

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ԻՆՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ԳԻՏՄԱԿԱՆ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄ ՆԱՍԿԻՆԵ ՍՈՑԻԱԼԻԶՄԻ

ЕФИ 115(75)

Ա.Լ.ԱՎԱԿՅԱՆ, Մ.Ա.ԱԳԻՆՅԱՆ, Դ.Մ.ԳԱՐԻԲՅԱՆ,
ԿՆ ՏԻ

ՉԻՏԵՆՆԱԿԱՆ ԲԱՏՉԵՐ ԴԻՆԱՄԻԿԵՍԻԿ ԹԱԿՍԻՄՈՒՄՈՎ
ՐԵՆՏԵՆՈՎՍԿՈՎ ՍԵՐԵՃՈՒՄՈՎ ԻՆԶԼՈՒՇԵՆԻԱ

ԱՐՄՍ
ԵՐԵՎԱՆ 1975



ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Научное сообщение ЕФИ-11 5(75)

А.Л.АВАКЯН, М.А.АГИНЯН, Г.М.ГАРИБЯН,
ЯН ШИ

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКИХ МАКСИМУМОВ
РЕНТГЕНОВСКОГО ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Ереван 1975

Ереванский Физический
ИНСТИТУТ
Зал препринтов

© Ереванский физический институт, 1975

В предыдущих работах [1] было показано, что при пролете ультррелятивистской заряженной частицы через монокристалл возникает наряду с обычным рентгеновским переходным излучением, образуемым на границах кристалла и испускаемым в основном вперед (центральное пятно), еще и рентгеновское излучение на брэгговских частотах, испускаемое под брэгговскими углами (боковые пятна). Когда кристалл не является слишком тонким (подробно см. [16]), в центральном и боковых пятнах появляются узкие и высокие максимумы, так называемые динамические максимумы.

Общие формулы, полученные в [16], дают угловой и частотный спектры указанных излучений. Эти формулы имеют весьма сложный вид. Однако, если рассматривать случай "толстого" кристалла, т.е. когда поглощение в нем значительно как для нормально, так и для аномально (эффект Бормана) проходящих волн, то формулы существенно упрощаются, хотя и остаются достаточно сложными.

В настоящей работе рассматривается в основном этот случай и производится аналитическое интегрирование соответствующих формул по азимутальному углу как в случае Лауэ, так и в случае Брэгга. Далее производится численное интегрирование по полярному углу и частоте с целью вычислить число квантов излучения в центральном и боковых пятнах для различных значений лоренц-фактора заряда. Некоторые частные результаты для случая Лауэ были опубликованы в [2].

Для исследования поведения динамических максимумов в зависимости от толщин, в том числе и "промежуточных", в заключение рассмотрен случай Брэгга для отражения почти точно назад, когда расчетные формулы проще.

Вместе с тем заметим, что ранее в работе [3] рассматривалась аналогичная задача, но были получены другие окончательные формулы и численные оценки, являющиеся значительно завышенными.

1. Исходные формулы

Как было отмечено в [16], спектр рентгеновского переходного излучения вблизи брэгговских частот сложным образом зависит от толщины кристалла. Поэтому для простоты рассмотрим сначала достаточно толстый кристалл — такой, чтобы образующиеся излучения стремились бы к своим предельным значениям. Тогда согласно формулам (32), (33), (42) и (45) работы [16] числа квантов излучения в центральном и боковых пятнах определяются соответственно формулами

$$N = \int N(\nu, \vartheta, \phi) d\nu d\vartheta d\phi$$

$$N_k = \int N_k(\nu, \vartheta, \phi) d\nu d\vartheta d\phi, \quad (1)$$

где в случае Лауэ

$$N(\nu, \vartheta, \phi) = \frac{\omega^2 \vartheta}{(2\pi)^6 \hbar c} \left\{ |E_n^{\text{pac}}|^2 + |E_p^{\text{pac}}|^2 \right\} \quad (2)$$

$$N_k(\nu, \vartheta, \phi) = \frac{\omega^2 \vartheta}{(2\pi)^6 \hbar c} \left\{ |E_{kn}^{\text{pac}}|^2 + |E_{kp}^{\text{pac}}|^2 \right\} \cos 2\theta_B,$$

а в случае Брэгга

$$N(\nu, \vartheta, \phi) = \frac{\omega^2 \vartheta}{(2\pi)^6 \hbar c} \left\{ \left| E_n^{\text{pac}} + \frac{E_{kn}^{\text{pac}} g_{0k}}{2\Delta n_1 + g_{00}} \right|^2 + \left| E_p^{\text{pac}} + \frac{E_{kp}^{\text{pac}} \cos 2\theta_B}{2\Delta p_1 + g_{00}} \right|^2 \right\} \quad (3)$$

$$N_k(\nu, \vartheta, \phi) = \frac{\omega^2 \vartheta}{(2\pi)^6 \hbar c} \left\{ \left| E_{kn}^{\text{pac}} + \frac{(2\Delta n_2 + g_{00}) E_n^{\text{pac}}}{g_{0k}} \right|^2 + \left| E_{kp}^{\text{pac}} + \frac{(2\Delta p_2 + g_{00}) E_p^{\text{pac}}}{g_{0k} \cos 2\theta_B} \right|^2 \right\} |\cos 2\theta_B|.$$

Здесь, как и в [16], приняты следующие обозначения:

$\nu = (\omega - \omega_B) / \omega_B$ — относительное отклонение частоты ω от брэгговской ω_B ; ϕ, ϑ — соответственно азимутальный и полярный углы излучения, причем угол ϕ отсчитывается от плоскости, проходящей через направление движения заряда \vec{n} и вектор обратной решетки \vec{K}_h (умноженный на 2π), а угол ϑ — от направления \vec{n} для центрального пятна, и направления

$(\omega/c)\vec{n} + \vec{K}_h$ — для бокового пятна; θ_B — брэгговский угол;

$g_{00} \approx g_{hh} = g' + ig''$, где $g' = -\omega_0^2 / \omega^2$,

$|g'| \gg g'' > 0$; $g_{0k} = g'_{0k} + ig''_{0k}$,

$|g'_{0k}| \gg g''_{0k} > 0$.

$$g'_{oh} = -\frac{\omega_0^2}{Z_{gr} \omega^2} \sum f_q(\vec{K}_k) \exp\{i\vec{K}_k \vec{r}_q - M_q(\vec{K}_k)\}, \quad (4)$$

где \vec{r}_q - положение q -го атома в элементарной ячейке, $f_q(\vec{K}_k)$ - атомный форм-фактор q -го атома, $M_q(\vec{K}_k)$ определяет фактор Дебая-Валлера, Z_{gr} - число электронов в элементарной ячейке, ω_0 - плазменная частота кристалла; g_{ho} получается из g_{oh} заменой \vec{K}_k на $-\vec{K}_k$.

