

ЕФИ--1064 (27) 88 .

Препринт ЕФИ-1064(27)-88

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱԶԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ  
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
YEREVAN PHYSICS INSTITUTE

*Կապ, Ս.*

А.Р.АВАКЯН, ЯН ШИ

ДВИЖЕНИЕ КАНАЛИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ  
В КРИСТАЛЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ ГИПЕРЗВУКОВОЙ  
ВОЛНЫ

ЦНИИАтоминформ  
ЕРЕВАН—1988

Հ.Ռ. ԱՎԱԳՅԱՆ, ՅԱՆ ՇԻ

ԿԱՆԱԼԱՑՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՇԱՐԺՈՒՄԸ ԲՅՈՒՐԵՂՈՒՄ՝

ԳԵՐՉԱՑՆԱՅԻՆ ԱԼԻՔԻ ԱՌԿԱՑՈՒՓՑԱՄԲ

Վերլուծական և թվային ուսումնասիրության է ենթարկված բյուրեղային հարթությունների նկատմամբ փոքր անկյուններով բյուրեղներթափանցող մասնիկների դինամիկան՝ երկայնակի գերծայնային ալիքի առկայությամբ, հաշվի առնելով հարթությունների իրական դաշտի անհարմոնիկությունը: Ստացված և ուսումնասիրված է՝ ըստ լայնական տատանումների լայնույթի /ամպլիտուդ/ մասնիկների բաշխումը փնջում, միջինացված սկզբնական պայմաններով՝ բյուրեղ ներթափանցելիս: Առաջին անգամ ցույց է տրված, որ անհարմոնիկությունը ,,ձգում,, է կանալում մասնիկների լայնական տատանումների լայնույթը դեպի որոշ ուղղորդման սային կողմը, որը կախված է ծայնի համաբնութայինից: Քըննարկվում է այդ երևույթի դերը բյուրեղում ինտենսիվ և՛ քվազիմոնոքրոմատիկ մառազայթման ստեղծման մեջ:

Երևանի Ֆիզիկայի ինստիտուտ

Երևան 1988



УДК 621.039.8

А.Р.АВАКЯН, ЯН ШИ

ДВИЖЕНИЕ КАНАЛИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ В КРИСТАЛЛЕ  
ПРИ НАЛИЧИИ ГИПЕРЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ

Аналитически и численно исследована динамика частиц, влетающих в кристалл под малыми углами относительно кристаллографических плоскостей, при наличии продольной гиперзвуковой волны с учетом ангармонизма реального поля плоскостей. Получено и исследовано распределение частиц в пучке по амплитуде поперечных колебаний, усредненное по начальным условиям при влете частиц в кристалл. Впервые показано, что ангармонизм приводит к эффекту "стягивания" амплитуд поперечных колебаний частиц в канале к некоторой резонансной амплитуде, зависящей от частоты звука. Обсуждается роль этого эффекта для образования интенсивного и квазимонохроматического излучения в кристалле.

Ереванский физический институт

Ереван 1988

A.R. AVAKIAN, G. YANG

MOTION OF CHANNELED PARTICLES IN A CRYSTAL  
IN PRESENCE OF A HYPERSONIC WAVE

There is analytically and numerically solved the dynamics of particles incident on a crystal at small angles relative to the crystallographic planes, in presence of a hypersonic wave with regard to the anharmonism of the real field of the planes. The particle distribution by the amplitude of transverse oscillations, averaged over the initial conditions at incidence of particles into the crystal, is obtained and studied. It is for the first time shown that the anharmonism leads to a "contraction" of the particles transverse oscillations amplitudes to a resonance one which is a function of the sound frequency. The role of this effect in an intensive and quasi-monochromatic emission in a crystal is discussed.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1988

## I. Введение

Интерес к исследованию динамики частиц при малых углах влета в кристалл относительно кристаллографических осей или плоскостей особенно возрос после обнаружения интенсивного и квазимонохроматического излучения [1,2] при каналировании частиц в кристалле. При этом, важным является исследование влияния различных внешних полей на движение частиц, находящихся в режиме каналирования или квазиканалирования. Рассматривался вопрос о воздействии поперечных [3,4] и продольных [3,5,6] волн упругой деформации. В [5,6] было указано на возникновение резонанса, когда частота внешней модуляции потенциала приближается к удвоенной частоте  $2\omega_0$  собственных поперечных колебаний частицы в канале. Методом теории возмущений в приближении гармонического (параболического) потенциала плоскостей для позитронов было получено, что при подходе к резонансу позитрон "раскачивается", т.е. амплитуда его поперечных колебаний растет. По оценкам авторов [5,6] интенсивность излучения при этом может заметно возрасти.

