Препринт ЕФИ-1044(7)-88

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
YEREVAN PHYSICS INSTITUTE

Р.Н.ГРИГОРЯН, Г.Н.ХАЧАТРЯН

ДИНАМИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ МАССИВНЫХ ВЕКТОРНЫХ ЧАСТИЦ В СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ $O(N)\times O(K)$-ИНВАРИАНТНОЙ $O(N)/O(N-K)$ МОДЕЛИ ($D=3$)

ЦНИИатоминформ
ЕРЕВАН—1988

Նախատիպ ЕФИ-1041(7)-88

Է.Պ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Գ.Ն. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

ԶԱՆԳՎԱԾԵՂ ՎԵԿՏՈՐԱԿԱՆ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ԱՌԱՋԱՑՈՒՄԸ ԳԵՐՀԱՄԱՉԱՓ $O(N)\times O(K)$ ԻՆՎԱՐԻԱՆՏ $O(N)/O(N-K)$ ՄՈԴԵԼՈՒՄ $(D=3)$

$1/N$ վերլուծման շրջանակներում ուսումնասիրված է գերհամաչափ $O(N)\times O(K)$ ինվարիանտ $O(N)/O(N-K)$ մոդելը եռաչափ տարածության դեպքում: Ցույց է տրված, որ ըստ $1/N$-ի հիմնական կարգում դինամիկորեն ծնվում են զանգվածեղ դաշտերի գերմուլտիպլետներ, որոնց մեջ առկա են նաև վեկտորական դաշտեր:

Երևանի Ֆիզիկայի ինստիտուտ

Երևան 1988

Препринт ЕФИ-1044(7)-88

УДК 53.001.1

Р.П.ГРИГОРЯН, Г.Н.ХАЧАТРЯН

ДИНАМИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ МАССИВНЫХ ВЕКТОРНЫХ ЧАСТИЦ В СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ $O(N)\times O(K)$-ИНВАРИАНТНОЙ $O(N)/O(N-K)$ МОДЕЛИ ($D = 3$)

В рамках $1/N$ - разложения исследована суперсимметричная $O(N)\times O(K)$ - инвариантная $O(N)/O(N-K)$ модель в случае трехмерного пространства. Показано, что в основном по $1/N$ порядке динамически образуются массивные супермультиплеты полей, среди которых присутствуют и векторные поля.

Ереванский физический институт

Ереван 1988

Preprint ЕФИ-I044(7)-88

R.P. GRIGORIAN, G.N. KHACHATRIAN

DYNAMIC PRODUCTION OF MASSIVE VECTOR PARTICLES IN SUPERSYMMETRICAL O(N) O(K) INVARIANT O(N)/O(N-K) MODEL (D = 3)

The supersymmetrical O(N) O(K)-invariant O(N)/O(N-K) model is considered within the framework of 1/N expansion in case of a three-dimensional space. It is shown that in the main over 1/N order there are dynamically produced massive supermultiplets of fields, among which there are also vector ones.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1988

В работе [I] в рамках $1/N$ - разложения рассматривалась $O(N)\times O(K)$ - инвариантная модель на многообразии Штифеля $O(N)/O(N-K)$. Было показано (для $D = 2,3$), что при определенных значениях параметров теории возможно динамическое образование массивных векторных частиц. Суперсимметричное обобщение этой модели в двухмерном пространстве-времени исследовалось в работе [2]. И здесь, как выяснилось, возможно динамическое образование массивных супермультиплетов полей, среди которых присутствуют векторные поля. В настоящей работе мы продолжаем исследование суперсимметричной $O(N)\times O(K)$ -инвариантной $O(N)/O(N-K)$- - модели в трехмерном пространстве-времени ($D = 3$). Некоторые из основных формул, являющиеся общими для $D = 2$ и $D = 3$ и полученные при исследовании модели в двухмерном пространстве-времени [2], будем выписывать без подробных пояснений (подробные пояснения см в [2]).