Величины E_{α}^{pac} , E_{hd}^{pac} и $\Delta_{\alpha i}$ ($\alpha = n, p$, $i = 1, 2$) входящие в (2) и (3) определяются соответственно формулами

$$E_n^{pac} = \frac{8\pi^2 e i \vartheta \sin 2\theta_B \sin \phi}{\omega m_1} \cdot \frac{g_{oo}(\eta_h - g_{hh}) + g_{oh} g_{ho}}{\eta_o D_n},$$

$$E_{ha}^{pac} = \frac{8\pi^2 e i \vartheta \sin 2\theta_B \sin \phi}{\omega m_1} \cdot \frac{g_{ho}}{D_n}, \quad (5)$$

$$E_p^{pac} = -\frac{8\pi^2 e i}{\omega m_2 D_p \eta_o} \left\{ \cos 2\theta_B [g_{oo}(\eta_h - g_{hh}) + g_{oh} g_{ho}] \eta_o - (\vartheta^2 + (1-\beta^2) \cos 2\theta_B + \vartheta \sin 2\theta_B \cos \phi) [g_{oo}(\eta_h - g_{hh}) + \cos^2 2\theta_B g_{oh} g_{ho}] \right\};$$

$$E_{hp}^{pac} = -\frac{8\pi^2 e i g_{ho}}{\omega m_3 D_p} \left\{ \eta_o - g_{oo} \sin^2 2\theta_B - \cos 2\theta_B [\vartheta^2 + (1-\beta^2) \cos 2\theta_B + \vartheta \sin 2\theta_B \cos \phi] \right\}, \quad (6)$$

$$\Delta_{\alpha i} = \left\{ \bar{\nu} - g_{oo} \cos 2\theta_B - g_{hh} \pm [(g_{oo} \cos 2\theta_B - g_{hh} + \bar{\nu})^2 + 4g_{oh} g_{ho} \zeta^2 \cos 2\theta_B]^{1/2} \right\} / 4 \cos 2\theta_B, \quad (7)$$

$$\text{где } \bar{\nu} = -2(2\vartheta - \vartheta^2) \sin^2 \theta_B + 2\vartheta \sin 2\theta_B \cos \phi,$$

$$\beta = v/c, \quad \zeta = 1 \text{ при } \alpha = n \text{ и } \cos 2\theta_B \text{ при } \alpha = p.$$

Отметим, что в настоящей работе по сравнению с [16] для упрощения записи опущен знак \sim в обозначениях $\tilde{\eta}_o$, $\tilde{\eta}_h$ и \tilde{D}_α ($\alpha = n, p$), т.е.

$$\eta_o = \vartheta^2 + 1 - \beta^2,$$

$$\eta_h = \vartheta^2 + (1 - \beta^2) \cos 2\theta_B - 4\vartheta \sin^2 \theta_B + 2\vartheta \sin 2\theta_B \cos \phi, \quad (8)$$

$$D_\alpha = (\eta_o - g_{oo})(\eta_h - g_{hh}) - \zeta^2 g_{oh} g_{ho}.$$

Величины m_1 , m_2 , m_3 , входящие в (5) и (6), определяются формулами

$$m_1 = [-\vartheta^2 \sin^2 2\theta_B \cos^2 \phi + 2\vartheta \sin 2\theta_B (1 - \cos 2\theta_B) \cos \phi + \sin^2 2\theta_B + 2\vartheta^2 (1 - \cos 2\theta_B)]^{1/2}$$

$$m_2 = [-\vartheta^2 \sin^2 2\theta_B \cos^2 \phi + 2\vartheta \sin 2\theta_B (1 - \cos 2\theta_B) \cos \phi + \sin^2 2\theta_B + \vartheta^2 (1 - \cos 2\theta_B)^2]^{1/2} \quad (9)$$

$$m_3 = \left[\vartheta^2 \sin^2 2\theta_B (4 \cos 2\theta_B - 1) \cos^2 \phi - 2\vartheta \sin 2\theta_B \cos 2\theta_B \times \right. \\ \left. \times (1 - \cos 2\theta_B) \cos \phi + \sin^2 2\theta_B + \vartheta^2 (1 - \cos 2\theta_B)^2 \right]^{1/2}.$$

Отсюда видно, что если угол $2\theta_B$ не близок к π , имеем

$$m_1 = m_2 = m_3 = \sin 2\theta_B. \quad (10)$$

В случае, когда $2\theta_B = \pi$ (брэгговское отражение почти точно назад), из (9) получаем

$$m_1 = m_2 = m_3 = 2\vartheta. \quad (11)$$

Из (11) и (5), (6) легко видеть, что как было получено в [16] при $2\theta_B = \pi$ имеем

$$E_n^{\text{рас}} = E_{kn}^{\text{рас}} = 0 \\ E_p^{\text{рас}} = \frac{8\pi^2 e i \vartheta [g_{oo}(\eta_h - g_{hh}) + g_{oh} g_{ho}]}{\eta_o \omega \cdot D_p} \quad (12) \\ E_{hp}^{\text{рас}} = - \frac{8\pi^2 e i \vartheta g_{ho}}{\omega \cdot D_p}.$$

Этот случай будет подробно рассмотрен в разделе 5.

2. Интегрирование по ϕ

Прежде всего заметим, что в знаменателях подынтегральных функций (2) или (3) имеется характерная величина

$$|D_\alpha|^2 = A \cos^2 \phi + B_\alpha \cos \phi + C_\alpha, \quad (\alpha = n, p), \quad (13)$$

где

$$A = 4\vartheta^2 \sin^2 2\theta_B (\eta^2 + g''^2),$$

$$B_\alpha = 4\vartheta \sin 2\theta_B \left\{ \eta (\eta \zeta - \zeta^2 g'_{oh} g'_{ho}) + g''^2 \zeta + \right. \\ \left. + \zeta^2 [g'' (g''_{oh} g'_{ho} + g'_{oh} g''_{ho}) + \eta g''_{oh} g''_{ho}] \right\},$$

$$C_\alpha = (\eta \zeta - \zeta^2 g'_{oh} g'_{ho})^2 + (g'' \eta + \zeta^2 g''_{oh} g'_{ho})^2 + \\ + (g'' \zeta + \zeta^2 g''_{ho} g'_{oh})^2 + 2\zeta^2 (g'' g'_{oh} + g''_{oh} \zeta) (g'' g'_{ho} + g''_{ho} \eta), \quad (14)$$

$$\eta = \vartheta^2 + 1 - g'^2,$$

$$\zeta = \vartheta^2 + (1 - g'^2) \cos 2\theta_B - 4\vartheta \sin^2 \theta_B - g'.$$

Интегрирование по ϕ в (1) можно провести явно, используя, например, теорию вычетов. Для этого следует сделать замену переменных

$$t = \operatorname{tg} \frac{\phi}{2} \quad (15)$$

и затем рассматривать полученные интегралы в комплексной плоскости t . При изменении аргумента ϕ от нуля до 2π переменная t пробегает действительную ось. Значения интегралов можно найти по вычетам в полюсах, находящихся в верхней полуплоскости. В результате получим весьма громоздкие выражения, которые мы

здесь не будем приводить.

