


ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱԶԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
YEREVAN PHYSICS INSTITUTE



Л.А.ГЕВОРГЯН, А.Г.ШАМАМЯН

**ОБ УВЕЛИЧЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ
ВЫНУЖДЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ СИСТЕМЫ
ОНДУЛЯТОРОВ**

ЦНИИАтоминформ
ЕРЕВАН—1988

Լ.Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, Ա.Հ. ՇԱՄԱՄՅԱՆ

**ՀԱՐԿԱԴՐԱԿԱՆ ՃԱՌԱԳԱՑԹՄԱՆ ՈՒԺԵՂԱՑՄԱՆ ԳՈՐԾԱԿՑԻ ՄԵԵԱՑՈՒՄԸ
ՕՆԴՈՒԼՅԱՏՈՐՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳՈՒՄ**

Աշխատանքում ստացված է օնդոլլյատորների համակարգում մոտազայթման ուժգնության համախա-անկյունային բանաձևը: Ցույց է տրված, որ ինքնաբեր մոտազայթման կորի ձևը օնդոլլյատորների միջև եղած հեռավորության մեծացմանը զուգընթաց նեղանում է: Քանի որ հարկադրական մոտազայթման ուժեղացման գործակիցը կախված է կորի ձևի անանցյալից, ապա գծային տեսությունը օնդոլլյատորների համակարգում զգալի մեծանում է ուժեղացման գործակիցը:

Երևանի Ֆիզիկայի ինստիտուտ

Երևան 1988



УДК 621.375.8

Л.А.ГЕВОРГЯН, А.Г.ШАМАМЯН

ОБ УВЕЛИЧЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ
ВЫНУЖДЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ СИСТЕМЫ ОНДУЛЯТОРОВ

В работе получена формула для спектрального распределения интенсивности излучения системы ондуляторов, разделенных промежутком. При этом выявлено, что форма линии спонтанного излучения изменяется, а именно, сужается при увеличении расстояния между ондуляторами. Так как коэффициент усиления вынужденного излучения зависит от производной формы линии, то, как показано в работе, по крайней мере, в линейном режиме с помощью системы ондуляторов можно добиться увеличения коэффициента усиления.

Ереванский физический институт

Ереван 1988

Preprint EDM-IO46(9)-88

L.A. GEVORGIAN, A.H. SHAMAMIAN

ON THE INCREASE IN THE GAIN OF INDUCED EMISSION
FROM AN UNDULATOR SYSTEM

A formula for the spectral distribution of intensity of emission from a system of gap-separated undulators is derived. It is found that the form of spontaneous emission line is changing, viz., it narrows if the gap between the undulators increases. As the gain factor of the induced emission depends on the derivative of the form of the line, then, as shown in this work, at least in the linear mode the gain factor may be increased by means of the undulator system.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1988

ВВЕДЕНИЕ

Характерные особенности, отличающие лазеры на свободных электронах (ЛСЭ) от приборов классической электроники, делают их наиболее перспективными из всех источников коротковолнового излучения [1-5]. Основой ЛСЭ является процесс генерации вынужденного ондуляторного излучения. Появление ускорителей электронов с достаточно малой угловой расходимостью и энергетическим разбросом, высокой энергией и относительно большой плотностью тока в пучке способствовало развитию теории и постановке экспериментов по вынужденному излучению релятивистских частиц.

В 1977 году Винокуров и Скринский предложили видоизменение ЛСЭ - оптический клистрон (ОК) - систему ондуляторов, разделенных промежутком [6]. В работах [7-II] методом самосогласованного решения уравнения Власова с уравнением Максвелла определялись характеристики спонтанного излучения и с помощью теории Мадея - коэффициент усиления вынужденного излучения. В данной работе сперва получена формула для частотно-углового распределения спонтанного излучения и лишь затем методом, изложенным в книге [12], определен коэффициент усиления. Показано, что в результате когерентного сложения излучений электрона в двух ондуляторах происходит сужение формы линии спонтанного излучения, что приводит к увеличению коэффициента усиления.

