ИНДЕКС 3649

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Препринт ЕФИ-1191(68)-89

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
YEREVAN PHYSICS INSTITUTE

Э.Д.ГАЗАЗЯН, А.Д.ТЕР-ПОГОСЯН

О ПЛОТНОСТИ ЭНЕРГИИ И ТЕНЗОРЕ ЭНЕРГИИ-ИМПУЛЬСА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ

ЦНИИатоминформ
ЕРЕВАН - 1989

Նախատիպ ԵՖԻ-1191(68)-89

Է.Դ.ԳԱԶԱԶՅԱՆ, Ա.Դ.ՏԵՐ-ՊՈՂՈՍՅԱՆ

ՑՐՈՂ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԱԼԻՔԻ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ԽՏՈՒԹՅԱՆ ԵՎ ԷՆԵՐԳԻԱ-ԻՄՊՈՒԼՍԻ ԹԵՆԶՈՐԻ ՄԱՍԻՆ

Շարժվող միջավայրում էլեկտրամագնիսական ալիքի էներգիայի խտության և հոսքի համար՝ արտահայտությունների հիման վրա, ստացվել են էներգիա-իմպուլսի թենզորի բաղադրիչների արտահայտություններ այն դեպքի համար, երբ միջավայրը իր հանգստի համակարգում ունի հաճախային ցրում։

Երևանի Ֆիզիկայի ինստիտուտ

Երևան 1989

В работах [I,2] было получено выражение для усредненной по времени плотности энергии W электромагнитной волны в движущейся среде, когда закон частотной дисперсии $\varepsilon=\varepsilon(\omega')$, $\mu=\mu(\omega')$ задается в системе покоя среды (K'). При ближайшем рассмотрении становится очевидным, что оно может быть представлено в виде

$$W=\frac{1}{16\pi}\,\mathrm{Re}\,\frac{\partial}{\partial\omega}\left[\omega(\vec{E}\vec{\mathcal{D}}^{*}+\vec{H}\vec{B}^{*})\right], \qquad (\mathrm{I})$$

инвариантном выражению для энергии в покоящейся среде [3]

$$W'=\frac{1}{16\pi}\,\mathrm{Re}\,\frac{\partial}{\partial\omega'}\left[\omega'(\vec{E}'\vec{\mathcal{D}}'^{*}+\vec{H}'\vec{B}'^{*})\right]. \qquad (2)$$

В (I) векторы индукций $\vec{\mathcal{D}}$ и $\vec{B}$ определены согласно [I,2], если в них вместо операторов $\hat{\varepsilon}$ и $\hat{\mu}$ подставить их собственные значения $\varepsilon(\omega')$, $\mu(\omega')$ ($\omega'=\frac{\omega-\vec{k}\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $\vec{\beta}=\frac{\vec{v}}{c}$, $\vec{v}$ – скорость движения лабораторной системы K относительно K').

Совершенно аналогично (см. [2,4]) можно показать, что выражения для усредненной по времени плотности потока энергии $\vec{S}$

в обеих системах (К и К$'$) записываются в виде:

$$\vec{S} = \frac{1}{16\pi} \mathrm{Re}\left\{2c\,[\vec{E}\vec{H}^*] - \omega \frac{\partial}{\partial \vec{K}}(\vec{E}\vec{\mathcal{D}}^* + \vec{H}\vec{B}^*)\right\}, \qquad (3)$$

$$\vec{S}' = \frac{c}{8\pi} \mathrm{Re}\,[\vec{E}'\vec{H}'^*]. \qquad (4)$$

В (4) отсутствует второе слагаемое, так как в системе покоя среда изотропна и величины $\varepsilon(\omega')$ и $\mu(\omega')$ не зависят от волнового вектора $\vec{K}^*$.

Направим скорость движения системы К относительно К$'$ по оси X ($\vec{\beta} = (\beta\ , 0\ , 0)$) и перепишем (I) в виде, раскрывающем смысл дифференцирования по ω (см.также [I,2]):

$$W = \frac{1}{16\pi} \mathrm{Re}\left\{\vec{E}\vec{\mathcal{D}}^* + \vec{H}\vec{B}^* + \omega\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega}\left[E_x E_x^* + \frac{1-\beta^2}{(1-\varepsilon\mu\beta^2)^2}(E_\perp E_\perp^* - 2\beta\mu[\vec{E}\vec{H}^*]_x + \beta^2\mu^2 H_\perp H_\perp^*)\right] + \right.$$

$$\left. + \omega\frac{\partial\mu}{\partial\omega}\left[H_x H_x^* + \frac{1-\beta^2}{(1-\varepsilon\mu\beta^2)^2}(H_\perp H_\perp^* - 2\beta\varepsilon[\vec{E}\vec{H}^*]_x + \beta^2\varepsilon^2 E_\perp E_\perp^*)\right]\right\}. \qquad (5)$$

$E_\perp$, $H_\perp$ - компоненты полей, поперечные направлению движения.