Однако интегрирование по Φ можно с хорошей точностью провести весьма просто, если привлечь некоторые физические соображения и сделать соответствующее приближение в исходных формулах.

Как было показано в [16], вдали от динамического максимума, обусловленного минимумом величины (13), интенсивность центрального пятна совпадает с интенсивностью обычного переходного излучения, описываемого макроскопической теорией, а интенсивность бокового пятна при этом весьма мала. Следовательно, представляет интерес вычислить отклонение интенсивности (числа квантов) центрального пятна от обычного переходного излучения и интенсивности (числа квантов) бокового пятна только вблизи динамических максимумов.

Величина (13) имеет минимум при

$$\cos \Phi = -\frac{B_{\alpha}}{2A} \quad (16)$$

В случае, когда

$$|B_{\alpha}| \leq 2A \quad (17)$$

динамический максимум достигается в физической области значений угла Φ , т.е. при действительных Φ . В противном же случае динамический максимум отсутствует. Будем вычислять интегралы (1) только при выполнении неравенства (17).

Эти интегралы при учете (2) или (3), а также (5), (6), (13), имеют общий вид

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{F(\cos \Phi) d\Phi}{A \cos^2 \Phi + B_{\alpha} \cos \Phi + C_{\alpha}} = 2 \int_0^{\pi} \frac{F(\cos \Phi) d\Phi}{A \cos^2 \Phi + B_{\alpha} \cos \Phi + C_{\alpha}}, \quad (18)$$

где $F(\cos \Phi)$ — некоторая функция от $\cos \Phi$, не имеющая особенностей в физической области значений Φ .

Разложим знаменатель подынтегральной функции интеграла (18) вокруг точки минимума. Такое разложение имеет вид

$$A \cos^2 \Phi + B_{\alpha} \cos \Phi + C_{\alpha} = \frac{P_{\alpha}^2}{4A} + \frac{4A^2 - B_{\alpha}^2}{4A} (\Phi - \Phi_0)^2, \quad (19)$$

где Φ_0 — решение уравнения (16), заключенное между 0 и π , а

$$P_{\alpha} = \sqrt{4AC_{\alpha} - B_{\alpha}^2} = 4\mathcal{V} \sin 2\theta_{\alpha} \quad (20)$$

$$\times |g''\eta^2 + \zeta^2 [\eta(g''_{oh} g'_{ho} + g''_{ho} g'_{oh}) + g''g'_{oh} g'_{ho}]|.$$

Подставляя (19) в (18) и вынося значение F при $\Phi = \Phi_0$ после интегрирования по Φ получаем

$$I = \frac{8\pi A}{P_{\alpha} \sqrt{4A^2 - B_{\alpha}^2}} F\left(-\frac{B_{\alpha}}{2A}\right). \quad (21)$$

Из этой формулы видно, что при $4A^2 - B_{\alpha}^2 \rightarrow 0$ величина I неограниченно возрастает. Однако это связано с не вполне корректным разложением (19) в этом случае. При $4A^2 - B_{\alpha}^2 = 0$ разложение имеет вид

$$A \cos^2 \Phi + B_{\alpha} \cos \Phi + C_{\alpha} = \frac{P_{\alpha}^2}{4A} + \frac{A}{4} (\Phi - \Phi_0)^4, \quad (22)$$

Поэтому вместо (21) будем иметь

$$I = \frac{2\pi\sqrt{2A}}{P_\alpha^{3/2}} F\left(-\frac{B_\alpha}{2A}\right). \quad (23)$$

Очевидно, что точная формула для интеграла I должна асимптотически переходить к формулам (21) и (23) в предельных случаях больших и малых значений $4A^2 - B_\alpha^2$ соответственно.

Выясним условия применимости указанных формул. Заметим, что при $4A^2 - B_\alpha^2 = 8AP_\alpha$ обе формулы совпадают. Это означает, что формула (21) применима при

$$4A^2 - B_\alpha^2 \gg 8AP_\alpha, \quad (24)$$

а формула (23) применима при выполнении обратного неравенства. Заметим, что если учесть конкретные выражения для A , B_α и P_α (см. (14) и (20)), то условие (24) можно также записать в виде

$$A - C_\alpha \gg 2P_\alpha. \quad (25)$$

С помощью формул (21) и (23) нетрудно вычислить вклады динамических максимумов в числа квантов центрального и боковых пятен.

3. Случай Лауэ

Подставив (5) и (6) в (2), и затем в (1), запишем полученные результаты в виде

$$N = \int [N_{\text{перех}}(\nu, \vartheta) + N'(\nu, \vartheta)] d\nu d\vartheta \quad (26)$$

$$N_R = \int N_R(\nu, \vartheta) d\nu d\vartheta,$$

где

$$N_{\text{перех}}(\nu, \vartheta) = \frac{2|g_{\infty}|^2 \vartheta^3}{137\pi \eta^2 \eta^2} \quad (27)$$

определяет спектр обычного переходного излучения, следующего из макроскопической теории,

$$N'(\nu, \vartheta) = \int_0^{2\pi} N(\nu, \vartheta, \phi) d\phi - N_{\text{перех}}(\nu, \vartheta) \quad (28)$$

$$N_R(\nu, \vartheta) = \int_0^{2\pi} N_R(\nu, \vartheta, \phi) d\phi.$$

Воспользовавшись (21), получим, что при выполнении условия (24) мы имеем

$$N'(\nu, \vartheta) = \frac{2|g_{\text{ок}}|^4 \vartheta^2}{137\pi \sin 2\theta_B \eta} \left[\frac{\sqrt{A - C_n}}{\eta^2 P_n} + \frac{G^2 \cos^2 2\theta_B}{P_p \sqrt{A - C_p}} \right], \quad (29)$$

$$N_R(\nu, \vartheta) = \frac{2|g_{\text{ок}}|^2 \text{ctg} 2\theta_B \vartheta^2}{137\pi} \left[\frac{\sqrt{A - C_n}}{\eta P_n} + \frac{\eta G^2}{P_p \sqrt{A - C_p}} \right],$$

где

$$G = 2\eta - \cos 2\theta_B [2g' \sin^2 \theta_B + \vartheta^2 + (1 - \vartheta^2) \cos 2\theta_B + 4\vartheta \sin^2 \theta_B + \frac{|g_{\text{ок}}|^2 \cos^2 2\theta_B}{\eta}]. \quad (30)$$

Когда выполняется условие

$$4A^2 - B_p^2 \ll 8AP_p, \quad (31)$$

то главные части величин $N'(\vartheta, \vartheta)$ и $N_R(\vartheta, \vartheta)$ выражаются формулами, если воспользоваться (23),

$$\begin{aligned} N'(\vartheta, \vartheta) &= \frac{\sqrt{2} |g_{oh}|^4 \vartheta^2 G^2 \cos^2 2\theta_B}{137\pi \sin 2\theta_B \eta P_p^{3/2}} , \\ N_R(\vartheta, \vartheta) &= \frac{\sqrt{2} |g_{oh}|^2 \operatorname{ctg} 2\theta_B \vartheta^2 \eta G^2}{137\pi P_p^{3/2}} . \end{aligned} \quad (32)$$

Когда же выполняется условие, аналогичное (31), но с индексом p , замененным на n , из-за наличия множителя $\sin \phi$ в (5), соответствующий вклад в динамический максимум, согласно (23), будет мал.