В [7] аналогичная задача рассмотрена вблизи резонанса, также в приближении гармонического потенциала, при помощи известного решения уравнения Матье (см., напр. [8]). Показано, что при резонансе амплитуда поперечных колебаний каждого отдельного позитрона в канале экспоненциально растет со временем, что по мнению авторов [7] при определенных условиях может существенно увеличить интенсивность его излучения.

Однако потенциал плоскостей реальных кристаллов всегда является ангармоническим. Даже для позитронов ангармонизм заметен при подходе к потенциальным барьерам. Например, на расстоянии от плоскости, равном половине полуширины канала, ангармонизм уже составляет величину порядка 6-10%. При этом ангармонизм может иметь принципиальное значение, так как он приводит к нелинейному уравнению движения. В частности, ангармонизм приводит к зависимости частоты собственных поперечных колебаний частицы в канале от амплитуды, что влечет за собой неизбежный уход от резонанса при изменении амплитуды, в результате чего её рост будет ограничен.

## 2. Уравнения движения

Будем исходить из потенциала  $U(x)$  непрерывных плоскостей реального кристалла, который может быть записан в виде

$$U(x) = U_0 \xi^2 + U_1 \xi^4 + \dots + U_m \xi^{2m+2} + \dots, \quad (I)$$

где  $\xi = 2x/d_x$ ,  $d_x$  - расстояние между плоскостями (ширина

канала),  $x$  отсчитывается от точки минимума потенциала  $U(x)$ . В случае позитрона точка минимума  $U(x)$  находится в середине между плоскостями, а значения первых величин  $U_m$  для некоторых кристаллов, вычисленные с помощью потенциала Мольера для отдельных атомов, образующих плоскости (см. напр., [9]), приведены в таблице.

При наличии продольной звуковой волны в направлении  $z$  пролета частицы появляется модуляция потенциала плоскостей из-за малых изменений расстояний  $d_z$  между атомами плоскости. Обозначим максимальное относительное изменение этих расстояний через  $\mu$  :

$$\mu = (\Delta d_z / d_z)_{\max}. \quad (\mu > 0). \quad (2)$$

Поскольку  $\mu \ll 1$  (обычно  $\mu$  не превышает нескольких процентов), модулированный потенциал плоскостей имеет вид [3,5]

$$U_s(x) = (1 + \mu \cos(2\pi z / \lambda_s)) U(x), \quad (3)$$

где  $\lambda_s$  - длина волны звука. В случае ультрарелятивистских частиц  $z \approx ct$  ( $c$  - скорость света), тогда аргумент косинуса может быть записан в виде

$$2\pi z / \lambda_s = \Omega t, \quad (4)$$

где  $\Omega$  представляет собой некоторую частоту модуляции потенциала. Частота  $\Omega$  связана с частотой звука  $\Omega_s$  очевидным соотношением  $\Omega_s = v_s \Omega / c$ , где  $v_s$  - соответствующая скорость звука. При ангармонизме резонанс наступает [5-7] при  $\Omega = 2\omega_0$ , где

$$\omega_0 = 2(2U_0/E)^{1/2} c/d_x, \quad (5)$$

$E$  - энергия частицы.

Рассмотрим уравнение движения позитрона с учетом потенциала (3) и (I)

$$\ddot{\xi} + \omega_0^2 \xi + \mu \omega_0^2 \xi \cos \Omega t + \omega_0^2 \sum_{m \geq 1} (m+1) (U_m/U_0) \xi^{2m+1} = 0. \quad (6)$$

При написании уравнения (6) для простоты дальнейшего анализа мы опустили члены  $\mu \omega_0^2 \cos \Omega t \sum (m+1) U_m \xi^{2m+1} / U_0$ , так как в случае позитронов, находящихся внутри канала, имеем  $|U_m/U_0| < 1$  и  $|\xi| < 1$ . Численные расчеты, проведенные с учетом указанных членов, показали, что эти члены качественно не оказывают заметного влияния на основные результаты.