I. ВЕРОЯТНОСТЬ СПОНТАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ СИСТЕМЫ ОНДУЛЯТОРОВ

Рассмотрим движение релятивистского электрона в поле системы двух спиральных одинаковых ондуляторов, каждый длиной L , разделенных промежутком SL , где $S > 0$. В ондуляторах частица движется по винтовой линии вдоль оси Z (направление магнитного поля ондулятора) со скоростью $\beta_z c$ и поперечной $v_{\perp} c$, а между ними — прямолинейно и равномерно. Следовательно, траектория имеет вид

$$\vec{z}(t) = \begin{cases} (-R \cos \Omega t, -R \sin \Omega t, \beta_z c t) & 0 < t < \frac{L}{\beta_z c}, \frac{(S+1)L}{\beta_z c} < t < \frac{(S+2)L}{\beta_z c} \\ (0, 0, \beta_z c t) & \frac{L}{\beta_z c} < t < \frac{(S+1)L}{\beta_z c} \end{cases}, \quad (I.1)$$

где R — радиус спирали электрона, Ω — частота вращения, c — скорость света.

Движение релятивистских частиц и процесс излучения фотонов с достаточной точностью описываются классической теорией. Поэтому вероятность спонтанного излучения может быть определена в результате деления на $\hbar \omega$ классически вычисленной интенсивности излучения системы. Частотно-угловое распределение интенсивности за единицу времени пролета частицы имеет вид

$$W_{sp}(\omega, \theta) = \frac{d^3 W}{\hbar \omega d\Omega d\omega dt} = \frac{e^2 \omega \beta_z}{8\pi^2 \hbar L} |\vec{I}|^2. \quad (I.2)$$

Для системы двух ондуляторов

$$\begin{aligned} \vec{I} &= \vec{I}_1 + \vec{I}_2 = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{z})} [\vec{n} \times \vec{\beta}(t)] dt = \\ &= \int_0^{L/\beta_z c} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{z})} [\vec{n} \times \vec{\beta}(t)] dt + \int_{(S+1)L/\beta_z c}^{(S+2)L/\beta_z c} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{z})} [\vec{n} \times \vec{\beta}(t)] dt, \\ \vec{I}_1 &= \int_0^{L/\beta_z c} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{z})} [\vec{n} \times \vec{\beta}(t)] dt, \\ \vec{I}_2 &= \int_{(S+1)L/\beta_z c}^{(S+2)L/\beta_z c} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{z})} [\vec{n} \times \vec{\beta}(t)] dt, \end{aligned} \quad (I.3)$$

где \vec{n} - направляющий вектор вдоль $\vec{k} = \frac{\omega \vec{n}}{c}$, ω - частота излучения, $\vec{\beta}(t)$ - относительный вектор скорости электрона.

В I.3 учтено отсутствие излучения на промежутках $-\infty < t < 0$, $\frac{L}{\beta_z c} < t < \frac{(S+1)L}{\beta_z c}$ и $\frac{(S+2)L}{\beta_z c} < t < +\infty$.

Компоненты вектора \vec{n} и векторного произведения $[\vec{n} \times \vec{\beta}(t)]$ имеют вид:

$$\vec{n} = \{ \sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta \}, \quad (I.4)$$

$$[\vec{n} \times \vec{\beta}(t)] = \left\{ \beta_z \sin \theta \sin \varphi + \frac{R\Omega}{c} \cos \Omega t \cos \theta, \right.$$

$$\left. \frac{R\Omega}{c} \cos \theta \cos \Omega t - \beta_z \sin \theta \cos \varphi, \frac{\Omega R}{c} \sin \theta \cos(\Omega t - \varphi) \right\}. \quad (I.5)$$

Подставим (I.1) и (I.4) в выражение для экспоненты, обозначим через $\alpha = \omega(1 - \beta_z \cos \theta)$ и $\alpha = \frac{\omega R \sin \theta}{c}$ и, используя разложение по функциям Бесселя

$$\exp [i a \cos (\Omega t - \varphi)] = \sum_{p=-\infty}^{\infty} e^{i p\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} e^{-i p \Omega t} J_p(\alpha),$$