Интегрирование по ϑ и ϑ в (26) аналитически не удастся. Его следует провести численным методом. Однако заметим, что при достаточно больших $|\vartheta|$ интегрирование по ϑ можно провести явно с достаточно хорошей точностью.

Действительно, пусть

$$|\vartheta| \gg 1 - \beta^2, |g'|, |g_{oh}|, |g_{ho}| . \quad (33)$$

Тогда как видно из (14),

$$B_\alpha \approx -16 \beta \sin 2\theta_B \eta^2 \vartheta \sin^2 \theta_B ,$$

и условие (17) сводится к следующему простому неравенству

$$\vartheta \gg \vartheta_0 , \quad (34)$$

где $\vartheta_0 = |\vartheta \operatorname{tg} \theta_B|$.

Пусть теперь выполняется также неравенство, аналогичное (33), с величиной ϑ^2 в левой части. Тогда формулы (29) можно записать в виде

$$\begin{aligned} N'(\vartheta, \vartheta) &= \frac{|g_{oh}|^4}{137\pi \sin 2\theta_B g'' \vartheta^2} \left\{ \sqrt{\vartheta^2 - \vartheta_0^2} + \frac{\vartheta_0^2 \cos^4 2\theta_B}{\sqrt{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}} \right\} \\ N_R(\vartheta, \vartheta) &= \frac{|g_{oh}|^2 \operatorname{ctg} 2\theta_B}{137\pi g'' \vartheta^3} \left\{ \sqrt{\vartheta^2 - \vartheta_0^2} + \frac{\vartheta_0^2 \cos^2 2\theta_B}{\sqrt{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}} \right\} . \end{aligned} \quad (35)$$

Пользуясь (35), нетрудно вычислить величины

$$\begin{aligned} N'(\vartheta) &= \int N'(\vartheta, \vartheta) d\vartheta \\ N_R(\vartheta) &= \int N_R(\vartheta, \vartheta) d\vartheta . \end{aligned} \quad (36)$$

В результате для больших $|\vartheta|$ получим

$$N'(\vartheta) = \frac{|g_{oh}|^4 (1 + 5 \cos^4 2\theta_B)}{32 \cdot 137 \sin 2\theta_B g'' \vartheta_0^5} \quad (37)$$

$$N_R(\vartheta) = \frac{|g_{oh}|^2 \operatorname{ctg} 2\theta_B}{4 \cdot 137 g'' \vartheta_0} (1 + \cos^2 2\theta_B) .$$

Заметим, что выражения для $N'(\vartheta)$ и $N_h(\vartheta)$ имеют разные зависимости от ϑ_0 , т.е. от $|\vartheta|$. Однако при этом необходимо иметь в виду, что написанные формулы справедливы лишь при $|\vartheta| \ll 1$.

Для иллюстрации был произведен расчет чисел квантов в центральном и боковых пятнах вблизи динамического максимума для различных значений лоренц-фактора заряда γ . Расчет был осуществлен для монокристалла

LiH, который имеет кубическую структуру типа NaCl с постоянной решетки, равной 4,08Å. Заряд пролетает по оси [111], а отражение происходит на плоскостях (0,0 $\bar{2}$), т.е. угол отражения $\theta_B = 35^\circ 15'$. Соответствующая частота $\omega_B = 5,268$ кэв.

На рис. 1 и 2 приведены зависимости величин $N'(\vartheta, \vartheta)$ и $N_h(\vartheta, \vartheta)$ от угла ϑ для разных значений γ . Эти величины были вычислены по формулам (29) или (32) в зависимости от того, выполняется ли условие (24) или (31). Штриховая кривая соответствует величине $N_{\text{перех}}(\vartheta, \vartheta)$, определяемой формулой (27).

Из рисунков видно, что в случаях кривых 2 - 6, в области малых ϑ имеется провал. Это связано с тем, что при достаточно малых ϑ , как видно из (14), условие (17) не выполняется. Угол, при котором $|B_\alpha| = 2A$ ($\alpha = p$ или n), будем обозначать через ϑ_α .

На рис. 3 приведены зависимости величин $N'(\vartheta)$ и $N_h(\vartheta)$ от ϑ для разных значений γ -фактора заряда. Как видно из рисунка, величина $N_h(\vartheta)$ примерно на порядок больше $N'(\vartheta)$. Штриховой линией на спектре для бокового пятна обозначена соответствующая величина (при $\gamma = 1000$) для центрального пятна

$$N(\vartheta) = \int [N_{\text{перех}}(\vartheta, \vartheta) + N'(\vartheta, \vartheta)] d\vartheta. \quad (38)$$

Как видно из рисунка, величина $N_h(\vartheta)$ при $\vartheta = 0$ составляет $\sim 63\%$ от величины $N(\vartheta)$.

4. Случай Брэгга

В случае Брэгга как было указано в [16], динамический максимум в центральном пятне отсутствует. Что касается бокового пятна, то аналогично случаю Лауэ, рассмотренному в предыдущем разделе, получаем, что при $\vartheta < \vartheta_\alpha$, когда не выполняется условие (17), число квантов пренебрежимо мало. Вблизи ϑ_p , когда $|A - C_p| \ll 2P_p$ воспользовавшись (23), получим, что число квантов определяется формулой

$$N_R = \int N_R(\vartheta, \vartheta) d\vartheta d\vartheta,$$

$$N_R(\vartheta, \vartheta) = \frac{\sqrt{2} |g_{oh}|^2 \text{ctg} 2\theta_B \vartheta^2 G^2}{137\pi \eta P_p^{3/2}} \left(\eta + \frac{|g_{oh}|^2 \cos 2\theta_B}{\eta} \right)^2. \quad (39)$$

При достаточно больших ϑ , таких что выполняется неравенство $A - C_\alpha \gg 2P_\alpha$, согласно (21) получаем

$$N_R(\vartheta, \vartheta) = \frac{2|g_{oh}|^2 \text{ctg} 2\theta_B \vartheta^2}{137\pi \eta} \left\{ \frac{\sqrt{A - C_n}}{P_n} \left(1 + \frac{|g_{oh}|^2}{\eta^2 \cos 2\theta_B} \right)^2 + \frac{G^2}{P_p \sqrt{A - C_p}} \left(\eta + \frac{|g_{oh}|^2 \cos 2\theta_B}{\eta} \right)^2 \right\}, \quad (40)$$

где величина G определяется формулой (30).