Итак, рассмотрим модель, описываемую действием

$$S = \int d^3x\, d^2\theta\, \frac{1}{2} \left\{ (\bar{D}^{\alpha} G^{ia})(D_{\alpha} G^{ia}) - \frac{\lambda_2}{4N} (G^{ia} \overleftrightarrow{\bar{D}}^{\alpha} G^{ja})(G^{i\beta} \overleftrightarrow{D}_{\alpha} G^{j\beta}), \right. \qquad (I)$$

$$G^{ia}\overleftrightarrow{D}_\alpha G^{ja} = G^{ia} D_\alpha G^{ja} - (D_\alpha G^{ia}) G^{ja},$$

где $G^{ia}(x,\theta) = g^{ia}(x) + \bar\theta \Psi^{ia}(x) + \delta(\theta) F^{ia}(x)$, есть $K\times N$ - матричное вещественное суперполе, на которое наложено условие связи

$$G^{ia}(x,\theta) G^{ja}(x,\theta) = \frac{N}{\lambda_1}\delta^{ij}, \quad a,b,\ldots = 1,\ldots,N; \quad i,j,\ldots = 1,\ldots,K$$

(по повторяющимся индексам подразумевается суммирование), θ_α - -двухкомпонентный майорановский спинор, D_α - ковариантная производная, λ_1 и λ_2- константы связи. Введя вспомогательное майорановское суперполе $\Phi_\alpha^{ia}(x,\theta)$, позволяющее избавиться от четверного взаимодействия в действии (I), а также суперполе $\omega^{ij}(x,\theta)$, являющееся множителем Лагранжа связи (2), перепишем действие (I) в виде

$$S = \int d^3x d^2\theta \frac{1}{2}\Big\{(\bar D^\alpha G^{ia})(D_\alpha G^{ia}) + \bar\Phi^{\alpha,ij}(G^{ia}\overleftrightarrow{D}_\alpha G^{ja}) +$$

$$+ \frac{N}{\lambda_2}\bar\Phi^{\alpha,ij}\Phi_\alpha^{ij} - 2\omega^{ij}(G^{ia}G^{ja} - \frac{N}{\lambda_1}\delta^{ij})\Big\}.$$

Производящий функционал теории, преобразованный к виду, удобному для применения метода стационарной фазы при больших значениях N, имеет вид [2]

$$Z(J) = \int dG^{ij} d\Phi d\omega \exp\{i[NS_1 + S_2]\},$$

$$S_1 = \frac{i}{2} \mathrm{Str} \ln M^{ij}(1,2) +$$

$$+\int\left[\frac{1}{2}G^{ik}(1)M^{ij}(1,2)G^{jk}(2)+\frac{1}{2\lambda_2}\bar{\Phi}^{\alpha,ij}(1)\Phi_\alpha^{ij}(1)+\frac{1}{\lambda_1}\omega^{ii}(1)\right],$$

$$S_2=-\frac{iK}{2}\,\mathrm{Str}\,\ln M^{ij}(1,2)+$$

$$+\int\left[-\frac{1}{2}\sum_{a=K+1}^{N}J^{ia}(1)(M^{-1})^{ij}(1,2)J^{ja}(2)+N^{1/2}G^{ik}(1)J^{ik}(1)\right], \tag{2}$$

$$M^{ij}(1,2)=\left[-\delta^{ij}\bar{D}^{\alpha}D_\alpha+\bar{\Phi}^{\alpha,ij}(1)D_\alpha(1)+\bar{\Phi}^{\alpha,ji}(2)D_\alpha(2)-2\omega^{ij}(1)\right]\delta(1,2),$$

где $1\leftrightarrow(x_{1\mu},\theta_{1\alpha})$, $2\leftrightarrow(x_{2\mu},\theta_{2\alpha})$ и сделана замена $G^{ij}\to\sqrt{N}\,G^{ij}$. Отметим, что такое выражение для производящего функционала получается в результате явного интегрирования по полям G^{ia} для значений $a=K+1,\dots,N$ с учетом граничных условий $G^{ia}(x,\theta)\to(G^{ij}(\theta),0)$ при $|x|\to\infty$, где G^{ij} - квадратная матрица размерности K.

