EFI

Препринт ЕФИ-1215 (1)-90

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
YEREVAN PHYSICS INSTITUTE

К.А.БАРСУКОВ, Э.А.БЕГЛОЯН, Р.И.МАРАБЯН

НАХОЖДЕНИЕ ПОЛЕЙ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ПРИ ИХ ПРОИЗВОЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ В ГИРОТРОПНЫХ СРЕДАХ

ЦНИИатоминформ
ЕРЕВАН-1990

Նախնատիպ ԵՖԻ- 1215(1)-90

Կ.Ա.ԲԱՐՍՈՒԿՈՎ, Է.Ա.ԲԵԳԼՈՅԱՆ, Ռ.Ա.ՄԱՐԱԲՅԱՆ

ԿԱՄԱՅԱԿԱՆ ՇԱՐԺՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԴԱՇՏԵՐԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅՈՒՆԸ ՀԻՐՈՏՐՈՊԱՅԻՆ ԴԱՇՏԵՐՈՒՄ

Մշակված է հիրոտրոպային միջավայրերում կամայականորեն շարժվող լիցքավորված մասնիկների ճառագայթման վերաբերյալ խնդիրների լուծման ընդհանուր մեթոդ: Ստացվել են արտահայտություններ՝ կամայականորեն շարժվող լիցքավորված թանձրուկի ճառագայթման դաշտերի համար:

Երևանի Ֆիզիկայի ինստիտուտ

Երևան 1990

Центральный научно-исследовательский институт информации и технико-экономических исследований по атомной науке и технике (ЦНИИатоминформ) 1990 г.

Препринт ЕФИ-1215(1)-90

УДК 538.566

К.А.БАРСУКОВ,Э.А.БЕГЛОЯН,Р.И.МАРАБЯН

НАХОЖДЕНИЕ ПОЛЕЙ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ПРИ ИХ ПРОИЗВОЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ В ГИРОТРОПНЫХ СРЕДАХ

Разработан общий метод решения задач об излучении заряженных частиц, движущихся произвольным образом в гиротропных средах. Получены выражения для полей излучения произвольно движущегося заряженного сгустка.

Ереванский физический институт

Ереван 1990

Preprint YERPHI-1215(1)-90

K.A. BARSUKOV, E.A. BEGLOYAN, R.I. MARABIAN

FINDING OF RADIATION FIELDS OF CHARGED PARTICLES AT THEIR ARBITRARY MOTION IN GYROTROPIC MEDIA

A general method of solution of problems on radiation of charged particles moving arbitrarily in gyrotropic media is developed. Expressions for dradiation fields of an arbitrarily moving charged cluster are obtained.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1990

Излучение заряженных частиц, движущихся через материальные среды, исследовано в ряде работ [I-4] . Вместе с тем, сравнительно мало изучены свойства излучения движущихся заряженных частиц в средах с тензорной диэлектрической проницаемостью типа электронной плазмы в магнитном поле. Сюда можно отнести работу [5] по излучению Вавилова-Черенкова в гиротропных средах и одноосных кристаллах, а также ряд работ по переходному излучению [4,6,7] . Расчет полей в каждом случае проводился по методикам, которые подходили к характеру движения излучателя и конкретным свойствам среды.

Ниже предлагается общий подход к решению задачи об излучении сгустка заряженных частиц, движущегося по произвольному закону в гиротропной среде. При этом если гиротропная среда представляет собой плазму с магнитным полем, то плотность сгустка заряженных частиц считается много меньше плотности плазмы. Метод применим для сред, обладающих осевой симметрией. Заметим, что задача возбуждения гиротропной среды точечным неподвижным источником была решена в работе [8] , а в полубесконечной гиротропной среде с плоской границей раздела с изотропной средой -

в работе [9] .

Итак, пусть электромагнитные свойства среды описываются эрмитовым тензором диэлектрической проницаемости

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & -ig & 0 \\ ig & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_2 \end{pmatrix}, \tag{I}$$

где ε_1 , ε_2 , g предполагаются действительными.