Формулы (39) и (40) относятся к случаю, когда угол $2\theta_B$ не близок к π . При приближении угла $2\theta_B$ к π условие (17) может выполняться только для небольшого интервала значений ϑ . Причем как видно из выражений для B_α и ξ (см. (14)), при $\vartheta < 0$ такого интервала может и вовсе не оказаться. Поскольку при этом значения A и C_α малы, в основном будут осуществляться случаи, когда выполняются неравенства

$|A - C_\alpha| \ll P_\alpha$. Это означает, что роль нормальной поляризации ($\alpha = n$) будет значительно уменьшена. В пределе, когда $2\theta_B = \pi$ мы приходим к равенствам (12), в которых нормальная поляризация полностью отсутствует.

На рис. 4 приведена зависимость величины $N_h(\vartheta, \vartheta')$ от угла ϑ' для разных значений ϑ . Заряд пролетает по оси $[111]$, отражение происходит на плоскостях $(\bar{2}, 0, \bar{2})$, т.е. угол отражения $\theta_B = 54^\circ 45'$. Соответствующая частота $\omega_B = 5,268$ кэв.

Из рисунка видно, что характер кривых $N_h(\vartheta, \vartheta')$ от ϑ' весьма похож на соответствующие кривые для бокового пятна в случае Лауэ (рис. 2).

На рис. 5 приведена зависимость величины $N_h(\vartheta)$, определяемой формулой, аналогичной (36), от ϑ для разных значений γ -фактора

На рис. 6 приведены зависимости величин N' и N_h в случае Лауэ и N_h в случае Брэгга от γ -фактора. Для сравнения вычисления в последнем случае сделаны для двух ω_B . Заметим, что при достаточно больших γ -факторах, таких, что $\gamma^{-2} \ll |g'|$, величина N_h достигает насыщения.

5. Отражение почти точно назад

До сих пор мы рассматривали достаточно толстый кристалл, когда выполняются условия (см. [16]),

$$\left| \frac{\omega \ell}{c} \operatorname{Im} \Delta_{\alpha i} \right| \gg 1, \quad (41)$$

где ℓ - толщина кристалла, $\Delta_{\alpha i}$ определяются формулой (7). Физически условие (41) означает, что велико поглощение как для нормально, так и для аномально (эффект Бормана) проходящих волн. Для исследования динамических максимумов при произвольной толщине, как "малой" и "промежуточной", так и "большой", в настоящем разделе рассмотрен случай брэгговского отражения почти точно назад ($2\theta_B = \pi$), когда расчетные формулы сравнительно менее громоздки. При этом под "малой" толщиной будем понимать такую толщину, при которой выполняется условие

$$\left| \frac{\omega \ell}{c} \Delta_{\alpha i} \right| \ll 1, \quad (42)$$

под "промежуточной" --- когда не выполняются ни (42), ни (41), а под "большой" --- когда выполняются условия (41).

Для произвольной толщины числа квантов в центральном и боковом пятнах определяются формулами

$$N = \frac{\omega^2 \vartheta}{(2\pi)^6 \hbar c} \int |E^{\text{вак}}|^2 d\vartheta d\vartheta' d\Phi, \quad (43)$$

$$N_h = \frac{\omega^2 \vartheta}{(2\pi)^6 \hbar c} \int |E_h^{\text{вак}}|^2 d\vartheta d\vartheta' d\Phi,$$

где (см. [16], [4a])

$$E_{\text{бак}} = -\frac{8\pi^2 e i \mathcal{D}}{\omega \eta_0 Q} \left\{ g'(\exp[-i\omega l \Delta_2/c] - \exp[-i\omega l \Delta_1/c]) - \frac{g'(2h-g') + |g_{oh}|^2}{D_p} [2(\Delta_2 \times \exp[-i\omega l \Delta_2/c] - \Delta_1 \exp[-i\omega l \Delta_1/c]) + \eta_0(\exp[-i\omega l \Delta_2/c] - \exp[-i\omega l \Delta_1/c]) - 2(\Delta_2 - \Delta_1) \exp[-i(\omega/v - \lambda_0 + \omega/c(\Delta_1 + \Delta_2))l]] \right\} \exp[i(\omega/v - \lambda_0)l], \quad (44)$$

$$E_{\text{н}} = \frac{8\pi^2 e i \mathcal{D} g_{oh}}{\omega \eta_0 Q} \left\{ \exp[-i\omega l \Delta_2/c] - \exp[-i\omega l \Delta_1/c] - \frac{\eta_0}{D_p} [2(\Delta_2 \exp[-i\omega l \Delta_2/c] - \Delta_1 \exp[-i\omega l \Delta_1/c]) + \eta_0(\exp[-i\omega l \Delta_2/c] - \exp[-i\omega l \Delta_1/c]) - 2(\Delta_2 - \Delta_1) \exp[i(\omega/v - \lambda_0)l]] \right\}. \quad (45)$$

В приведенных формулах использованы обозначения:
 $\Delta_i = \Delta_{pi}$ ($i=1,2$), и

$$Q = (2\Delta_2 + g_{oo}) \exp[-i\omega l \Delta_2/c] - (2\Delta_1 + g_{oo}) \exp[-i\omega l \Delta_1/c]. \quad (46)$$

Был произведен численный расчет по формулам (43) - (45) для монокристалла алмаза (постоянная решетки - 3,56 Å) в случае, когда заряд влетает в кристалл по главной оси. Рассматривалось излучение в окрестности брэгговской частоты $\omega_B = 5,22 \text{кэВ}$, соответствующей отражению почти точно назад. Результаты расчета углового распределения показали, что динамические максимумы появляются только при достаточно больших толщинах кристалла, когда условие (42) не выполняется. Что касается угловой ширины динамического максимума, то при "промежуточных" толщинах она обратно пропорциональна толщине, а при "больших" толщинах она перестает быть зависящей от толщины, а определяется только поглощением (см. также [4а,б]).

На рис.7 приведены зависимости $N_h(\vartheta)$ от ϑ при разных толщинах и разных значениях γ -фактора. Приведенные кривые указывают на то, что максимуму излучения, отраженного назад, соответствует провал излучения, испускаемого вперед. Этим рассматриваемый случай Брэгга отличается от случая Лауэ, когда максимумам в боковых пятнах соответствуют максимумы в центральном пятне (см.рис.3). Кроме того, если в случаях Лауэ и Брэгга с углом $2\theta_B$, не близким к π , зависимости $N'(\vartheta)$ и $N_h(\vartheta)$ симметричны относительно ϑ (рис.3, 5), то в случае $2\theta_B = \pi$ эта зависимость резко несимметрична (см.рис.7).

На рис.8 приведены зависимости числа квантов N_h от толщины кристалла l для разных значений γ . Видно, что число квантов излучения, отраженного назад, с ростом толщины кристалла насыщается, а с ростом лоренц-

-фактора медленно растет.