Решение уравнения (6) будем искать в виде (см. напр., [8])

$$\xi(t) = a(t) \cos(\Omega t/2 + \theta(t)), \quad (7)$$

где  $a(t)$  и  $\theta(t)$  - новые неизвестные величины, удовлетворяющие условию

$$\dot{\xi}(t) = -a(t)\omega_0 \sin(\Omega t/2 + \theta(t)). \quad (8)$$

При этом мы предполагаем, что величины  $a(t)$  и  $\theta(t)$  мало изменяются за период  $2\pi/\omega_0$  ( $\approx 4\pi/\Omega$ ). Подставляя (7) и (8) в уравнение (6) и усредняя по периоду, получаем систему дифференциальных уравнений относительно  $a(t)$  и  $\theta(t)$  :

$$\dot{a} = \frac{\mu \omega_0 a}{4} \sin 2\theta, \quad (9)$$

$$\dot{\theta} = \frac{\mu \omega_0}{4} \cos 2\theta + \omega(a) - \frac{\Omega}{2}, \quad (10)$$

где

$$\omega(a) = \omega_0 \left( 1 + \sum_{m>1} c_m a^{2m} \right), \quad (11)$$

$$c_m = \frac{(m+1)(2m+2)! U_m}{2^{2m+2} [(m+1)!]^2}. \quad (12)$$

В частности,  $c_1 = 3U_1/4U_0$ ,  $c_2 = 15U_2/16U_0$ .

Как видно из таблицы, величина  $c_1$  составляет  $\sim 0,2-0,4$  и отнюдь не мала по сравнению с  $\mu/4$ .

При отсутствии звуковой волны ( $\mu = 0$ ) решение уравнений (9), (10) имеет вид

$$\theta(t) = \left( \omega(a) - \frac{\Omega}{2} \right) t + \theta_0, \quad (13)$$

$$a(t) = a_0, \quad (14)$$

где  $\theta_0 = \theta(t_0)$ ,  $a_0 = a(t_0)$  определяются начальными условиями при влете частицы в кристалл.

Подставляя (13) и (14) в (7), получаем, что в этом случае частица совершает поперечные колебания в канале с собственной частотой  $\omega(a)$ , зависящей от амплитуды. При каналировании позитронов в реальных кристаллах собственная частота  $\omega(a)$  заметно отличается от  $\omega_0$ , соответствующей малым амплитудам, при  $a > 0,6$ .

Когда  $\mu \neq 0$ , но в правой части уравнения (10) главными являются члены, не зависящие от  $\theta$ , функция  $\theta(t)$  приближенно определяется той же формулой (13), т.е. поперечные колебания частицы в канале происходят с той же частотой, а амплитуда колебаний слабо осциллирует вокруг значения  $\alpha_0$ .

Неравенство

$$\left| \omega(\alpha) - \frac{\Omega}{2} \right| \leq \frac{\mu \omega_0}{4} \quad (15)$$

можно рассматривать как условие резонанса звуковой волны с собственными поперечными колебаниями частицы в ангармоническом канале.

Действительно, при отсутствии ангармонизма ( $C_m = 0$  при  $m \geq 1$ ) решение уравнений (9), (10) имеет вид:

$$\theta = \alpha z \operatorname{ctg}(v/u), \quad \alpha = (u^2 + v^2)^{1/2}, \quad (16)$$

где функции  $u$  и  $v$  соответствуют известному решению уравнения Матье [8]

$$u = D_1 e^{\gamma_0 t} + D_2 e^{-\gamma_0 t},$$

$$v = \gamma_0 (D_1 e^{\gamma_0 t} - D_2 e^{-\gamma_0 t}) / (\mu \omega_0 / 4 + \Omega / 2 - \omega_0), \quad (17)$$

$$\gamma_0 = [(\mu \omega_0 / 4)^2 - (\omega_0 - \Omega / 2)^2]^{1/2} \quad (18)$$

в резонансной области, определяемой условием (15) при  $\omega(\alpha) = \omega_0$  ( $D_1, D_2$  определяются начальными условиями).

### 3. Стационарные решения

Согласно теории Пуанкаре [8], в общем случае решение системы уравнений (9), (10) со временем асимптотически приближается к одному из "стационарных решений": к некоторым постоянным величинам  $a(t) = a_s$ ,  $\theta(t) = \theta_s$  (синхронные колебания  $\xi(t)$ ) или к периодическому решению (асинхронные колебания), когда колебания  $\xi(t)$  совершаются с двумя частотами, близкими к  $\omega(a)$ , т.е. имеет место бифуркация.

Найдем амплитуду  $a_s$  и фазу  $\theta_s$  синхронных колебаний. Приравняв к нулю правые части уравнений (9), (10), получаем

$$\begin{aligned} \theta_s &= n\pi/2 \quad (n - \text{целое число}), \\ \omega(a_s) &= \Omega/2 - (-1)^n \mu \omega_0/4. \end{aligned} \quad (19)$$

Разложим теперь уравнения (9), (10) вблизи синхронного решения  $a(t) = a_s$  и  $\theta(t) = \theta_s$ :

$$\begin{aligned} d(\delta a)/dt &= (-1)^n \mu \omega_0 a_s \delta \theta/2, \\ d(\delta \theta)/dt &= 2\omega_0 \sum_{m \geq 1} C_m m a_s^{2m-1} \delta a, \end{aligned} \quad (20)$$

( $\delta a \equiv a(t) - a_s$  и  $\delta \theta \equiv \theta(t) - \theta_s$  - малые отклонения от синхронного решения).