Для исследования возможности спонтанного нарушения симметрии теории отличными от нуля вакуумными средними суперполей $G^{ia}(x,\theta)$ и $\omega^{ij}(x,\theta)$ (вакуумное среднее суперполя $\Phi_\alpha^{ij}(x,\theta)$ предполагается равным нулю) найдем точки стационарности G_s^{ij} и ω_s^{ij} системы из условия минимума эффективного потенциала V. Ограничиваясь постоянными значениями G_s^{ij} и ω_s^{ij}, представим их в виде $G_s^{ij}=\delta^{ij}(g_s+\delta(\theta)F_s)$, $\omega_s^{ij}=\delta^{ij}(\rho_s+\delta(\theta)\sigma_s)$ [2] (вакуумные средние фермионных компонент суперполей G^{ij} и ω^{ij} равны нулю из требования лоренц инвариантности). С учетом того, что в пределе больших N основной вклад в эффективный потенциал V системы обусловлен величиной S_1, для V получаем выражение

$$V(G_s, \omega_s) = K\left[-\frac{i}{2}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\ln\left(1-\frac{\sigma_s}{k^2-\rho_s^2}\right)-F_s^2+2\rho_s F_s g_s+g_s^2\sigma_s-\frac{1}{\lambda_1}\sigma_s\right].$$

Выполнив далее интегрирование по импульсам и введя перенормированный заряд λ_{1R} посредством соотношения

$$\frac{1}{\lambda_{1R}}=\frac{1}{\lambda_1}-\frac{i}{2}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\;\frac{1}{k^2-\mu^2},$$

для эффективного потенциала получаем выражение

$$V(G_s,\omega_s)=K\left\{-A\sigma_s-\frac{1}{12\pi}\left[(\rho_s^2+\sigma_s)^{3/2}-\rho_s^3\right]-F_s^2+2\rho_s g_s F_s+g_s^2\sigma_s\right\}, \tag{3}$$

$$A=\left(\frac{1}{\lambda_{1R}}-\frac{\mu}{8\pi}\right).$$

Уравнения стационарности имеют вид

$$\frac{1}{8\pi}(\rho_s^2+\sigma_s)^{1/2}-g_s^2+A=0,$$

$$\rho_s(\rho_s^2+\sigma_s)^{1/2}-\rho_s^2-8\pi\cdot F_s g_s=0,$$

$$\rho_s F_s+g_s\sigma_s=0,$$

$$F_s-\rho_s g_s=0.$$

Эта система уравнений имеет следующие решения:

$$
\begin{array}{lllll}
\text{I.} & g_s = 0, & F_s = 0, & \rho_s = -8\pi A, & \sigma_s = 0; \\
\text{II.} & g_s = \pm A^{1/2}, & F_s = 0, & \rho_s = 0, & \sigma_s = 0; \\
\text{III.} & g_s = 0, & F_s = 0, & \rho_s = 0, & \sigma_s^{1/2} = -8\pi A; \\
\text{IV.} & g_s = \pm A^{1/2}, & F_s = \pm 8\pi A^{3/2}, & \rho_s = -8\pi A, & \sigma_s = -(8\pi)^2 A^2.
\end{array}
\qquad (4)
$$

Нетрудно видеть, что абсолютный минимум эффективного потенциала, равный нулю, реализуется на решениях I и II. Их мы и будем анализировать.

Рассмотрим вначале решение I. Оно соответствует явно суперсимметричной фазе и обладает исходной $O(N) \times O(K)$ - инвариантностью. Таким образом, здесь налицо ситуация, которая имела место при исследовании модели в случае $D = 2$ и которая подробно рассматривалась в п.3 работы [2]. Имея ту же цель - исследование спектра масс присутствующих в теории частиц - будем в точности следовать приведенной там схеме вычислений. Именно, введем в рассмотрение новое суперполе $\omega'^{ij}(x,\theta) = \omega^{ij}(x,\theta) - m\delta^{ij}$, $(m \equiv \rho_s = -8\pi A)$, обладающее нулевым вакуумным средним, и выполним интегрирование по суперполям $G^{ij}(x,\theta)$ в функциональном интеграле (2). Представляя далее показатель экспоненты в полученном выражении в виде ряда по суперполям Φ_α^{ij} и ω'^{ij}, ограничимся рассмотрением квадратичных по суперполям слагаемых, из которых и получаются выражения для свободных пропагаторов:

$$
\langle \Phi_\alpha^{ij}(1)\, \bar\Phi^{\beta,k\ell}(2) \rangle = (\delta^{ik}\delta^{j\ell} - \delta^{i\ell}\delta^{jk}) \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{-ik(x_1-x_2)} \Pi_\alpha^\beta(k) ,
$$

$$\Pi_{\alpha}^{\beta}(\kappa)=\frac{i}{4N\nu\Delta(\kappa^2)}\Big\{\Big[4\nu-\sum(\kappa^2)\hat{\kappa}(2m+\hat{\kappa})\Big]\Big[\big(2\nu+\frac{1}{4}\sum(\kappa^2)\hat{\kappa}(2m-\hat{\kappa})\delta(\theta_1-\theta_2)+$$

$$+\frac{1}{4}\sum(\kappa^2)(2m-\hat{\kappa})e^{\bar{\theta}_1\hat{\kappa}\theta_2}\Big]\Big\}_{\alpha}^{\beta}, \tag{5}$$

$$\Delta(\kappa^2)=4\nu^2-2\nu\kappa^2\sum(\kappa^2)-\frac{1}{4}\kappa^2\sum{}^2(\kappa^2)(4m^2-\kappa^2),$$

$$\nu=\frac{1}{\lambda_{2R}}-\frac{1}{\lambda_{1R}}, \qquad \frac{1}{\lambda_{2R}}=\frac{1}{\lambda_2}-\frac{i}{2}\int\frac{d^3\kappa}{(2\pi)^3}\frac{1}{\kappa^2-\mu^2},$$

λ_{2R} - перенормированный параметр, а $\sum(\kappa^2)$ задается выражением

$$\sum(\kappa^2)=\frac{m}{4\pi}\int_{4m^2}^{\infty}\frac{ds}{s\sqrt{(s-4m^2)(s-\kappa^2)}},$$

$$<\omega^{ij}(1)\omega^{\kappa\ell}(2)>=(\delta^{i\kappa}\delta^{j\ell}+\delta^{i\ell}\delta^{j\kappa})\int\frac{d^3\kappa}{(2\pi)^3}e^{-i\kappa(x_1-x_2)}D(\kappa), \tag{6}$$

$$D(\kappa)=\frac{i}{N}\;\frac{2m\,\delta(\theta_1-\theta_2)-e^{\bar{\theta}_1\hat{\kappa}\theta_2}}{\sum(\kappa^2)(4m^2-\kappa^2)}. \tag{7}$$

Пропагатор основного суперполя $G^{ia}(x,\theta)$ задается выражением (см.[2])

$$<G^{ia}(1)G^{j\beta}(2)>=\frac{i}{2}\delta^{ij}\delta^{a\beta}\int\frac{d^3\kappa}{(2\pi)^3}e^{-i\kappa(x_1-x_2)}\;\frac{m\delta(\theta_1-\theta_2)+e^{\bar{\theta}_1\hat{\kappa}\theta_2}}{\kappa^2-m^2}.$$

Из последней формулы видно, что G^{ia} представляет собой скалярный $N \times K$ - супермультиплет с массой m. Значения же K^2, при которых пропагатор $\Pi_\alpha^\beta(K)$ суперполя Φ_α имеет полюс, определяются, очевидно, нулями величины $\Delta(K^2)$, или, что то же самое, решениями уравнений

$$\nu = y_+ , \quad \nu = y_- , \quad y_\pm = \frac{1}{4} \Sigma(K^2)(K^2 \pm 2m\sqrt{K^2}),$$

(как и в [2]), ограничимся рассмотрением значений

$$\nu > 0 \ (\lambda_{1R} > \lambda_{2R}).$$

Исследуем поведение функций $y_\pm(K^2)$. Из представления (6) видно, что $\Sigma(K^2)$ в области $0 \leqslant K^2 < 4m^2$ вещественна и положительна. Кроме того, $\Sigma(0) = 1/8\pi m$ и $\Sigma(K^2) \to \infty$ при $K^2 \to 4m^2$.