ПОДПИСИ К РИСУНКАМ

- Рис.1 Зависимость величины $N'(\vartheta, \vartheta)$ от угла ϑ в случае Лауэ. Цифры у кривых соответствуют разным значениям ϑ ($\omega_B = 5,268 \text{кэВ}$)
1 — 0; 2 — $2 \cdot 10^{-3}$; 3 — $4 \cdot 10^{-3}$;
4 — $6 \cdot 10^{-3}$; 5 — $8 \cdot 10^{-3}$; 6 — 10^{-2} .
Штриховая кривая соответствует величине $N_{\text{перех}}(\vartheta, \vartheta)$, определяющей угловое распределение обычного переходного излучения (см. (27)) при $\omega = 5,268 \text{кэВ}$. Для всех кривых $\gamma = 10^3$.
- Рис.2 Зависимость величины $N_h(\vartheta, \vartheta)$ от угла ϑ в случае Лауэ. Цифры у кривых соответствуют тем же значениям ϑ , что и на рис.1.
 $\omega_B = 5,268 \text{кэВ}$, $\gamma = 10^3$.
- Рис.3 Зависимость величин $N'(\vartheta)$ (рис.3(а)) и $N_h(\vartheta)$ (рис.3(б)) от ϑ в случае Лауэ. Цифры у кривых соответствуют разным значениям γ -фактора: 1 — 200; 2 — 500; 3 — 1000; 4 — 10000. Штриховая кривая на рис.3(б) соответствует величине $N(\vartheta)$ (см. (38)) для $\gamma = 10^3$.
 $\omega_B = 5,268 \text{кэВ}$.
- Рис.4 То же, что и на рис.2, только в случае Брегга.
- Рис.5 То же, что и на рис.3(б), только в случае Брегга.
- Рис.6 Зависимость полного числа квантов в центральном и боковых пятнах от значения γ -фактора за ряда.
Кривая 1 соответствует N' (случай Лауэ, $\omega_B = 5,268 \text{кэВ}$), 2 — N_h (случай Брегга, $\omega_B = 3,226 \text{кэВ}$), 3 — N_h (случай Брегга $\omega_B =$

$= 5,268 \text{кэВ}$), 4 — N_h (случай Лауэ, $\omega_B = 5,268 \text{кэВ}$). Штриховая кривая соответствует величине $N_{\text{перех}} = \int N_{\text{перех}}(\vartheta, \vartheta) d\vartheta d\vartheta$ на интервале $\Delta\vartheta = 5 \cdot 10^{-3}$ при $\omega = 5,268 \text{кэВ}$ или на интервале частот в абсолютных единицах $\Delta\omega = 26,3 \text{эВ}$.

Рис. 7

Зависимость $N_h(\vartheta)$ от ϑ (штриховые кривые) при разных значениях γ -фактора за ряда в случае отражения почти точно назад. Цифры у кривых соответствуют разным толщинам кристалла l : 1 — 10 мк, 2 — 110 мк, 3 — 210 мк, 4 — 510 мк. Точные кривые соответствуют $N(\vartheta)$, т.е. для центрального пятна излучения, испускаемого вперед. $\omega_B = 5,221 \text{кэВ}$.

Рис.8

Зависимость полного числа квантов N_h в пятне, отраженного почти точно назад, от толщины кристаллической пластины. Цифры у кривых соответствуют разным значениям γ -фактора заряда 1 — 200; 2 — 500; 3 — 1000; 4 — 10000.
 $\omega_B = 5,221 \text{кэВ}$.

