\vec{q}\vec{K}]) (\vec{K}\vec{\epsilon}) [A_4T_1 + 2NA_4T_2] \} \quad (14) \end{aligned}$$

$$\bar{K} = 64iN^5 (\vec{\epsilon} [\vec{P} \vec{K}]) [-2A_1 T_1 + 4A_4 T_1 - 2E_\gamma A_1 T_2 +$$

$$+ 4NE_\gamma A_4 T_2 + (K^2 - q^2) A_4 T_2].$$

(15)

$$\bar{I} = 32iN^4 \{ (\vec{\epsilon} [\vec{P} \vec{K}]) [-2NA_1 T_1 + 4N^2 A_4 T_1 - 4NE_\gamma A_1 T_2 +$$

$$+ 4N^2 E_\gamma A_4 T_2 - 2N(Kq) A_4 T_2] +$$

$$+ (\vec{\epsilon} [\vec{P} \vec{q}]) [2NE_\gamma A_1 T_2 + 2NK^2 A_4 T_2] -$$

$$- (\vec{P} [\vec{q} \vec{K}]) (\vec{K} \vec{\epsilon}) (E_\gamma - 2N) A_4 T_2 \}.$$

(16)

Величина  $\rho [(\vec{q} - 2\vec{K})^2 + \frac{q^2}{2}]$  выражается через трехкратные интегралы по импульсам  $\vec{K}'$ ,  $\vec{K}''$ ,  $\vec{K}'''$  от неизвестных скалярных вершинных частей  $\Gamma$ .

### 3.2 Результаты вычисления амплитуды двойного перерасеяния

Для вычисления  $M^{(2)}$  необходимо задать явный вид функции  $\rho$ . Мы воспользуемся для нее выражением из феноменологической теории рассеяния частиц высоких энергий на ядрах [11]. Из члена двойного перерасеяния на нуклонах ядра мы получаем следующий вид зависимости  $\rho$  от  $q$  и  $k$ :

$$\rho \sim \exp\left\{-\left[\frac{\vec{k}^2}{4} + \frac{(\vec{q}-\vec{k})^2}{4}\right]R^2\right\}, \quad (17)$$

где  $R$  - радиус ядра.

После громоздких, но несложных выкладок для части ядерной амплитуды  $R_\alpha$ , учитывающей перерасеяние  $\pi^0$ -мезона на другом нуклоне ядра, получим:

$$\begin{aligned} R_\alpha^{(2)} = & -\frac{\tau}{64\pi E_\gamma N^2 \alpha_1} \exp\left[\frac{q^2 R^2}{4} - \alpha_1 \alpha_1 (1 - \alpha_1) q^2\right] \times \\ & \times \left[-\left(1 + \frac{4E_\gamma}{N}\right) \alpha_1 b_1 \left(\frac{2}{\alpha_1} + \alpha_1^2 q^2\right) + b_1 \frac{E_\gamma + N}{N} \left(\frac{1}{\alpha_1} + \alpha_1^2 q^2\right)\right] - \\ & - \frac{\tau}{64\pi E_\gamma N^2 \alpha_4} \exp\left[\frac{q^2 R^2}{4} - \alpha_4 \alpha_4 (1 - \alpha_4) q^2\right] \times \\ & \times \left\{ b_4 \left[-6E_\gamma \alpha_4 - \frac{E_\gamma + N}{NE_\gamma} \frac{1}{2\alpha_4} - \frac{E_\gamma + N}{NE_\gamma} \left(2 \frac{\alpha_4}{\alpha_4} - \alpha_4 (1 - \alpha_4^2) q^2\right)\right] + \right. \end{aligned} \quad (18)$$

$$+ \frac{2NE_\gamma - (E_\gamma + N)(E_\gamma + 2N)}{4N^2 E_\gamma \alpha_4} -$$

$$- b'_4 6E_\gamma \left( \frac{2x_4}{\alpha_4} + x_4^3 q^2 \right) \},$$

где величины  $\alpha_1$ ,  $\alpha_4$ ,  $x_1$ ,  $x_4$ ,  $b_1$ ,  $b_4$ ,  $b'_4$ ,  $z$  определены следующим образом:

$$\alpha_1 = \frac{R^2}{2} + \frac{A'}{2} + C_1; \quad \alpha_4 = \frac{R^2}{2} + \frac{A'}{2} + C_4$$

$$x_1 = \frac{\frac{R^2}{2} + A'}{2\alpha_1}; \quad x_4 = \frac{\frac{R^2}{2} + A'}{2\alpha_4}$$