получим

$$\exp [i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{z})] = \sum_{p=-\infty}^{\infty} e^{i p\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right)} e^{i(\alpha - p \Omega) t} J_p(\alpha). \quad (I.6)$$

Функции Бесселя удовлетворяют следующим соотношениям:

$$J_{p-1}(\alpha) + J_{p+1}(\alpha) = \frac{2p}{\alpha} J_p(\alpha), \quad (I.7)$$

$$J_{p-1}(\alpha) - J_{p+1}(\alpha) = 2\dot{J}_p(\alpha).$$

Запишем тригонометрические функции, зависящие от t , в виде экспонент; с помощью (I.6) и (I.1) для первого интеграла имеем

$$\begin{aligned} \vec{I}_1 = & \sum_{p=-\infty}^{\infty} e^{i p\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)} \left[\vec{i} \left(J_p(\alpha) \left(\beta_z \sin \theta - \frac{\Omega R p}{c \alpha} \cos \theta \right) \sin \varphi + \right. \right. \\ & \left. \left. + i \dot{J}_p(\alpha) \frac{R \Omega}{c} \cos \theta \cos \varphi \right) - \vec{j} \left(J_p(\alpha) \left(\beta_z \sin \theta - \frac{\Omega R p}{c \alpha} \cos \theta \right) \cos \varphi + \right. \right. \\ & \left. \left. + i \dot{J}_p(\alpha) \frac{\Omega R}{c} \cos \theta \cos \varphi \right) - \vec{d} i \sin \theta \frac{\Omega R}{c} \dot{J}_p(\alpha) \right] \int_0^{L/\beta_z c} e^{i(\alpha - p \Omega) t} dt, \end{aligned} \quad (I.8)$$

где \vec{i} , \vec{j} и \vec{d} - единичные векторы вдоль осей x , y и z . При вычислении второго интеграла получим аналогичное выражение, лишь с иными пределами интегрирования. Так как \vec{i} , \vec{j} и \vec{d} ортогональны, то

$$|\vec{I}|^2 = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{16 \sin^2 \left[\frac{(\alpha - p\Omega)L}{2\beta_z c} \right]}{(\alpha - p\Omega)^2} \cos^2 \left[\frac{(\alpha - p\Omega)(s+1)L}{2\beta_z c} \right] Q(p), \quad (I.9)$$

где

$$Q(p) = J_p^2(\alpha) \left[\beta_z \sin \theta - \frac{\beta_z p}{\alpha} \cos \theta \right]^2 + \beta_z^2 J_p^2(\alpha).$$

Поскольку в выражении (I.9) $Q(p)$ умножается на δ -образную функцию, то здесь дают вклад лишь гармоники с номерами $p > 0$. Для системы ондуляторов, разделенных промежутком,

$$W_{sp}(\omega, \theta) = \sum_{p=1}^{\infty} \varphi_p(\omega, \theta) F_s(z),$$

где

$$z = \frac{(\alpha - p\Omega)L}{\beta_z c}, \quad \varphi_p(\omega, \theta) = \frac{e^2 \omega L}{8\pi^2 \beta_z \hbar c^2} Q(p), \quad (I.10)$$

$$F_s(z) = \frac{4 \sin^2(z/2)}{(z/2)^2} \cos^2[z/2 (s+1)]. \quad (I.11)$$

Заметим, что при $\theta = 0$ излучается лишь первая гармоника с резонансной частотой $\omega_z = 2\Omega\gamma_z^2$ (γ_z - лоренц-фактор вдоль z) и, следовательно,

$$\varphi(\omega_z, \theta = 0) = \frac{e^2 \omega_z q^2 L}{8\pi^2 \gamma_z^2 \hbar \beta_z c}, \quad (I.12)$$

где $q = \beta_z \gamma$ - параметр ондулятора, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ - лоренц-фактор.