Из (3) следует, что "поправка" к вектору Пойнтинга имеется только в направлении движения среды ($\frac{\partial}{\partial K_\perp} = \frac{\partial}{\partial K_\perp'} = 0$):

$$S_x = \frac{1}{16\pi} \mathrm{Re}\left\{2c\,[\vec{E}\vec{H}^*]_x - \omega\frac{\partial}{\partial K_x}(\vec{E}\vec{\mathcal{D}}^* + \vec{H}\vec{B}^*)\right\}, \qquad (6а)$$

$$S_\perp = \frac{c}{8\pi} \mathrm{Re}\,[\vec{E}\vec{H}^*]_\perp , \qquad (6б)$$

а дифференцирование по K_x производится аналогично дифференцированию по ω в (5).

Покажем теперь, что в случае, когда в системе покоя диспергная среда $\varepsilon = \varepsilon(\omega')$, $\mu = \mu(\omega')$ изотропна, знание величин W и $\vec{S}$ достаточно для восстановления полного вида тензора энергии-импульса электромагнитной волны

$$t_{ik} = \begin{pmatrix} -\sigma_{\alpha\beta}\ , & ic\vec{g} \\ \frac{i}{c}\vec{S}\ , & -W \end{pmatrix}. \qquad (7)$$

Здесь $\vec{g}$ - плотность импульса, $\sigma_{\alpha\beta}$ - трехмерный тензор плотности потока импульса (тензор натяжений). С этой целью приведем формулы преобразования компонент тензора $t_{ik} = t'_{\ell m}\alpha_{\ell i}\alpha_{mk}$ [5] в трехмерном виде:

$$W = \gamma^2[W' + \beta(cg_x' + \frac{S_x'}{c}) - \beta^2\sigma_{xx}'] \quad \gamma = (1-\beta^2)^{-1/2},$$

$$S_x = \gamma^2[S_x' + v(W' - \sigma_{xx}') + v^2 g_x'],$$

$$g_x = \gamma^2[g_x' + \frac{\beta}{c}(W' - \sigma_{xx}') + \frac{\beta^2}{c^2}S_x'], \qquad (8а)$$

$$\sigma_{xx} = \gamma^2[\sigma_{xx}' - \beta(cg_x' + \frac{S_x'}{c}) - \beta^2 W'];$$

$$S_y = \gamma(S_y' - \beta c\sigma_{xy}'), \quad S_z = \gamma(S_z' - \beta c\sigma_{xz}'), \qquad (8б)$$

$$g_y = \gamma(g_y' - \frac{\beta}{c}\sigma_{yx}'), \quad g_z = \gamma(g_z' - \frac{\beta}{c}\sigma_{zx}'), \qquad (8в)$$

$$\sigma_{xy} = \gamma(\sigma_{xy}' - \frac{\beta}{c}S_y'), \quad \sigma_{xz} = \gamma(\sigma_{xz}' - \frac{\beta}{c}S_z'), \qquad (8г)$$

$$\sigma_{yx} = \gamma(\sigma'_{yx} - \beta c g'_y), \qquad \sigma_{zx} = \gamma(\sigma'_{zx} - \beta c g'_z), \tag{8д}$$

$$\sigma_{yy} = \sigma'_{yy}, \quad \sigma_{zz} = \sigma'_{zz}, \quad \sigma_{yz} = \sigma'_{yz}, \quad \sigma_{zy} = \sigma'_{zy}. \tag{8е}$$

Из четырех уравнений (8а) определим величины g_x, g'_x, σ_{xx}, σ'_{xx} :

$$g_x = \frac{1}{16\pi c} Re\left\{2[\vec{\mathcal{D}}\vec{B}^*]_x + ck_x \frac{\partial}{\partial\omega}(\vec{E}\vec{\mathcal{D}}^* + \vec{H}\vec{B}^*)\right\}, \tag{9а}$$

$$g'_x = \frac{1}{16\pi c} Re\left\{2[\vec{\mathcal{D}}'\vec{B}'^*]_x + ck'_x\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega'}\vec{E}'\vec{E}'^* + \frac{\partial\mu}{\partial\omega'}\vec{H}'\vec{H}'^*\right)\right\}, \tag{9б}$$

$$\sigma_{xx} = \frac{1}{16\pi} Re\left[2(E_x\mathcal{D}_x^* + H_x B_x^*) - (\vec{E}\vec{\mathcal{D}}^* + \vec{H}\vec{B}^*) + k_x\frac{\partial}{\partial k_x}(\vec{E}\vec{\mathcal{D}}^* + \vec{H}\vec{B}^*)\right], \tag{10а}$$

$$\sigma'_{xx} = \frac{1}{16\pi} Re\left[2(E'_x\mathcal{D}'^*_x + H'_x B'^*_x) - (\vec{E}'\vec{\mathcal{D}}'^* + \vec{H}'\vec{B}'^*)\right]. \tag{10б}$$