$$A' = A - i\pi\alpha'_p, \quad \text{где } A \approx 8 \text{ Gev}^{-2} [3]$$

$\alpha'_p$  - наклон траектории Померанчука; величины  $C_1$ ,  $C_4$ ,  $b_1$ ,  $b_4$ ,  $b'_4$  входят следующим образом в выражения для инвариантных амплитуд фоторождения  $\pi^0$ -мезона на нуклоне:

$$A_1 = -\vec{K}^2 b_1 e^{-c_1 \vec{K}^2}, \quad A_4 = (b_4 + \vec{K}^2 b'_4) e^{-c_4 \vec{K}^2}$$

$$z = \frac{4N^2 E_\gamma}{2E_\gamma + N} \sigma_T(i + \rho)$$

$\sigma_T$  - полное сечение рассеяния  $\pi^0$ -мезона на нуклоне. Численные значения  $\alpha_i$ ,  $\chi_i$ ,  $\beta_i$  брались для каждой модели из результатов подгонки к экспериментальным данным.

Результаты учета  $R_{\alpha}^{(2)}$  приведены в виде графиков дифференциального сечения для процесса (ж). Сечение, учитывающее вклады полюсного члена, ветвления на нуклоне и перерассеяние на двух нуклонах, приведены в виде штрих-пунктирной кривой на фиг.2 для модели [5] и сплошных кривых на фиг.3 и 4 для моделей сильных разрезов [1,3] и слабых разрезов [2,3] соответственно. Как видно из этих кривых, поправки на перерассеяние полюсной модели не дают существенного вклада. Объясняется это тем, что, как указывалось в предыдущем разделе эффективный вклад полюса в [5] занижен, соответственно и поправка на перерассеяние мала. При учете перерассеяния в модели сильных разрезов (фиг.3) поправка на перерассеяние значительно больше и существенно меняет ход кривых дифференциального сечения по сравнению с импульсным приближением, хотя и значительно меньше вклада усиленных разрезов. Причина сравнительно большой величины поправки на перерассеяние в этой модели состоит в большой величине полюсного вклада (мелкий пунктир на фиг.3). В модели слабых разрезов (сплошные кривые на фиг.4) поправка на перерассеяние примерно того же порядка, что и вклад ветвлений.

#### 4. Обсуждение результатов

Окончательные результаты по учету всех обсуждавшихся в статье вкладов приведены на фиг.5. Как видно из кривых дифференциального сечения в области малых

передаваемых импульсов результаты в моделях сильных (толстые сплошные линии) и слабых (тонкие сплошные линии) разрезов практически совпадают друг с другом. Только при энергии в 5 Гэв заметно различие между этими моделями в области впадины в сечении при  $\tau \sim 0,5$  (Гэв/с)<sup>2</sup>. В отличие от импульсного приближения эти модели с учетом ветвлений существенно отличаются от кривых, в которых использовался полюсной фит [5] (штрих-пунктирные кривые). Это обстоятельство весьма показательно в том отношении, что учет структуры ядра приводит к экспериментально наблюдаемому различию двухреджонного обмена на составной системе (в данном случае на ядре) от однополюсного обмена. Наконец, на фиг.5 приведены кривые дифференциального сечения, полученные из феноменологической модели [6] с учетом вклада полюса, ветвления и перерассеяния (пунктирные кривые). Как видно, результаты этой модели резко отличаются от предыдущих моделей.

Общий итог проведенного рассмотрения состоит в том, что при изучении фотогенерации  $\pi^0$ -мезона на ядре <sup>4</sup>Не можно экспериментально различать предсказания в различных моделях теории комплексных моментов, равно как и сечения с противоположными относительными знаками кулоновской и ядерной амплитуд (кривые, снабженные знаком (+) для одинаковых знаков амплитуд и знаком (-) для противоположных знаков амплитуд).

Авторы выражают благодарность А.Ц.Аматуни, И.Г.Азнаурян, Г.Г.Аракелян, А.П.Горяка, Ш.С.Еремяну и участникам теоретического семинара ЕФИ за полезные обсуждения работы.

Подписи к рисункам

Фиг.1 Диаграммы Фейнмана для процесса фоторождения  $\pi^0$ -мезона на ядре  ${}^4\text{He}$  в импульсном приближении (а) и с учетом одного перерасеяния  $\pi^0$ -мезона (б).

Фиг.2 Дифференциальные сечения  $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^0$  полученные в реджионной полюсной модели (Adez, Cardeville, Salin [5]) с учетом кулоновской амплитуды процесса. Пунктирные линии дают сечения в импульсном приближении, штрих-пунктирные сечения с учетом перерасеяния. Фиг. а, б, с соответствуют энергиям  $\gamma$ -кванта в 2,3,5 Гэв в лаб. системе. Верхние и нижние кривые каждого типа соответствуют положительному и отрицательному знаку ядерной амплитуды по отношению к кулоновской амплитуде соответственно.