При $S=0$ (I.10) переходит в выражение для одиночного ондулятора длиной $2L$:

$$W_{sp}(\omega, \theta) = \sum_{p=1}^{\infty} \varphi_p(\omega, \theta) F_{S=0}(z). \quad (I.13)$$

Анализ (I.10) и (I.11) показывает, что максимум интенсивности в обоих случаях не изменяется, а происходит изменение формы спектра с сужением ширины линии (см. рис. I).

2. КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ ВЫНУЖДЕННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПОЛЕ СИСТЕМЫ ОНДУЛЯТОРОВ

В случае ондуляторной системы вероятность спонтанного излучения является достаточно резкой функцией параметров ω и θ . При генерации во внешнем фотонном поле, когда фазовая скорость волны совпадает со скоростью электрона, и при определенной (резонансной) энергии происходит явление резонанса. Вероятность спонтанного излучения убывает при фиксировании одного из параметров и отклонении другого от резонансных значений. Поэтому для p -гармоники $W_{sp}(\omega, \theta)$ можно представить в виде

$$W_{sp}(\omega, \theta) = \varphi_p(\omega_z, \theta_z) F_s(z). \quad (2.1)$$

При движении в поле фотонов релятивистские частицы вынужденно излучают и поглощают. Сечения этих процессов связаны с (2.1) следующим образом:

$$B_{\text{погл}}(\omega, \theta) = 2\pi\lambda^2 \rho_e W_{\text{сп}}(\omega, \theta), \quad (2.2)$$

$$B_{\text{изл}}(\omega, \theta) = 2\pi\lambda^2 \rho_e W_{\text{сп}}(\omega, \theta),$$

где ρ_e - плотность электронов, $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$ - длина волны излучения.

Сечение поглощения и излучения не равны друг другу, так как за счет квантовой отдачи происходит сдвиг резонансной частоты ($\omega_2^{(+)}$ и $\omega_2^{(-)}$ - резонансные частоты излучения и поглощения соответственно).

Следовательно, коэффициент усиления $g(\omega, \theta)$ вынужденного излучения, определяемый как относительное возрастание интенсивности излучения в результате одного прохождения электрона через систему ондуляторов, имеет вид:

$$g(\omega, \theta) = 2\pi\lambda^2 \rho_e \varphi_p(\omega_2, \theta_2) [F_3(z^+) - F_3(z^-)], \quad (2.3)$$

где $F_3(z^+)$ соответствует излучению, а $F_3(z^-)$ - поглощению. Разность функции формы линии можно представить в виде первого члена разложения по степеням малого параметра $\Delta z = z^+ - z^-$:

$$g(\omega, \theta) = 2\pi\lambda^2 \rho_e \varphi_p(\omega_2, \theta_2) \frac{\partial F_3(z)}{\partial z} \Delta z. \quad (2.4)$$

где для ондуляторной системы при $p = 1$

$$\Delta z = \frac{2L\Omega}{\omega_2 \beta_z c} \Delta \omega.$$

Определить $\Delta\omega = \omega_2^{(+)} - \omega_2^{(-)}$ можно из законов сохранения энергии и импульса. За счет квантовой отдачи происходит изменение лоренц-фактора:

$$\gamma^{(\pm)} = \frac{E \pm \hbar\omega}{mc^2}. \quad (2.5)$$

При $\rho = 1$ и $\theta = 0$ $\Delta\omega = \frac{4\hbar\omega_2^2}{E}$, а $\Delta z = \frac{32\pi N\hbar\omega_2}{E}$,

N - число витков в ондуляторе. Подставив (I.13) и (2.5) в выражение (2.4), для определенного значения λ_2 получим

$$g(\omega, \theta) = \frac{16\pi^2 N^2 q^2 z_0 \beta_z \rho_e \lambda_2}{\gamma(1+q^2)} \frac{\partial F_s(z)}{\partial z}, \quad (2.6)$$