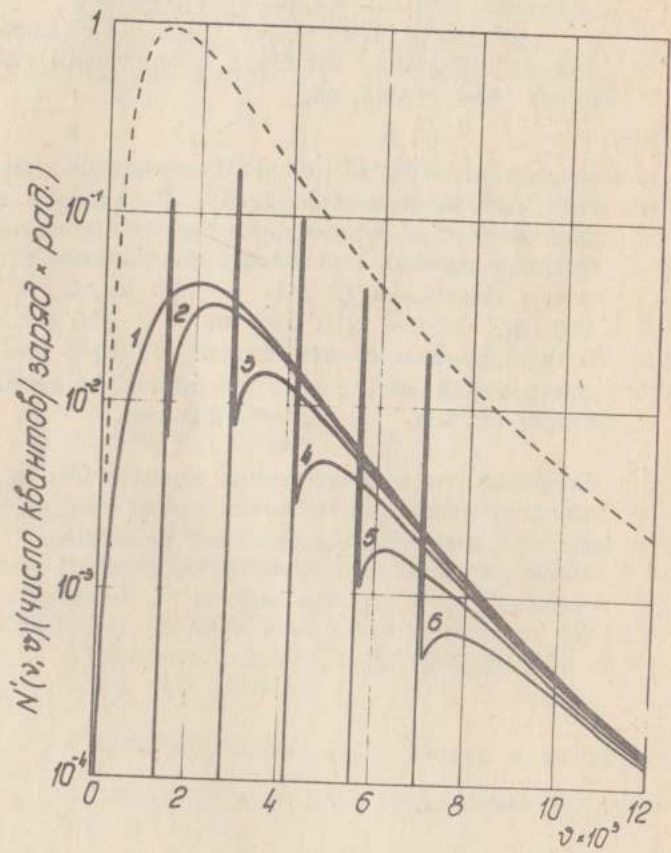


Рис. 1

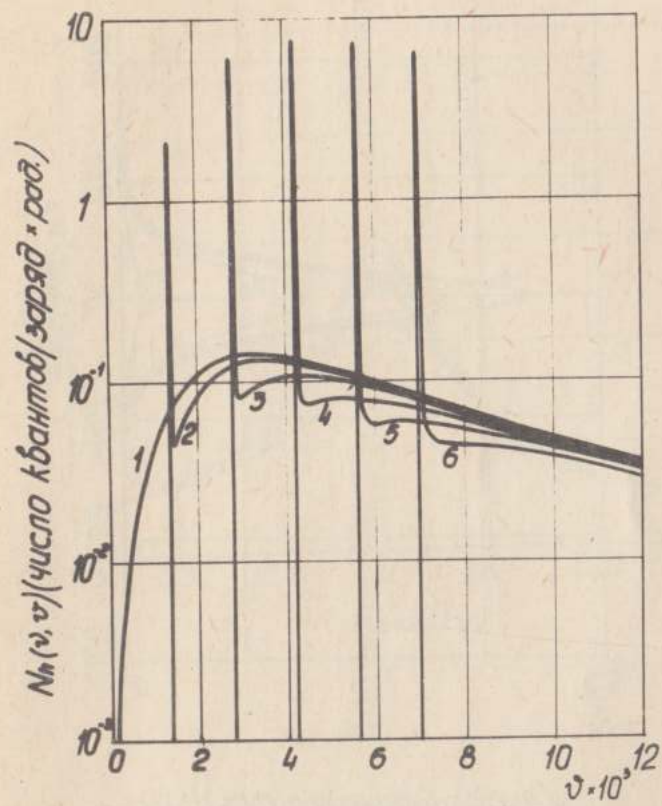


Рис. 2

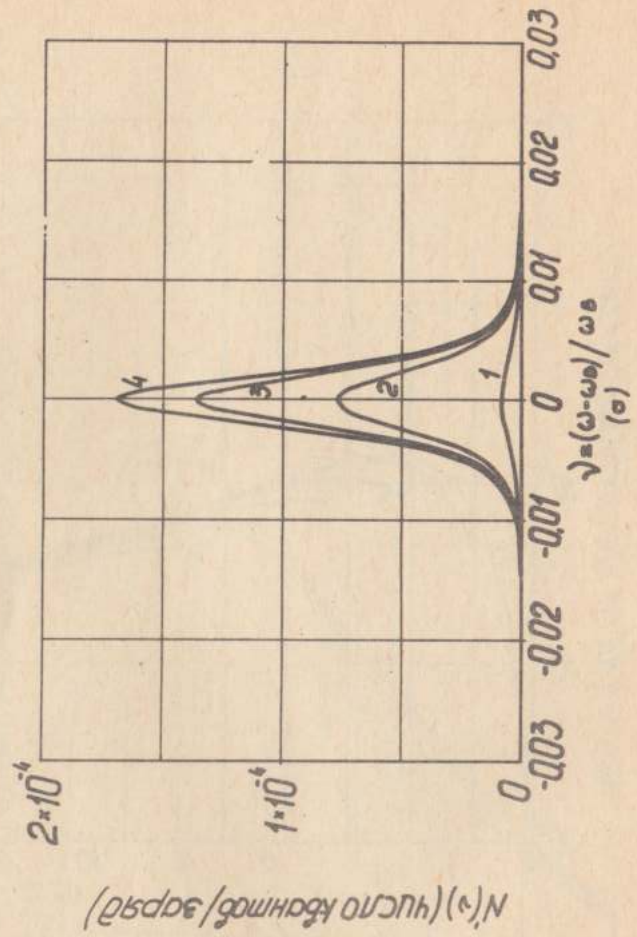


Рис.3(а)

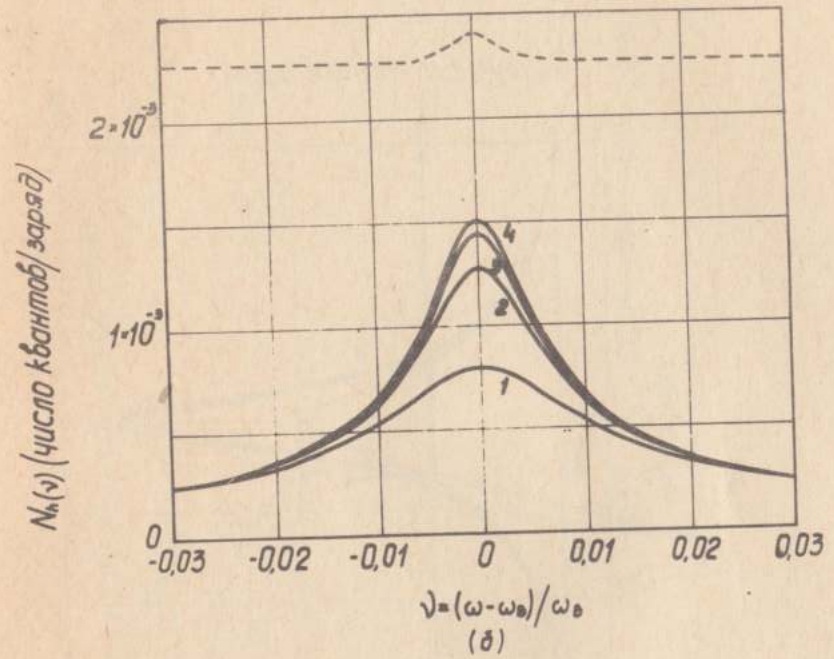


Рис.3(б)

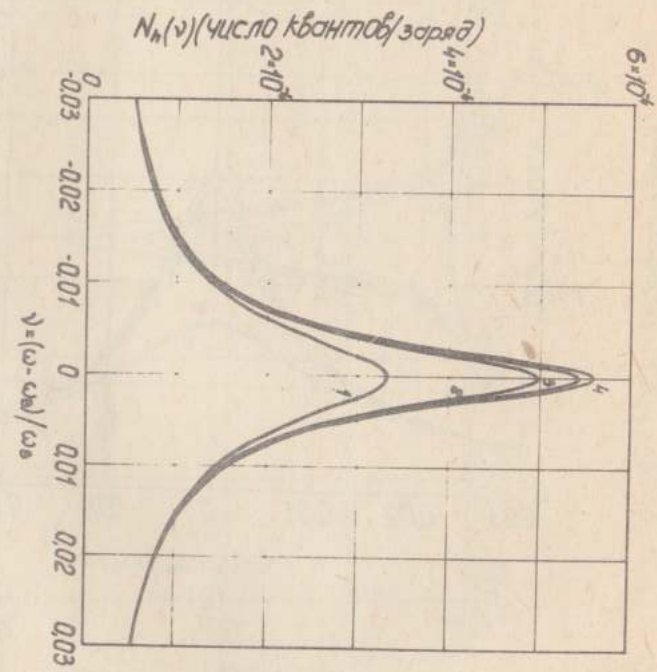
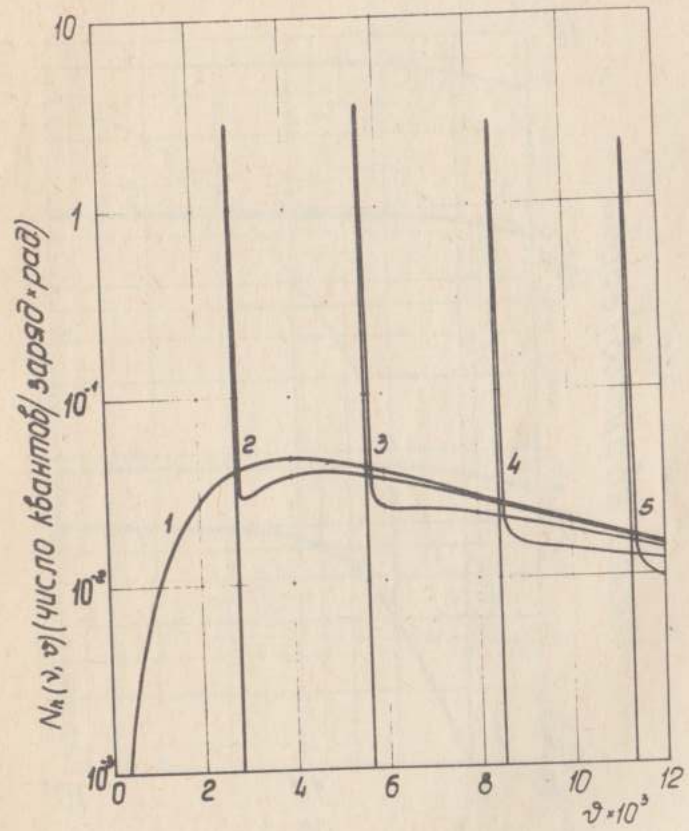