В случае холодной бесстолкновительной электронной плазмы , находящейся в однородном постоянном магнитном поле, эти величины определяются соотношениями [10]:

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2 - \omega_H^2}, \quad \varepsilon_2 = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \quad g = \frac{\omega_0^2 \omega_H}{\omega(\omega^2 - \omega_H^2)}, \tag{2}$$

где $\omega_c = \sqrt{\dfrac{4\pi e^2 N}{m}}$, $\omega_H = \dfrac{eH}{mc}$ - плазменная и гиротропная частоты и H - напряженность внешнего магнитного поля, совпадающего по направлению с осью oz . Среда считается немагнитной с $\mu = I$.

Сначала предположим, что в среде с тензором (I) по произвольному закону движется точечная частица с зарядом q , уравнение движения которой и создаваемые ею ток и плотность заряда зададим равенствами

$$\vec{r} = \vec{r}(t), \quad \rho = q\delta(\vec{r} - \vec{r}(t)), \quad \vec{j} = \vec{v}\rho = \dot{\vec{r}}(t)\rho. \tag{3}$$

Поле частицы и его источники представим через интегралы Фурье вида

$$\vec{A} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \vec{a}(\omega, \vec{k}) e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})} d\omega d\vec{k} \quad , \tag{4}$$

где под $\vec{A}$ и $\vec{a}$ подразумеваются соответственно векторы $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{\gamma}$ и их Фурье-образы $\vec{\mathcal{E}}(\omega,\vec{k})$, $\vec{\mathcal{H}}(\omega,\vec{k})$, $\vec{J}(\omega,\vec{k})$.
Поля $\vec{\mathcal{E}}(\omega,\vec{k})$ и $\vec{\mathcal{H}}(\omega,\vec{k})$ удовлетворяют уравнениям Максвелла

$$[\vec{k}\vec{\mathcal{E}}] = k_0 \vec{\mathcal{H}}, \quad [\vec{k}\vec{\mathcal{H}}] = -k_0 \hat{\varepsilon} \vec{\mathcal{E}} + \frac{4\pi i}{c} \vec{J} \ , \tag{5}$$

где $k = \frac{\omega}{c}$ и $\rho_\omega = \frac{1}{\omega}(\vec{k}\vec{J})$.

В качестве потенциалов выберем продольные по отношению к оси составляющие векторов $\vec{\mathcal{E}}$, $\vec{\mathcal{H}}$ – $\mathcal{E}_z$, $\mathcal{H}_z$.

Уравнения для последних получаются из (5) несложными векторными преобразованиями, которые приводят к следующей системе:

$$\left(k_0^2\varepsilon_2 - k_\perp^2 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}k_z^2\right)\mathcal{E}_z + \frac{i g k_0 k_z}{\varepsilon_1}\mathcal{H}_z = \frac{4\pi i k_0}{c} J_z - \frac{4\pi i k_z}{\omega \varepsilon_1}(\vec{k}\vec{J}), \tag{6}$$

$$\left(k_0^2\left(\varepsilon_1 - \frac{g^2}{\varepsilon_1}\right) - k_\perp^2 - k_z^2\right)\mathcal{H}_z - \frac{i g k_0 \varepsilon_2}{\varepsilon_1} k_z \mathcal{E}_z = \frac{4\pi i}{c}[\vec{k}\vec{J}]_z + \frac{4\pi g}{c\varepsilon_1}(\vec{k}\vec{J}), \tag{7}$$

где индекс " $\perp$ " означает поперечную проекцию к оси Oz .