Пользуясь условием изотропности среды в K' из (9б) запишем вектор

$$\vec{g}' = \frac{1}{16\pi c} Re\left\{2[\vec{\mathcal{D}}'\vec{B}'^*] + c\vec{k}'\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega'}\vec{E}'\vec{E}'^* + \frac{\partial\mu}{\partial\omega'}\vec{H}'\vec{H}'^*\right)\right\}. \tag{11}$$

Далее из (8б) находим

$$\sigma'_{xy} = \frac{1}{8\pi} Re(E'_x\mathcal{D}'^*_y + H'_x B'^*_y), \qquad \sigma'_{xz} = \frac{1}{8\pi} Re(E'_x\mathcal{D}'^*_z + H'_x B'^*_z). \tag{12}$$

Еще раз пользуясь изотропностью среды, можно по первой строчке трехмерного тензора $\sigma'_{\alpha\beta}$ (см.(10б) и (12)) восстановить его полный вид:

$$\sigma'_{\alpha\beta} = \frac{1}{16\pi} Re\left[2(E'_\alpha\mathcal{D}'^*_\beta + H'_\alpha B'^*_\beta) - \delta_{\alpha\beta}(\vec{E}'\vec{\mathcal{D}}'^* + \vec{H}'\vec{B}'^*)\right], \qquad \delta_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1, & \alpha=\beta, \\ 0, & \alpha\neq\beta. \end{cases} \tag{13}$$

$$(\alpha, \beta = x, y, z).$$

Из уравнений (8в-е) нетрудно уже определить g_y, g_z, которые вместе с (9а) позволяют записать

$$\vec{g} = \frac{1}{16\pi c} Re\left\{2[\vec{\mathcal{D}}\vec{B}^*] + c\vec{k}\frac{\partial}{\partial\omega}(\vec{E}\vec{\mathcal{D}}^* + \vec{H}\vec{B}^*)\right\}, \tag{14}$$

а также остальные компоненты тензора $\sigma_{\alpha\beta}$, которые вместе с (10а) дают:

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{16\pi} Re\left[2(E_\alpha\mathcal{D}_\beta^* + H_\alpha B_\beta^*) - \delta_{\alpha\beta}(\vec{E}\vec{\mathcal{D}}^* + \vec{H}\vec{B}^*) + k_\alpha\frac{\partial}{\partial k_\beta}(\vec{E}\vec{\mathcal{D}}^* + \vec{H}\vec{B}^*)\right], \tag{15}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial k_\perp} = 0\right).$$

Заметим в конце, что компоненты тензора t_{ik} схожи с приведенными в [6] для случая анизотропной среды, что вполне естественно: движение среды приводит к анизотропии в направлении ее движения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Газазян Э.Д., Лазиев Э.М., Тер-Погосян А.Д. Энергия электромагнитной волны в волноводе с движущейся диспергирующей средой. Радиофизика, 1979, т.22, № 5, с.615-619.
2. Тер-Погосян А.Д. Энергетические характеристики электромагнитной волны в движущейся среде. Препринт ЕФИ-579(66)-82, Ереван, 1982.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
4. Газазян Э.Д., Лазиев Э.М., Тер-Погосян А.Д. Энергетические характеристики волны в волноводе с движущейся диспергирующей средой. Радиофизика, 1984, т.27, № 3, с.396-400.
5. Меллер К. Теория относительности. М.: Атомиздат, 1975.
6. Агранович В.М., Гинзбург В.Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теории экситонов. М.: Наука, 1965.

Рукопись поступила 21 августа 1989 г.

Э.Д.ГАЗАЗЯН, А.Д.ТЕР-ПОГОСЯН

О ПЛОТНОСТИ ЭНЕРГИИ И ТЕНЗОРЕ ЭНЕРГИИ-ИМПУЛЬСА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ

Редактор Л.П.Мукаян

Технический редактор А.С.Абрамян

Подписано в печать 18/IX-89г.ВФ-02330 Формат 60x84/16
Офсетная печать.Уч.изд.л. 0,5 Тираж 299 экз.Ц. 8 к.
Зак.тип.№ 1525 Индекс 3649

Отпечатано в Ереванском физическом институте
Ереван 36, ул.Братьев Алиханян,2.