Фиг.3 Дифференциальные сечения процесса  $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^0$  полученные в модели полюсов Редже с учетом ветвлений (модель "сильных разрезов" Gault, Martin, Kane [3]) с учетом кулоновской амплитуды процесса. Изображены кривые, учитывающие соответственно только вклад  $\omega$ -полюса из работы [3] (мелкий пунктир), вклад  $\omega$ -полюса и  $\omega\rho$ -ветвления из [3] (пунктирная линия) и вклад  $\omega$ -полюса [3],  $\omega\rho$ -ветвления [3] и перерасеяния  $\pi^0$ -мезона (сплошная линия). Верхние (+) и нижние (-) кривые каждого типа соответствуют положительному и отрицательному знаку ядерной амплитуды по отношению к кулоновской амплитуде. Фиг.а, б, с соответствуют энергиям  $\gamma$ -кванта в 2,3,5 Гэв в лаб. системе.

Фиг.4 Дифференциальные сечения процесса  $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^0$  полученные в модели полюсов Редже с учетом ветвлений (модель "слабых разрезов", Gault, Martin, Kane [3]). с учетом кулоновской амплитуды процесса. Изображены кривые, учитывающие соответственно вклад  $\omega$ -полюса из работы [3] (мелкий пунктир), вклад  $\omega$ -полюса и  $\omega\rho$ -ветвления из [3] (пунктирная линия) и вклад  $\omega$ -полюса [3],  $\omega\rho$ -ветвления [3] и перерассеяния  $\pi^0$ -мезона (сплошная линия). Верхние (+) и нижние (-) кривые каждого типа соответствуют положительному и отрицательному знаку ядерной амплитуды по отношению к кулоновской амплитуде. Фиг. а, б, с соответствуют энергиям  $\gamma$ -кванта в 2,3,5 Гэв в лаб. системе.

Фиг.5 Дифференциальные сечения процесса  $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^0$  полученные в разных моделях в теории комплексных моментов с учетом кулоновской амплитуды процесса. Штрих-пунктирные линии соответствуют учету вклада полюсной подгонки [5] и перерассеяния  $\pi^0$ -мезона. Сплошные толстые линии соответствуют учету вклада полюса и ветвления в модели "сильных разрезов" [3] и перерассеяния  $\pi^0$ -мезона. Сплошные тонкие линии соответствуют учету вклада полюса и ветвления в модели "слабых разрезов" [3] и перерассеяния  $\pi^0$ -мезона. Пунктирные линии соответствуют учету вклада полюса и ветвления в феноменологической модели [6] и перерассеяния  $\pi^0$ -мезона. Верхние и нижние кривые каждого типа соответствуют положительному и отрицатель-

ному знаку ядерной амплитуды по отношению к кулоновской амплитуде соответственно. Фиг. а, б, с соответствуют энергиям  $\gamma$  -кванта в 2, 3, 5 Гэв в лаб. системе.

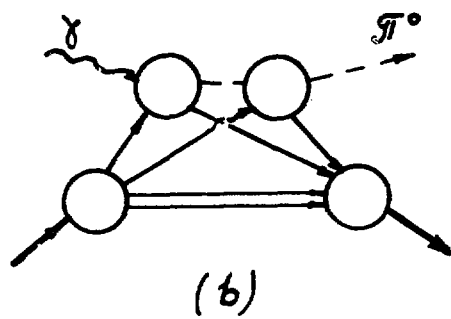
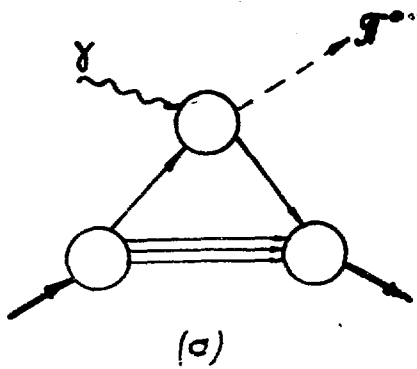
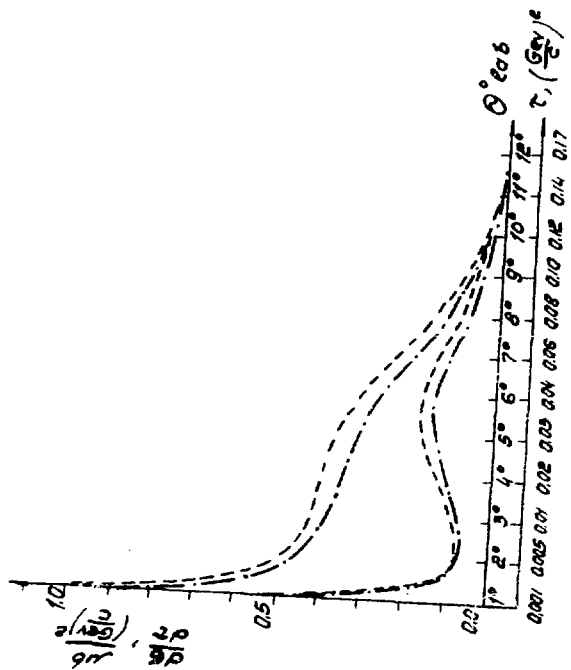