В результате нахождение потенциалов свелось к решению линейной системы уравнений (6) и (7). Определитель этой системы имеет вид

$$\Delta = \left(k_0^2\varepsilon_2 - k_\perp^2 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}k_z^2\right)\left(k_0^2\left(\varepsilon_1 - \frac{g^2}{\varepsilon_1}\right) - k_\perp^2 - k_z^2\right) - \frac{g^2\varepsilon_2}{\varepsilon_1^2} k_0^2 k_z^2 \ . \tag{8}$$

Из (6) и (7) с помощью (4) и (8) для $\mathcal{E}_z$ и $\mathcal{H}_z$ получаем:

$$\mathcal{E}_z = \frac{iq}{4\pi^3\varepsilon_1 K_0 c\Delta}\int_{-\infty}^{+\infty}\Big\{(K_0^2\varepsilon_1 - K^2)\big(v_z(\varepsilon_1 K_0^2 - K_z^2) - K_z(\vec{K}_\perp\vec{v}_\perp) - \tag{9}$$

$$- iK_z g K_0^2(K_x v_y - K_y v_x) - K_0^4 g^2 v_z\Big\} e^{i(\vec{K}\vec{z}(t)-\omega t)}\,dt$$

$$\mathcal{H}_z = \frac{iq}{4\pi^3 K_0 c\varepsilon_1\Delta}\int_{-\infty}^{+\infty}\Big\{\varepsilon_1 K_0(K_x v_y - K_y v_x)(K_0^2\varepsilon_2 - K_\perp^2 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}K_z^2) + \tag{10}$$

$$+ igK_0\left[(\vec{K}_\perp\vec{v}_\perp)(\vec{K}_\perp^2 - K_0^2\varepsilon_2) + K_\perp^2 v_z K_z\right]\Big\} e^{i(\vec{K}\vec{z}(t)-\omega t)}\,dt.$$

Поперечные к OZ компоненты поля найдутся из уравнений Максвелла:

$$\vec{\mathcal{E}}_\perp = \frac{i\vec{K}_\perp}{\varepsilon_1 K_\perp^2}\left(gK_0\mathcal{H}_z + iK_z\varepsilon_2\mathcal{E}_z\right) - \frac{K_0}{K_\perp^2}\left[\vec{K}_\perp\vec{z}_0\right]\mathcal{H}_z \tag{11}$$

$$\vec{\mathcal{H}}_\perp = -\frac{\vec{K}_\perp K_z}{K_\perp^2}\mathcal{H}_z + \frac{K_0\varepsilon_2}{K_\perp^2}\left[\vec{K}_\perp\vec{z}_0\right]\mathcal{E}_z, \tag{12}$$

где z_0 - орт оси OZ .

Итак, формулы (4), (9)-(12) решают задачу о нахождении поля излучения точечного заряда, движущегося по произвольному закону (3). Результаты несколько упрощаются, если провести в (4) интегрирование по K_z . Подынтегральные выражения (9) и (10) обладают особенностями типа простых полюсов, определяемых уравнением $\Delta = 0$, корнями которого являются

$$\sigma_{1,2}^2 = \varepsilon_1 K_0^2 - \frac{1}{2}K_\perp^2\left(1+\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right) \pm \frac{\varepsilon_1}{2\varepsilon_2}\sqrt{K_\perp^4\left(1-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)^2 + 4K_0^2\frac{g^2\varepsilon_2}{\varepsilon_1^2}(K_0^2\varepsilon_2 - K_\perp^2)}, \tag{13}$$

где "I" относится к "+", "2" – к "–", и в (9)–(10) имеется четыре простых полюса $K_{z1}^{\pm} = \pm \sigma_1$, $K_{z2}^{\pm} = \pm \sigma_2$.

При интегрировании в (4) можно выделить интеграл

$$I = \int\limits_{C} \frac{\Phi(K_z) e^{-iK_z(z(+)-z)} dK_z}{(K_z+\sigma_1)(K_z-\sigma_1)(K_z+\sigma_2)(K_z-\sigma_2)} , \tag{14}$$

где $\Phi(K_z)$ – алгебраическая функция K_z . Интеграл (I4) будем рассматривать как интеграл в плоскости комплексного переменного $K_z = K_z' + iK_z''$ по контуру C , совпадающему с действительной осью с обходом полюсов знаменателя, диктуемого условиями излучения.