рис. 4



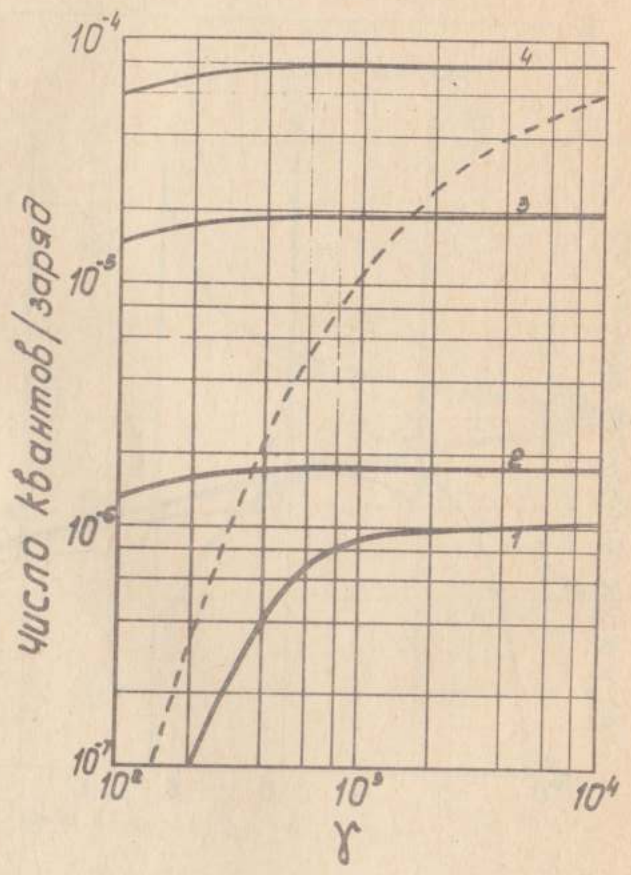


Рис.6

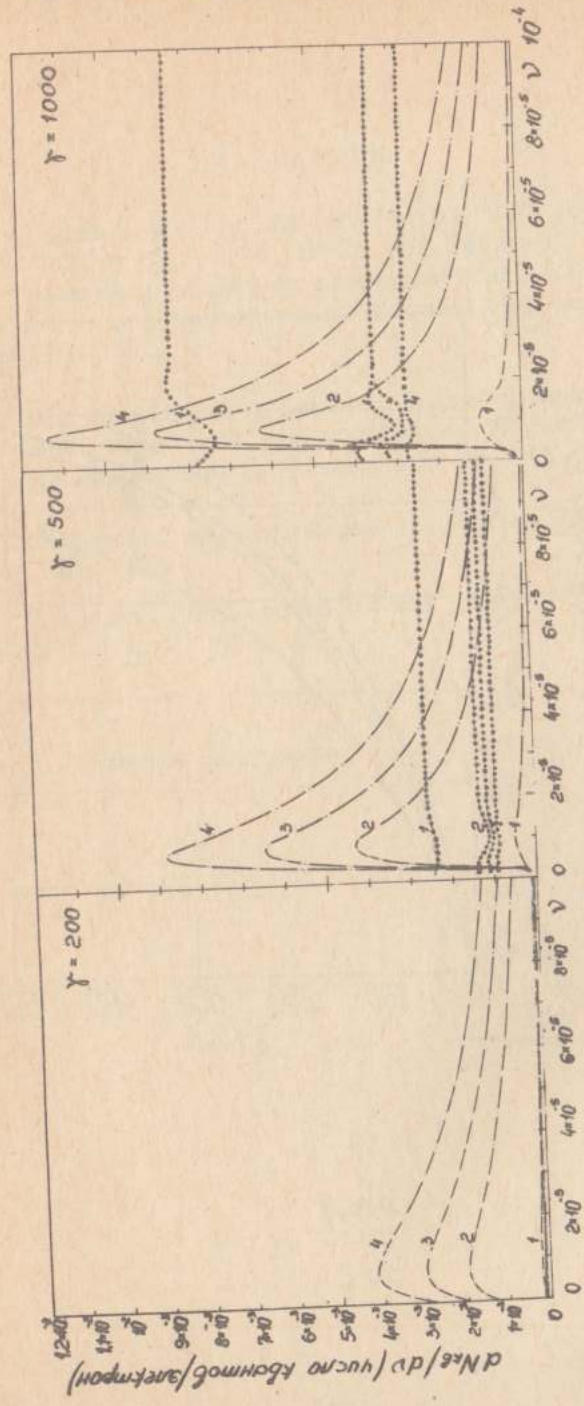


Рис.7

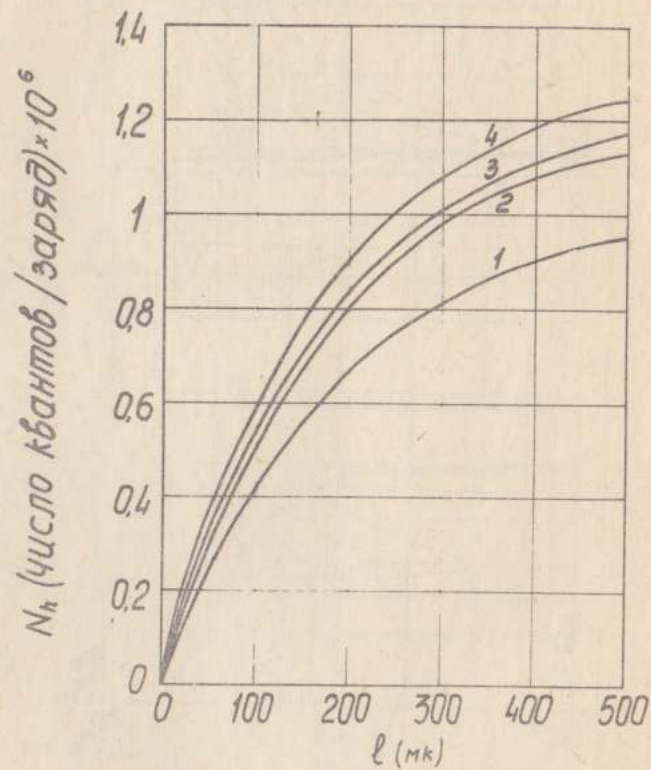


Рис.8

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.М.Гарибян, Ян Ши. (а) ЖЭТФ, 61, 930, 1971; (б) ЖЭТФ, 63, 1198, 1972; (в) Труды 1У Всесоюзного совещания по физике взаимодействия заряженных частиц с монокристаллами, Москва, Изд-во МГУ, стр.216, 1973.
2. С.А.Ян, Ян Ши, Г.М.Гарибян. Труды У Всесоюзного совещания по физике взаимодействия заряженных частиц с монокристаллами, Москва, Изд-во МГУ, стр.243, 1974.
3. В.Г.Барышевский, И.Д.Феранчук. ЖЭТФ, 61, 944, 1971; 64, 760, 1973.
4. А.Л.Авакян, Г.М.Гарибян, Ян Ши. Изв.АН Арм ССР, Физика (а) 8, 3, 1973; (б) 9, 12, 1974.

Рукопись поступила 17-го февраля 1975 г.

Ереванский Физический
ИНСТИТУТ
Зал препринтов