Рис. 1

$$\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^0$$

$$E_{\gamma, \text{lab}} = 2 \text{ GeV}$$

(a)

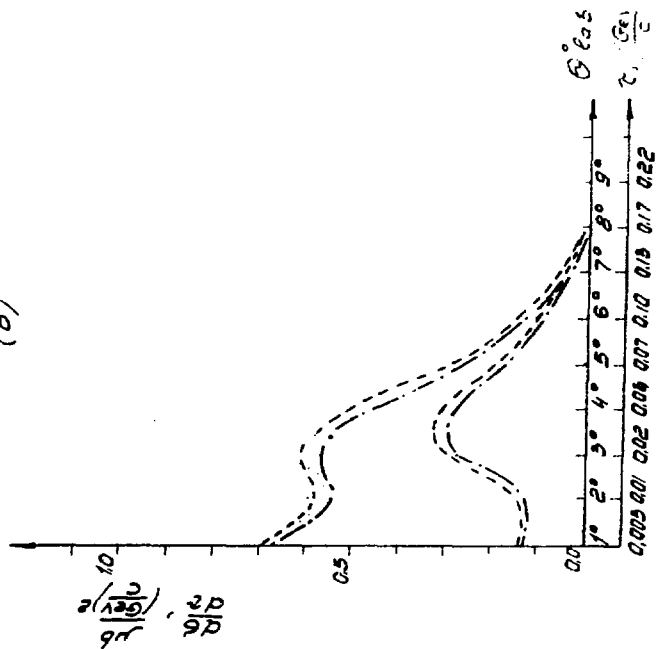


Puc. 2 a

$$\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^0$$

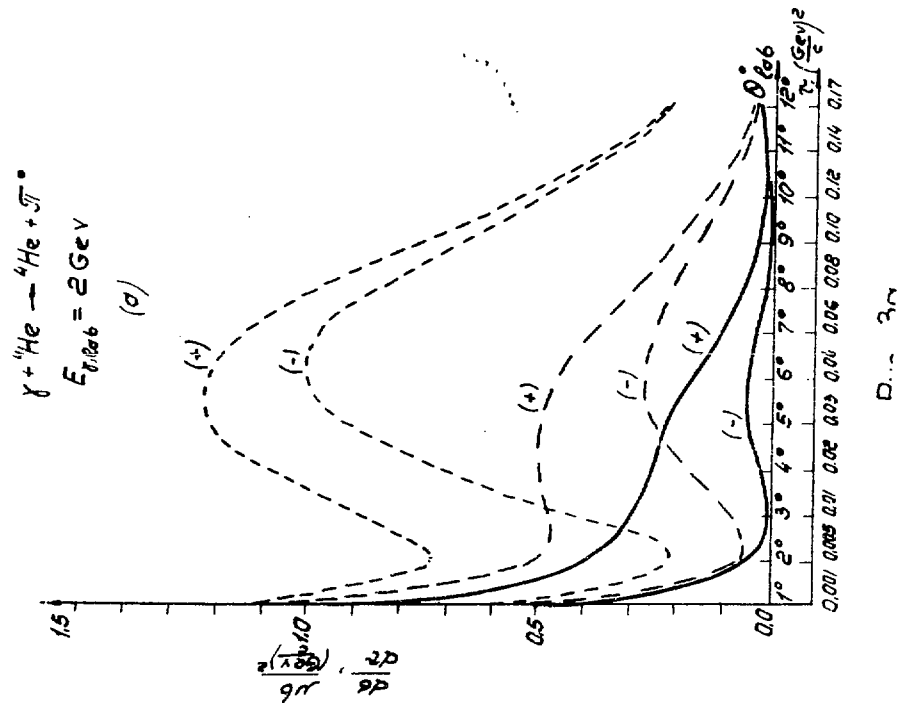
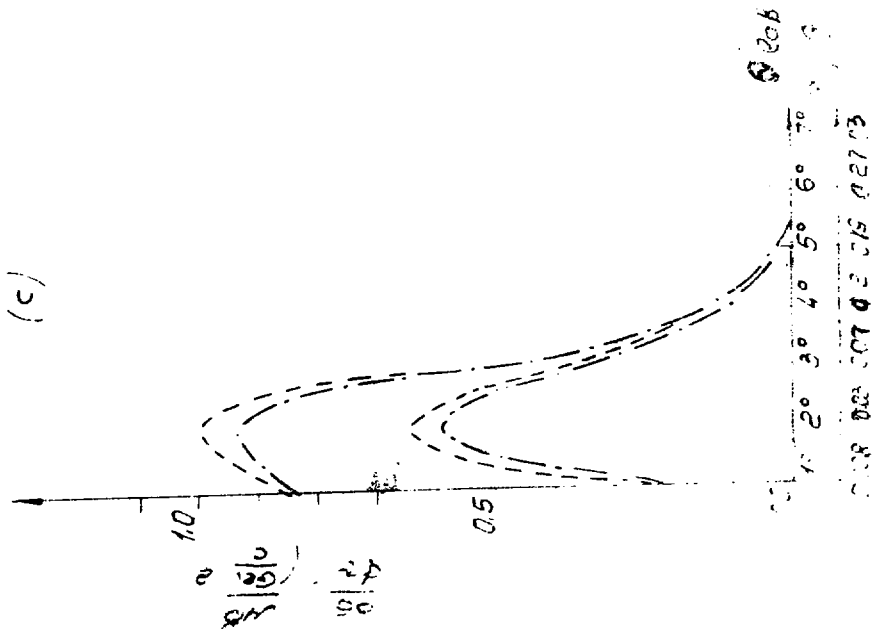
$$E_{\gamma, \text{lab}} = 3 \text{ GeV}$$