Дифференцируя первое из уравнений (20) по  $t$  и затем используя второе уравнение, получаем

$$d^2(\delta a)/dt^2 = (-1)^n \mu \omega_0^2 \sum_{m \geq 1} C_m m a_s^{2m} \delta a. \quad (21)$$

Это уравнение имеет смысл только при

$$(-1)^n \sum_{m \geq 1} C_m m a_s^{2m} < 0, \quad (22)$$

так как в противном случае  $\delta a$  экспоненциально растет со временем и быстро становится немалым, что делает уравнения (20) (следовательно, и (21)) неприменимыми.

При выполнении неравенства (22) решение (19) устойчиво, и величина  $\delta a$  осциллирует с частотой (представляющей собой частоту биений величины  $\xi(t)$ )

$$\nu = \omega_0 \left| \mu \sum_{m \geq 1} C_m m a_s^{2m} \right|^{1/2}. \quad (23)$$

В общем случае немалых отклонений решения от  $a_s$  и  $\theta_s$  частота биений  $\nu$  зависит от начальных значений амплитуды  $a_0$  и фазы  $\theta_0$ .

В реальных кристаллах  $c_1 > 0$ , и  $c_2 a^4$ ,  $c_3 a^6$ , ... для не близких к единице значений  $a$  малы по сравнению с  $c_1 a^2$ . Оказывается, если ограничиться членом  $c_1 a^2$  в системе уравнений (9), (10), удается получить аналитическое решение:

$$a^2 = a_s^2 + [(\alpha_1 + \alpha_2 \cos^2 \theta + \alpha_3 \cos^4 \theta)^{1/2} - \alpha_3^{1/2} \cos^2 \theta] / c_1, \quad (24)$$

$$\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{(\alpha_1 - \alpha_2 \cos^2 \theta + \alpha_3 \cos^4 \theta)^{1/2}} = \omega_0 (t - t_0), \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= c_1^2 (a_0^2 - a_s^2)^2 + c_1 \mu a_0^2 \cos^2 \theta_0, \\ \alpha_2 &= c_1 \mu a_s^2, \quad \alpha_3 = \mu^2/4, \\ \alpha_s^2 &= \left( \frac{\Omega}{2\omega_0} - 1 + \frac{\mu}{4} \right) / c_1.\end{aligned}\tag{26}$$

Можно убедиться, что при  $a_0^2$  и  $\theta_0$ , мало отличающихся от  $a_s^2$  и  $\theta_s = \pi/2$ , из (24) и (25) получается, что величина  $a^2$  осциллирует с частотой

$$\nu = \omega_0 \sqrt{\alpha_2}, \tag{27}$$

что находится в полном согласии с формулой (23).

#### 4. Численный расчет и усреднения по начальным условиям

Для иллюстрации выводов общего анализа характера движения, изложенного в разделах [2,3], а также для исследования случаев, когда общий анализ затруднителен, нами проведен численный расчет траекторий позитронов в реальном ангармоническом поле кристаллографических плоскостей, модулированном звуковой волной.

Для этого подстановкой (16) система уравнений (9) и (10), приведена к виду [8], более удобному для численных расчетов

$$\begin{aligned}\dot{u} &= \left[ \frac{\mu\omega_0}{2} + \frac{\Omega}{2} - \omega(\alpha) \right] v, \\ \dot{v} &= \left[ \frac{\mu\omega_0}{2} - \frac{\Omega}{2} + \omega(\alpha) \right] u, \\ \alpha &= (u^2 + v^2)^{1/2}.\end{aligned}\tag{28}$$

Методом Рунге-Кутта система уравнений (28) решалась численно при разных начальных значениях  $u_0$  и  $v_0$ , определяемых начальными амплитудой  $a_0$  и фазой  $\theta_0$  поперечного движения позитрона. Из полученных значений функций  $u(t)$  и  $v(t)$  вычислялся квадрат амплитуды  $a^2 = u^2 + v^2$ .

Когда  $a_0$  и  $\theta_0$  мало отличаются от соответствующих значений  $a_s$  и  $\theta_s$  синхронных колебаний, определяемых формулой (19), величина  $a^2$  осциллирует вокруг значения  $a_s^2$  (рис.1) с частотой  $\nu$ , определяемой (23).