Отсюда следует, что функция $y_+(K^2) = \Sigma(K^2)(K^2 + 2m\sqrt{K^2})$ обладает свойствами: $y_+(K^2) \geqslant 0$ в области $0 \leqslant K^2 < 4m^2$ и монотонно возрастает с возрастанием K^2 (производная $\Sigma(K^2)$ по K^2 в указанном промежутке также положительна); $y_+(0) = 0$, $y_+(K^2) \to +\infty$ при $K^2 \to 4m^2$. Следовательно, для $\nu > 0$ уравнение $\nu = y_+$ имеет решение, притом единственное. Значение K^2, удовлетворяющее этому уравнению, обозначим M^2 ($0 < M^2 < 4m^2$). Нетрудно убедиться, что уравнение $\nu = y_-$ для рассматриваемых значений ν не имеет решения, поскольку в исследуемой области K^2 функция $y_- < 0$. Отметим также, что вне области $0 \leqslant K^2 < 4m^2$ уравнения $\nu = y_\pm$ также не имеют решений, поскольку функции $y_\pm$ перестают быть вещественными.

Итак, пропагатор $\Pi_\alpha^\beta(K)$ имеет полюс при $K^2 = M^2$. Аналогично тому, как это сделано в [2], можно показать, что вычет $\Pi_\alpha^\beta(K)$ в полюсе положителен.

Проведенный анализ показывает, что в $O(N)\times O(K)$ - симметричной фазе теории помимо скалярного $N\times K$ - супермультиплета с массой m для значений $\nu > 0$ $(\lambda_{1R} > \lambda_{2R})$ динамически возникает также векторный $O(K)$ - супермультиплет с массой M.

Что касается пропагатора (7) суперполя ω'^{ij}, то он, как и в случае $D = 2$, не обладает полюсной особенностью. Именно, при $K^2 \sim 4m^2$ ($\Sigma(K^2)$ не имеет нулей) $D(K) \sim \left[(4m^2 - K^2)\ln\frac{4m^2-K^2}{m^2}\right]^{-1}$. Поэтому и здесь, по всей видимости, нельзя говорить о наличии в теории частиц с массой $2m$.

Сравнивая полученные здесь результаты для спектра масс присутствующих в теории частиц с результатами в случае $D = 2$, видим, что $O(N)\times O(K)$ - симметричные фазы модели для $D = 2$ и $D = 3$ полностью идентичны.

Рассмотрим, наконец, решение П (см.(4)).
Нетрудно видеть, что эффективный потенциал (3) при $\rho_S = \sigma_S = 0$ неаналитичен. Поэтому корректное построение теории возмущений вблизи решения П не представляется возможным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

I. Братчиков А.В., Тютин И.В. Динамическое образование массивных векторных полей в $O(N)\times O(K)$ - инвариантных $O(N)/O(N-K)$ - моделях ($D = 2;3$). Препринт Томского филиала СО АН СССР ,1985, № 32, с.13.

2, Братчиков А.В., Григорян Р.П., Дериглазов А.А. $1/N$ - разложение в двухмерной суперсимметричной $O(N)\times O(K)$ - инвариантной $O(N)/O(N-K)$ модели и динамическое образование массивных векторных частиц. Препринт ЕФИ-971(21)-87, Ереван, 1987.

Рукопись поступила 24 ноября 1987г.

Р.П.ГРИГОРЯН, Г.Н.ХАЧАТРЯН

ДИНАМИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ МАССИВНЫХ ВЕКТОРНЫХ ЧАСТИЦ В СУПЕРСИММЕТРИЧНОЙ $O(N)\times O(K)$ - ИНВАРИАНТНОЙ $O(N)/O(N-K)$ МОДЕЛИ $(D=3)$

Редактор Л.П.Мукаян

Технический редактор А.С.Абрамян

Подписано в печать 24/П-88г. ВФ-03032 Формат 60x84/I6
Офсетная печать. Уч.изд.л.0,5 Тираж 299 экз.Ц. 8 к.
Зак.тип.№ 33 Индекс 3624

Отпечатано в Ереванском физическом институте
Ереван 36, Маркаряна 2

The address for requests:
Information Department
Yerevan Physics Institute
Markaryan St., 2
Yerevan, 375036
Armenia, USSR

индекс 3624

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