(b)



Puc. 2 b

$\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^0$   
 $E_{\text{lab}} = 5 \text{ GeV}$   
 (c)



$\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + \gamma^0$   
 $E_{\gamma, \text{lab}} = 5 \text{ GeV}$

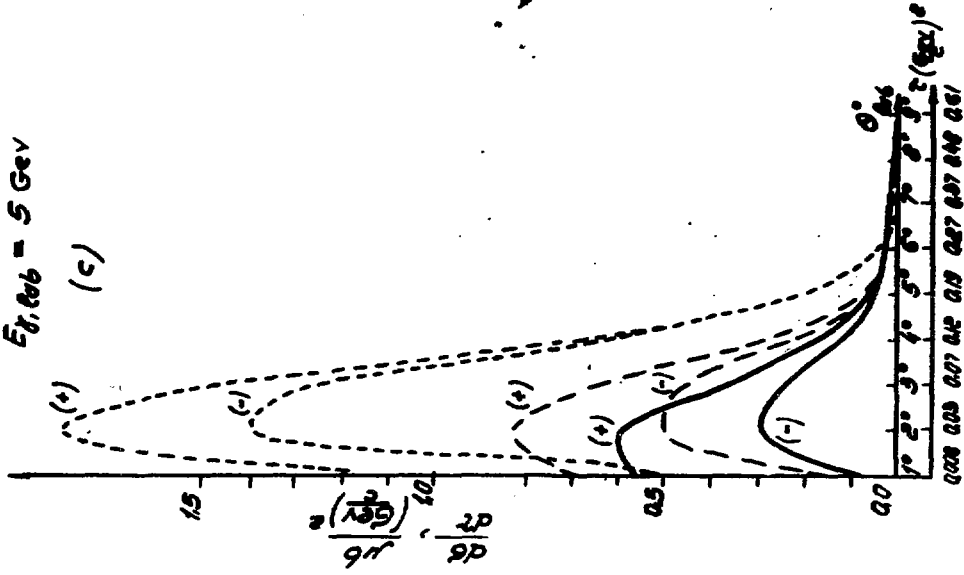


Рис. 3с

$\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + \gamma^0$   
 $E_{\gamma, \text{lab}} = 3 \text{ GeV}$