Когда  $a_0$  или  $\theta_0$  более чем на 10-20 % отличаются от  $a_s$  или  $\theta_s$ , величина  $a^2$  тоже осциллирует, но не всегда вокруг  $a_s^2$  (рис.2). Видно, что частота осцилляций величины  $a^2$  зависит от  $a_0$  и  $\theta_0$  (см. (25), (26')).

Для сравнения на рис.2 приведена зависимость квадрата амплитуды  $a^2$  при отсутствии ангармонизма (штриховая кривая), рассчитанная по формулам (16)-(18). Хорошо видно, что зависимости  $a^2$  от времени в реальном ангармоническом поле (кривые 1-4) имеют качественно иной характер.

Как общий анализ, так и численный расчет показывают, что движение частицы существенным образом зависит от начальных условий  $a_0$  и  $\theta_0$ . Например, при одинаковой начальной амплитуде  $a_0$ , но разных начальных фазах  $\theta_0$ , кривые существенно разные (кривые 3 и 4 на рис.2): в одном случае амплитуда в целом становится несколько больше (кривая 3), а в другом случае - несколько меньше (кривая 4).

Если частицы влетают в кристалл со случайной фазой  $\theta_0$ , то уместно рассмотреть интересующую нас характеристику движе-

ния (например, амплитуду  $a$  поперечных колебаний частицы в канале или её квадрат  $a^2$ ), усредненную по ансамблю частиц, т.е. в данном случае по начальной фазе  $\theta_0$ .

Квадрат  $a^2$  амплитуды, усредненный по значениям  $\theta_0$ , которые предполагаются равновероятно распределенными между 0 и  $2\pi$ , для данного значения начальной амплитуды  $a_0$  немонотонно изменяется с глубиной проникновения (рис.3). Однако в целом значения  $a^2$  постепенно подходят к квадрату некоторой резонансной амплитуды  $a_r$  ( $\approx a_s$ ), определяемой условием (15) (на рис. 3 значение  $a_s^2$  показано стрелкой). При этом  $a^2$  приближается к  $a_r^2$  как при  $a_0^2 > a_s^2$ , (точечная кривая), так и при  $a_0^2 < a_s^2$  (штриховая кривая). Другими словами, имеет место своеобразное "стягивание" амплитуд поперечных колебаний частиц к резонансной.

В реальных экспериментальных ситуациях невозможно точно задать начальные значения амплитуды  $a_0$  и фазы  $\theta_0$ . Поперечное сечение пучка всегда намного больше ширины канала. Кроме того, продольный размер сгустка частиц, как правило, такой, что время влета сгустка значительно превышает период звуковых колебаний. Это означает, что мы должны говорить о распределении частиц по интересующим нас характеристикам движения. С помощью такого распределения можно вычислить средние по ансамблю частиц значения соответствующих характеристик, наблюдаемые в эксперименте. В частности, весьма важным является распределение  $P(a)$  частиц по амплитуде поперечных колебаний.

Численный расчет показал, что если частицы влетают в кристаллы под нулевым углом относительно плоскостей с равновероят-

ным распределением по  $\alpha_0$  ( $P(\alpha_0) = I$ ), то с течением времени распределение деформируется. Например, при  $\omega_0 t = 40$  (что соответствует проникновению позитронов с энергией в несколько ГэВ вглубь кристалла на расстояния, порядка 20–30 мкм) в распределении появляется широкий максимум в области  $\alpha \approx 0,35$  для  $C\alpha S$  (рис.4), если настроить частоту звуковой волны на резонанс со значительной частью (около 50–70 %) позитронов, имеющих собственную частоту  $\omega_0$ .

Расчет показывает, что деформация распределения  $P(\alpha)$  практически не влечет за собой изменения среднего квадрата  $\langle \alpha^2 \rangle$  амплитуды поперечных колебаний позитронов пучка.

## 5. Обсуждение

Таким образом, как общий анализ, так и численный расчет, убедительно показывают, что в реальном ангармоническом поле кристаллографических плоскостей, модулированном звуковой волной, в условиях резонанса амплитуда поперечных колебаний частицы не всегда растет как в модели гармонического потенциала [7], а в общем случае осциллирует вокруг некоторого значения. Квадрат амплитуды, усредненный по пучку частиц, практически не увеличивается для разумных толщин кристаллов даже при очень больших мощностях звука, или, по крайней мере, увеличивается весьма незначительно.

Другими словами, надежда на усиление излучения [5–7] каналированных частиц, обусловленное резонансным увеличением амплитуд их поперечных колебаний в канале, не вполне оправдывается.

Наличие звука может сыграть роль в другом аспекте.