где $z_0 = \frac{e^2 \gamma}{E}$ - классический радиус электрона, λ_2 - резонансная длина волны. Проведем аналитическое исследование функции $\frac{\partial F_s(z)}{\partial z}$. Функция $\frac{\sin^2 z/2}{(z/2)^2}$ в выражении (I.11) при $S \gg 1$ ведет себя более гладко, чем $\cos^2 [z/2(S+1)]$. Поэтому в данном приближении можно считать $\frac{\sin^2(z/2)}{(z/2)^2} = \text{const}$ и

$$\frac{\partial F_s(z)}{\partial z} \approx - \frac{\sin^2(z/2)}{(z/2)^2} \frac{\sin [z(S+1)]}{2} (S+1), \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial F_s^2(z)}{\partial z^2} \approx - \frac{\sin^2(z/2)}{(z/2)^2} \frac{\cos [z(S+1)]}{2} (S+1)^2. \quad (2.8)$$

Максимумы и минимумы (2.7) определяются из (2.8):

$$z_{\min} = (\pi/2 + 2\pi k) / (S+1), \quad k \in \mathbb{Z} \quad (\text{целое число})$$

$$z_{\max} = (-\pi/2 + 2\pi k) / (S+1)$$

В первом максимуме при $K = 0$

$$\frac{\partial F_s(z)}{\partial z} : \frac{\partial F_{s=0}(z)}{\partial z} = \frac{\pi^2}{8} (s+1)$$

и

$$g_s(\omega, \theta) : g_{s=0}(\omega, \theta) = \frac{\pi^2}{8} (s+1) .$$

Итак, разделив одиночный ондулятор длиной $2L$ на два одинаковых с длиной L и промежутком SL , получим увеличение коэффициента усиления в $s+1$ раз.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В системе двух ондуляторов, разделенных промежутком, происходит взаимодействие полей излучения первого и второго ондуляторов, результатом которого является интерференция: изменение формы линии с сужением ширины спектра в $s+1$ раз по сравнению с одиночным ондулятором длиной $2L$. Коэффициент усиления зависит от производной формы линии, поэтому он также возрастает в $s+1$ раз. Однако из физических соображений на S следует наложить ограничение: так, оптимальное значение определяется из условия линейности режима усиления. Так как коэффициент усиления определяется из условия $e^{gL} = 1 + gL$, а в линейном режиме $gL \ll 1$, то

$$g_{s=0}(\omega, \theta)L \ll 1,$$

$$g_s(\omega, \theta)L \ll 1.$$

Следовательно, $s+1 \leq \frac{1}{g_{s=0}L}$ и максимум S есть

$$\max S = \frac{1}{g_{s=0}L} - 1.$$

Кроме того, на S следует наложить ограничение, вытекающее из следующего факта: естественная ширина линии при своем сужении должна быть больше, чем всякие неоднородные уширения. Для практического применения этого эффекта необходимо более подробно изучить все ограничения на S и найти оптимальное его значение.

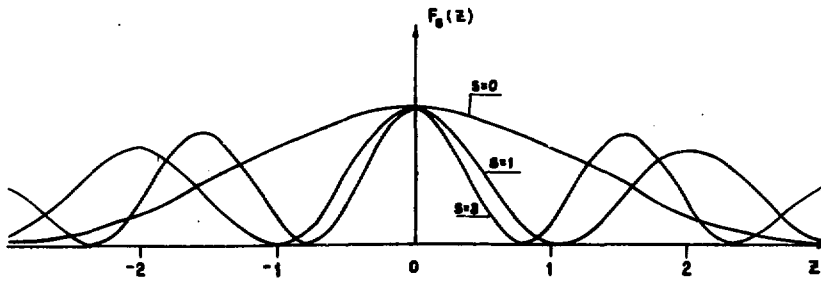


Рис. 1.