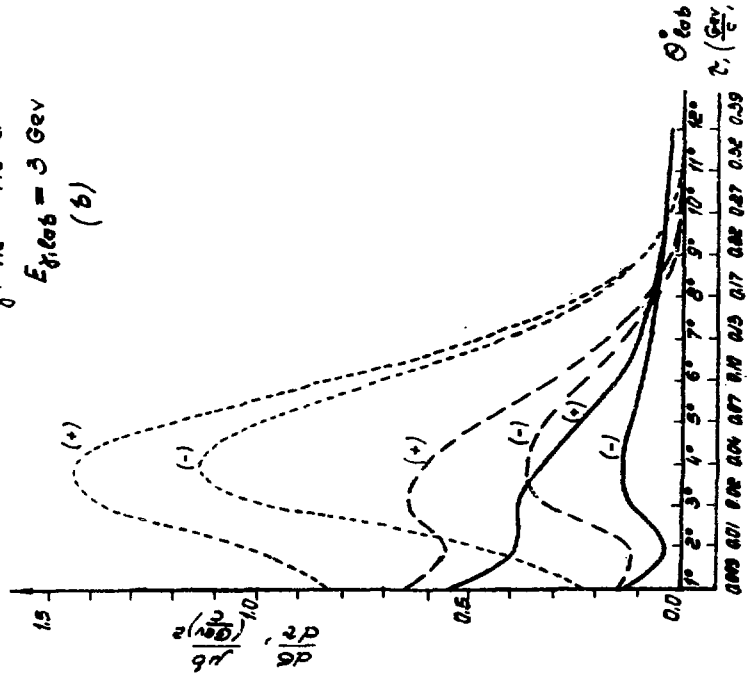


Рис. 3б.

$\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^0$   
 $E_{\gamma, \text{lab}} = 2 \text{ GeV}$   
 (a)

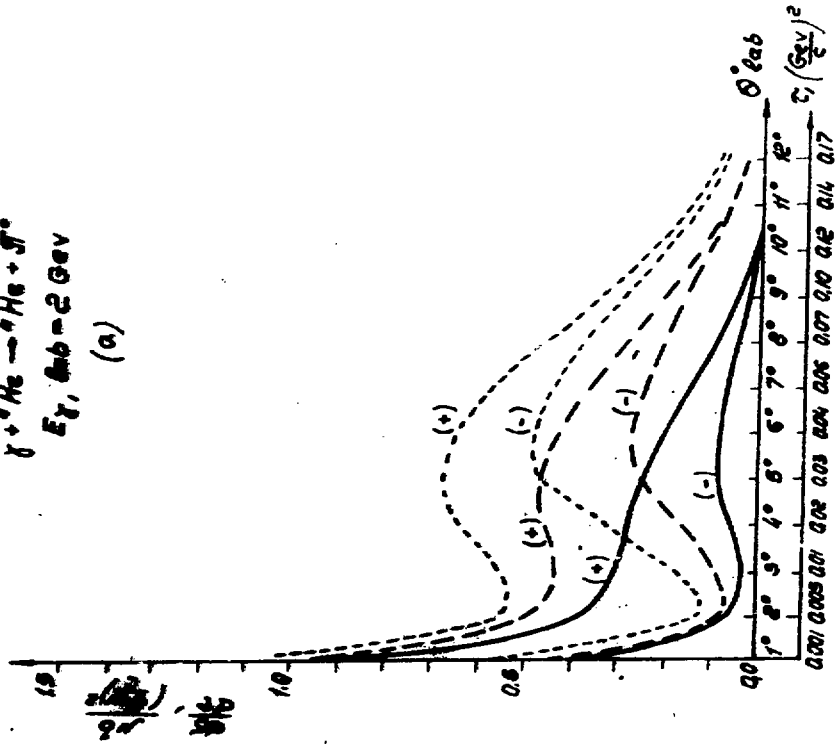


Fig. 4a

$\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^0$   
 $E_{\gamma, \text{lab}} = 3 \text{ GeV}$   
 (c)