Воздействие звука сводится к тому, что амплитуды поперечных колебаний частиц, близкие к  $\alpha_3$ , определяемой частотой звука и свойствами кристалла (см. (I9) при  $n = 1$ ), в среднем "стягиваются" к  $\alpha_3$  \*).

В реальных кристаллах частицы всегда испытывают некоторое некогерентное рассеяние на тепловых колебаниях атомов решетки. Это рассеяние приводит к постепенному возрастанию амплитуд поперечных колебаний частиц в канале и в конце концов выводит часть частиц из канала [10, 11]. Явление "стягивания" амплитуд, обнаруженное в настоящей работе, может замедлить указанный процесс деканализирования.

Отмеченное обстоятельство имеет немаловажное значение для образования излучения частицами в кристалле. Подавление процесса деканализирования делает возможным сбор излучения канализированных частиц с более толстого кристалла, т.е. получение излучения более высокой интенсивности.

Кроме того, плохая монохроматичность излучения канализированных электронов связана с зависимостью их частоты поперечных колебаний в канале от амплитуды. Явление "стягивания" амплитуд делает разброс амплитуд электронов несколько меньше, и, следовательно, излучение более монохроматичным. При этом пиковую частоту можно регулировать путем изменения соответствующих характеристик звука.

---

\* ) Такой результат нами получен в случае позитронов, однако можно думать, что качественно аналогичное явление имеет место и для электронов.

Оценка показывает, что если положить  $\alpha_s \approx 1$  (частицы стягиваются к энергетическому барьеру) для электронов с энергией порядка 5 ГэВ, частота звука  $\Omega_s$  получается порядка  $0,5-5 \cdot 10^9$  Гц.

Следует также отметить, что реальное значение глубины модуляции  $\mu$  поля звуковой волны может быть значительно меньше, чем то, которое использовалось в расчетах ( $\mu=0,1$ ). Уменьшение  $\mu$  приводит к уменьшению интервала значений  $\alpha_0$ , для которых имеет место явление резонансного "стягивания" (см.(15)), а также частоты осциллирующей амплитуды (см.(23) и (25)).

Естественно, для конкретного расчета спектра излучения необходимо построить количественную теорию движения канализованных частиц под воздействием звуковой волны с учетом многократного некогерентного рассеяния.

Авторы благодарны Аматуни А.Ц., Марджаняну А.А. и Элбакяну С.С. за плодотворные обсуждения.

Таблица

Значения  $U_0, U_1, U_2, U_3$  и глубины потенциальной ямы  $V_0 = \sum_{m \neq 0} U_m$  в (эВ) для кристаллов алмаза, кремния и  $\text{CdS}$  в случае плоскостей (110) при температуре  $T = 300^\circ\text{K}$

	$U_0$	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$V_0$
C	18,9	5,34	1,38	0,9	22,5
Si	15,7	5,87	3,93		23,4
CdS	22,6	11,5	6,55	4,8	35,2