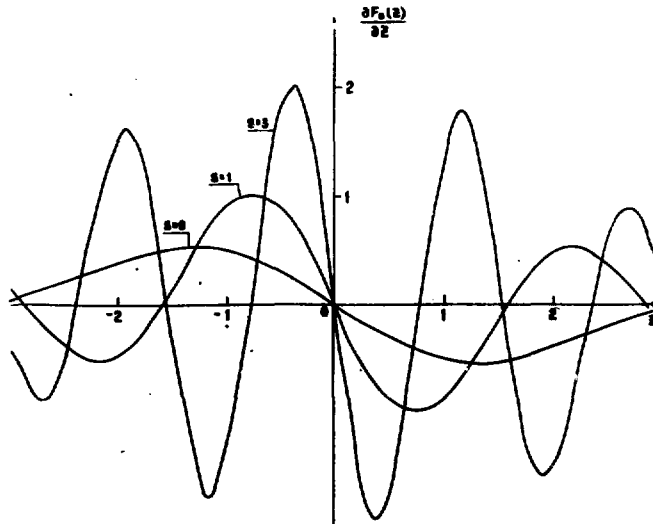


Рис. 2.

ПОДПИСИ К РИСУНКАМ

Рис. 1. Плотность вероятности спонтанного излучения системы ондуляторов длиной L , разделенных промежутком SL , в относительных единицах для разных значений S , которые указаны на кривых. Резкость функции при возрастании S увеличивается.

Рис. 2. Коэффициент усиления вынужденного излучения для системы ондуляторов при разных значениях S в относительных единицах. С увеличением S коэффициент усиления возрастает.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hopf F.A., Meystre P., Scully M.O. Classical theory of a free-electron laser. *Optics Communications*, 1976, vol.18. p. 413-416
2. Федоров М.В. Взаимодействие электронов с электромагнитным полем в лазерах на свободных электронах. *УФН*, (1981), т.135, № 2, с.213-236.
3. Варфоломеев А.А. Лазеры на свободных электронах и перспективы их развития. Обзор, ИАЭ, Москва, 1980.
4. Генераторы когерентного излучения на свободных электронах. /Под.ред.Рухадзе А.А. , М.: Мир, 1983.
5. Colson W.B., Sesler A.M. Free electron lasers. *Ann.Rev. Nucl.Part. Sci.*, 1985, vol.35; p.25-54.
6. Винокуров Н.А., Скринский А.Н. Генераторный клистрон оптического диапазона на ультрарелятивистских электронах. Препринт 77-59, Новосибирск, ИЯФ СО АН СССР, 1977.
7. Coisson R. Generalized description of harmonic generation in a transverse optical klystron, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1983, vol.QE-19, No.3, p.306-308.
8. Boscolo I., Colson W.B. Small gain formula and saturation in an optical klystron free electron laser, *NIMPR*, 1985 vol.A237, p.118-123.
9. Gover A.A., Friedman A., Luccio A. Three dimensional modeling and numerical analysis of super-radiant harmonic emission in an FEL (optical klystron), *NIMPR A*, 1987, vol.259, p.163-176.

10. Prazeres K., Lappierre Y., Ortega J.M. Monte Carlo simulation of the harmonic generation in an optical klystron or undulator, NIMPR A, 1987, vol.259, p.184-191.
11. Colson W.B., Blau J. Free-electron laser theory in weak optical fields, NIMPR A, 1987, vol.259, p.198-202.
12. Базылев В.А., Жеваго Н.К. Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. М.: Наука, 1987.

Рукопись поступила 21 декабря 1987 г.

Л.А.ГЕВОРГЯН, А.Г.ШАМАЯН

ОБ УВЕЛИЧЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ ВЫНУЖДЕННОГО
ИЗЛУЧЕНИЯ СИСТЕМЫ ОНДУЛЯТОРОВ

Редактор Л.П.Мукаян

Технический редактор А.С.Абрамян

Подписано в печать 4/IV-88г. ВФ-03070 Формат 60x84/16

Офсетная печать. Уч.изд.л. 0,8 Тираж 299 экз. ЦДЮ к.

Зак.тип№ 151

Индекс 3624

Отпечатано в Ереванском физическом институте

Ереван 36, Маркаряна 2

The address for requests:
Information Department
Yerevan Physics Institute
Markaryan St., 2
Yerevan, 375036
Armenia, USSR

индекс 3624



ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