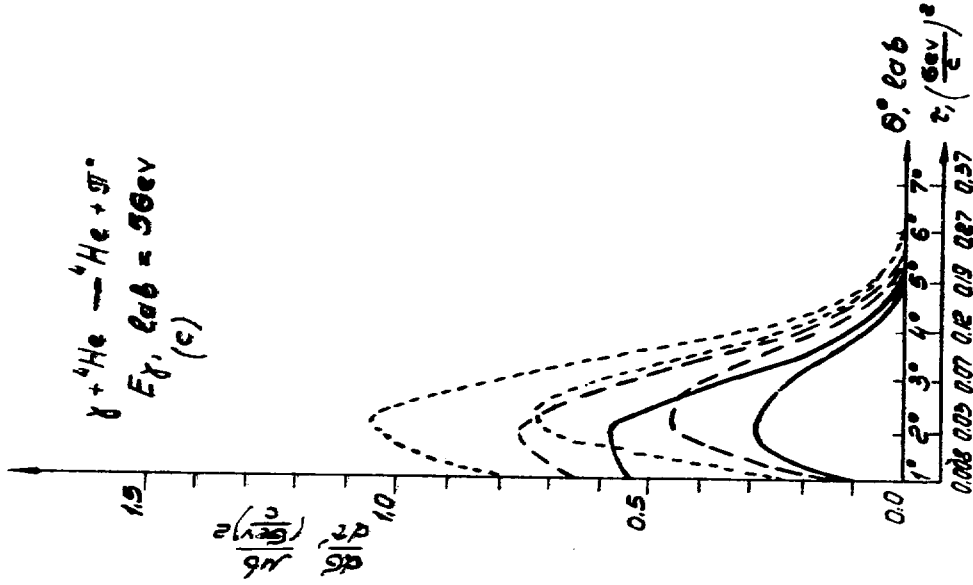
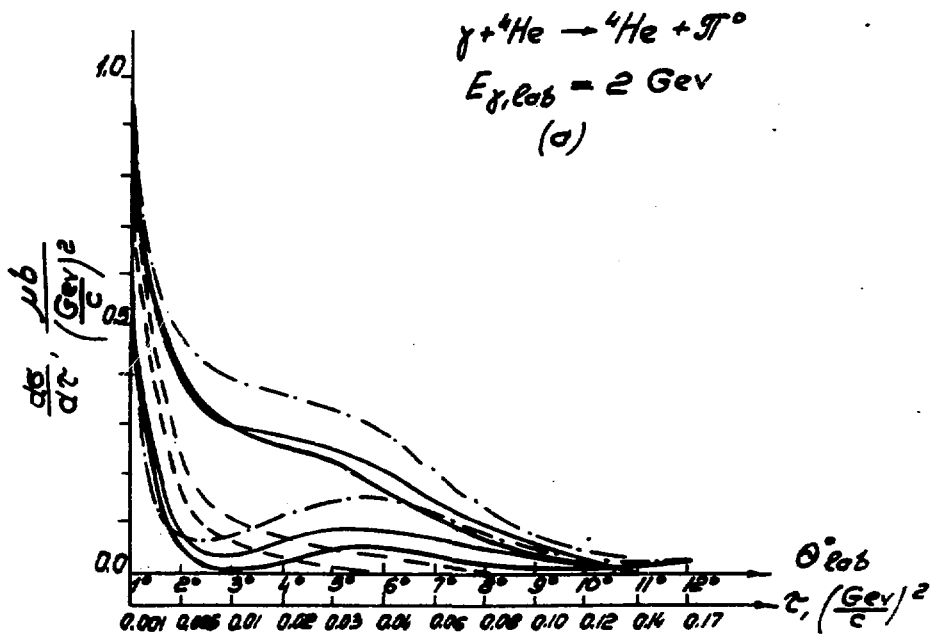
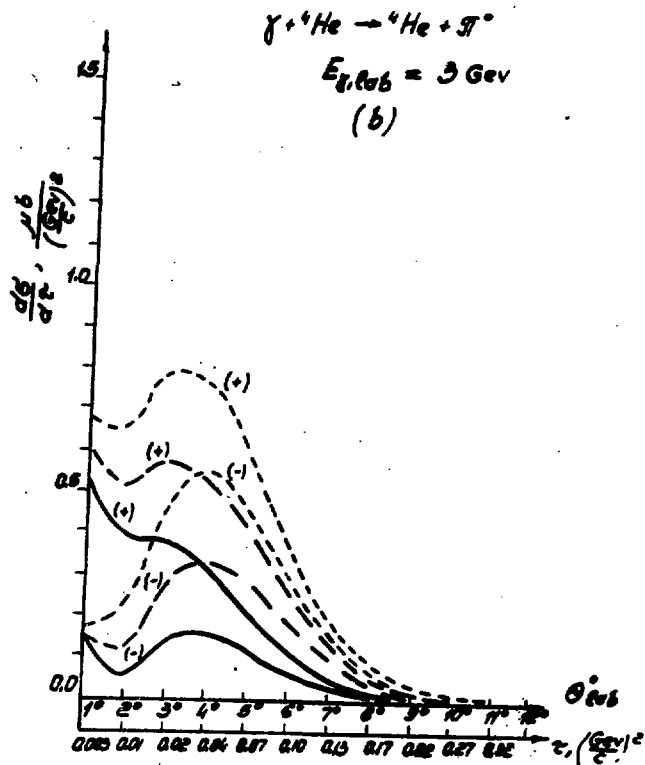
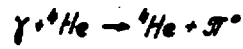