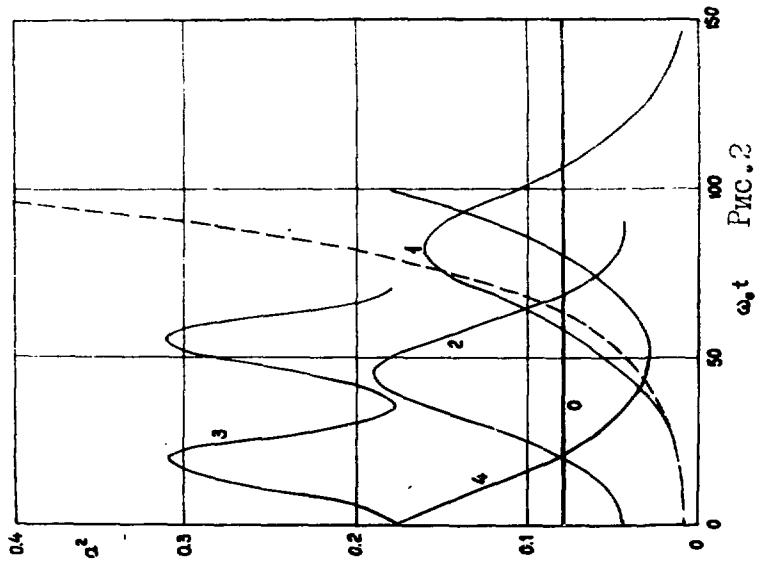


Рис. 2

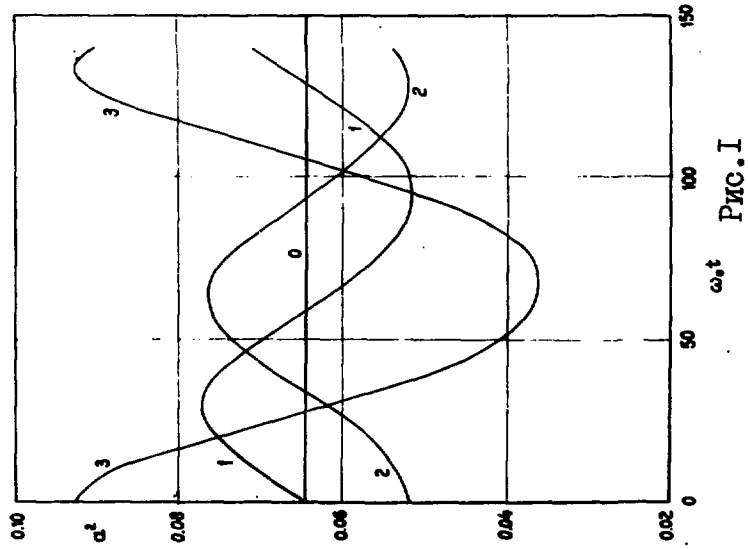


Рис. 1

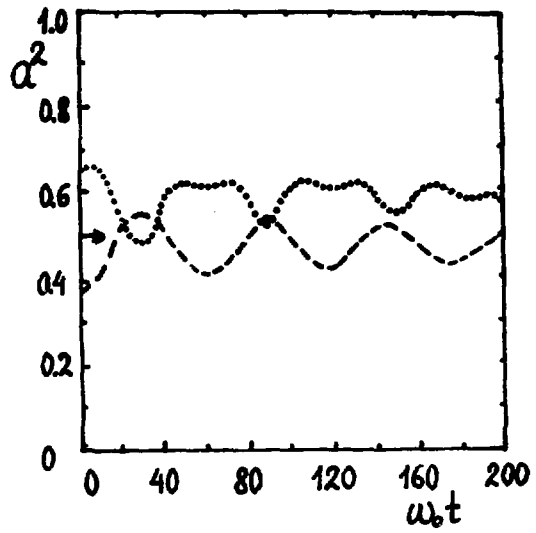


Рис.3

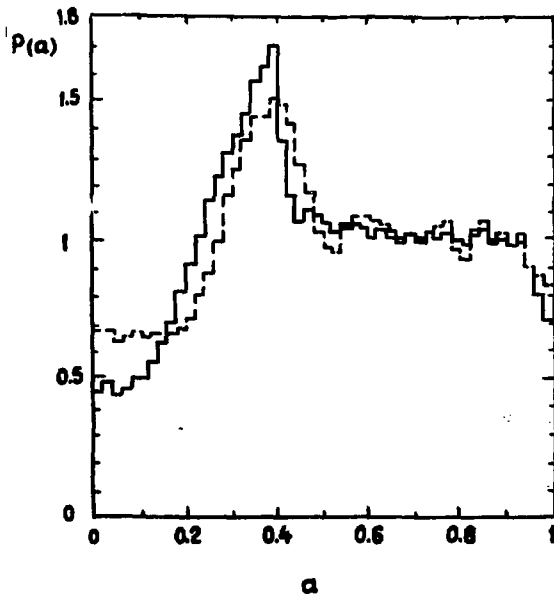


Рис.4

ПОДПИСИ К РИСУНКАМ

Рис.1 Квадрат амплитуды  $a^2$  поперечных колебаний позитрона, каналированного плоскостями (110) кристалла  $CdS$ , в зависимости от времени при малых отклонениях начальных значений амплитуды  $a_0$  и фазы  $\theta_0$  от значений  $a_s = 0,25$  и  $\theta_s = \pi/2$ , соответствующих синхронным колебаниям;  $\omega_0$  - частота собственных колебаний в середине канала (см.(5));  $\Omega/2\omega_0 = 0,9995$ . Цифры у кривых соответствуют 0 -  $a_0 = a_s$ ,  $\theta_0 = \theta_s$ ; 1 -  $a_0 = a_s$ ,  $\theta_0 = \theta_s - 0,1$ ; 2 -  $a_0 = 0,9 a_s$ ,  $\theta_0 = \theta_s$ ; 3 -  $a_0 = 1,2 a_s$ ,  $\theta_0 = \theta_s$ . Амплитуда  $a$  дается в единицах полуширины  $d_x/2 = 1,03 \cdot 10^{-8}$  см.  $\mu = 0,1$ .  $t_0 = 0$ .