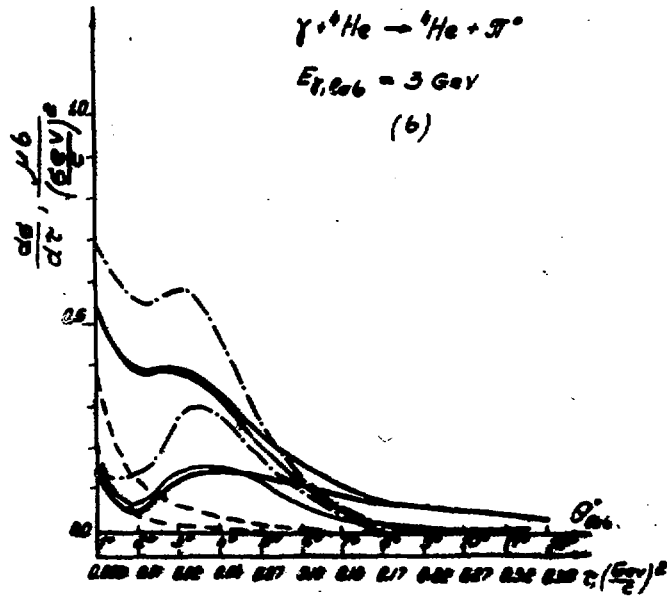
Fig. 4c



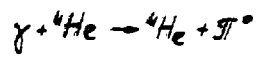


$E_{\gamma, \text{lab}} = 3 \text{ GeV}$

(b)



Puc. 56



$E_{\gamma, \text{lab}} = 5 \text{ GeV}$

(c)

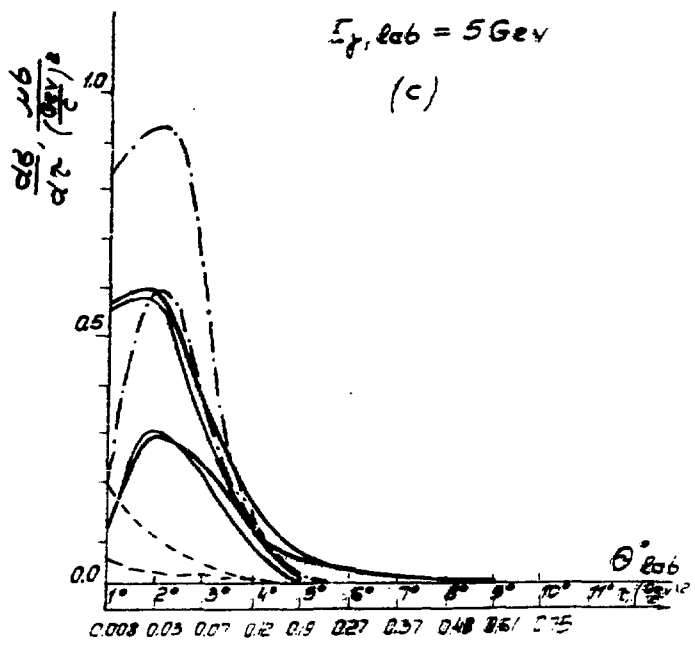


Fig. 5c



## ЛИТЕРАТУРА

1. F.S.Henyeу, G.L.Kane, I.Pumpin, M.H.Ross. Phys.Rev 182, 1579 (1969);  
M.H.Ross, F.S.Henyeу and G.L.Kane. Nucl.Phys.B23, 269 (1970).  
А.Б.Кайдалов, Б.М.Карнаков. ЯФ, 11, 216 (1970).
2. R.C.ArnoId. Phys.Rev. 153, 1523 (1967).
3. F.D.Gault, A.D.Martin, G.L.Kane. Nucl.Phys.B32, 429 (1971).
4. а) В.А.Царев, ЯФ, 5, 167 (1967).  
б) В.А.Царев, ЯФ, 10, 367 (1969).  
в) В.А.Царев, М.М.Дайон, Ю.А.Раков. Препринт ФИАН СССР, 170 (1971).
5. I.P.Ader, M.Capdeville, Ph.Salin. Nucl.Phys. B3, 407 (1967).
6. В.Н.Келлет. Nucl.Phys. B25, 205 (1971).
7. В.Н.Грибов. ЖЭТФ, 56, 892 (1969)
8. J.S.Bali Phys.Rev. 124, 2014 (1961).
9. Г.И.Лыкасов, А.В.Тарасов, ЯФ, 17, 301 (1973)
10. Л.А.Григорян, В.А.Шахбазян. Научное сообщение ЕФИ-83 (1974).
11. R.H.Bassel, C.Wilkin. Phys.Rev. 174, 1179 (1968).
12. G.F.Chew, M.L.Goldberger, F.E.Low and Y.Nambu. Phys. Rev. 106, 1337 (1957).

Рукопись поступила 18-го ноября 1974г.

Редактор Л.П.Мукаян  
тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 029

ВФ- 03218

Тираж 300

Подписано к печати 24/1-75 г. Формат издания 30x40

2.0 уч.изд.л. Ц. 14 к.

---

Отпечатано на ротапринтере  
Ереванского физического института, Ереван 36, пер. Марка-  
ряна 2