Рис.2 То же, что и на рис.1 для  $a_s = 0,28$ ,  $\theta_s = \pi/2$ ,  $\Omega/2\omega_0 = 1,005$ . Цифры у кривых соответствуют: 0 -  $a_0 = a_s$ ,  $\theta_0 = \theta_s$ ; 1 -  $a_0 = 0,33 a_s$ ,  $\theta_0 = 0$ ; 2 -  $a_0 = 0,75 a_s$ ,  $\theta_0 = 0$ ; 3 -  $a_0 = 1,5 a_s$ ,  $\theta_0 = 0$ ; 4 -  $a_0 = 1,5 a_s$ ,  $\theta_0 = \theta$ . Штриховая кривая соответствует решению (17) уравнения Матье при  $a_0 = 0,33 a_s$ ,  $\theta_0 = 0$ .

Рис.3 Средний квадрат амплитуды  $a^2$  поперечных колебаний позитронов, каналированных плоскостями (110) кристалла  $CdS$ , в зависимости от времени при  $a_0 = 0,806$  (точечная кривая) и  $a_0 = 0,592$  (штриховая кривая). Стрелкой указано значение  $a_s = 0,707$  ( $\Omega/2\omega_0 = 0,84$ ,  $\mu = 0,1$ ). Значение  $\omega_0 t = 50$  соответствует проникновению порядка 35 мкм.

Рис.4 Функция распределения каналированных позитронов по амплитуде  $\alpha$  поперечных колебаний в (110) CdS , усредненная по начальной фазе  $\theta_0$  , при  $\omega_0 t = 20$  (штриховая линия) и  $\omega_0 t = 40$  (сплошная линия),  $\Omega/2\omega_0 = 1,005$ . Распределение при влете в кристалл - равномерное:  $P(\alpha_0) = 1$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кумахов М.А. О возможности существования эффекта спонтанного излучения квантов релятивистскими каналированными частицами. ДАН СССР, 1976, т.230, № 5, с.1077-1080.
2. Авакян Р.О. , Мирошниченко И.И., Мерри Д.Д., Фигут Т.Х. Излучение ультрарелятивистских позитронов, движущихся в монокристалле вблизи кристаллографических плоскостей и осей. ЖЭТФ, 1982, т.82, № 5, с.1825.
3. Плотников С.П., Каплин В.В., Воробьев С.А. Кристаллический ондулятор. Тезисы докладов X Совещания по проблемам применения пучков заряженных частиц для изучения состава и свойств вещества. Изд-во МГУ, Москва, 1979, с.18-29.
4. Barishevskii V.B., Dubovskaya I.Ia., Grubich A.O. Phys. Lett. 1980, vol.77A, p.61.
5. Mkrtchyan A.R., Gasparyan R.A., Gabrielyan R.G. Channelled Positron Radiation in the Hypersonic Wave Field. -Phys. Lett., 1986, vol.115, N.8, p.410-412.
6. Мкртчян А.Р., Гаспарян Р.А., Габриелян Р.Г. Излучение каналированных позитронов в поле гиперзвуковой волны. ЖЭТФ. 1987, т.93, с.432.
7. Аматуни А.Ц., Элбакян С.С. Излучение при приближении к резонансному плоскостному деканализованию. Препринт ЕФИ-1050(13)-88, Ереван, 1988.
8. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974.

9. Авакян А.Р., Жеваго Н.К., Ян Ши. Угловое распределение радиационных потерь энергии релятивистских электронов в монокристалле. Изв. АН Арм ССР, 1985, т.20, № 5, с.252-258.
10. Линдхард Й. Влияние кристаллической решетки на движение быстрых заряженных частиц. УФН, 1969, т.99, № 2, с.249-296.
11. Белошицкий В.В., Кумахов М.А. Многократное рассеяние каналированных ионов в кристалле. Плоскостное каналирование. ДАН СССР, 1973, т.212, № 3-5, с.846-847.

Рукопись поступила 10 февраля 1988 г.

А.Р.АВАКЯН, ЯН ШИ

ДВИЖЕНИЕ КАНАЛИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ В КРИСТАЛЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ  
ГИПЕРЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ

Редактор Л.П.Мукаян

Технический редактор А.С.Абрамян

---

Подписано в печать 19/У-88г. ВФ-03127 Формат 60x84/16

Офсетная печать. Уч.изд.л. 1,0

Тираж 299 экз. Ц. 15 к.

Зак. тип. № 250

Индекс 3624

---

Отпечатано в Ереванском физическом институте  
Ереван 36, Маркаряна 2

**The address for requests:  
Information Department  
Yerevan Physics Institute  
Markaryan St., 2  
Yerevan, 375036  
Armenia, USSR**

**индекс 3624**



**ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**