Используя теорию вычетов, получаем:

$$I = \frac{\pi i}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2} \sum_{s=1}^{2} \frac{\Phi(\sigma_s \, sign(z(t)-z)) e^{-i\sigma_s |z-z(+)| + i\pi s}}{\sigma_s} \tag{15}$$

С учетом полученного выражения для интегралов (I4) E_z и H_z можно переписать в окончательном виде:

$$E_z = -\frac{q}{4\pi^2 \varepsilon_2} \sum_{s=1}^{2} (-1)^s \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega \, d\vec{K}_\perp e^{i(\omega t - \vec{K}_\perp \vec{z}_\perp)} A_s(\vec{K}_\perp, \omega)}{\omega \sigma_s (\sigma_1^2 - \sigma_2^2)} \tag{16}$$

$$H_z = -\frac{q}{4\pi^2 \varepsilon_2} \sum_{s-1}^{2} (-1)^s \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega \, d\vec{K}_\perp e^{i(\omega t - \vec{K}_\perp \vec{z}_\perp)} B_s(\vec{K}_\perp, \omega)}{\omega \sigma_s (\sigma_1^2 - \sigma_2^2)} , \tag{17}$$

где

$$
A_s(\vec{K}_\perp\omega)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\Big\{(K_0^2\varepsilon_1-K_\perp^2-\sigma_s^2)\big(v_z(\varepsilon_1K_0^2-\sigma_s^2)+\sigma_s\,\mathrm{sign}(z-z(t))(\vec{K}_\perp\vec{v}_\perp)+
$$

$$
+i\sigma_s\,\mathrm{sign}(z-z(t))gK_0^2(K_xv_y-K_yv_x)-K_0^4g^2v_z\Big\}e^{-i\sigma_s|z-z(t)|+i\vec{K}_\perp\vec{r}_\perp-i\omega t}dt \quad (18)
$$

$$
B_s(\vec{K}_\perp,\omega)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\Big\{\varepsilon_1K_0(K_xv_y-K_yv_x)\big(K_0^2\varepsilon_2-K_\perp^2-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\sigma_s^2\big)+
$$

$$
+igK_0\Big[(\vec{K}_\perp\vec{v}_\perp)(K_\perp^2-K_0^2\varepsilon_2)-K_\perp^2v_z\sigma_s\,\mathrm{sign}(z-z(t))\Big]\Big\}e^{-i\sigma_s|z-z(t)|+i\vec{K}_\perp\vec{r}_\perp-i\omega t}dt \quad (19)
$$

Таким образом, формулы (I6)-(I9) позволяют вычислить поле излучения точечного заряда, движущегося по произвольному закону в гиротропной среде. Каждому слагаемому при S = I,2 со - ответствует свой тип поляризации поля в виде обыкновенной и необыкновенной волн гиротропного кристалла.

Заметим, что уравнение $\Delta = 0$ является хорошо известным дисперсионным уравнением для гиротропных сред [II] . В самом деле, полагая, что $K_\perp = K_0 n(\theta)\sin\theta$, $K_z = K_0 n(\theta)\cos\theta$ (где θ - угол между направлением распространения плоской электромагнитной волны и осью OZ , а $n(\theta)$ - показатель преломления среды), из (8) и уравнения $\Delta = 0$ получаем:

$$
n_{1,2}^2=\frac{\varepsilon_2(1+\cos^2\theta)+\varepsilon_1\sin^2\theta\pm\sqrt{\left(\varepsilon_2-\varepsilon_1+\frac{g^2}{\varepsilon_1}\right)^2\sin^4\theta+4g^2\frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2}\cos^2\theta}}{2\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\cos^2\theta+\sin^2\theta\right)} \quad (20)
$$

Полученные выражения для полей являются функциями точечного источника, позволяющими достаточно просто найти поля движущегося заряженного сгустка произвольной формы и плотности. Действи.-

тельно, если движение произвольной точки сгустка описывается соотношением $\vec{r} - \vec{\xi} = \vec{r}(t)$, где $\vec{\xi} = (\xi_x, \xi_y, \xi_z)$, а функция распределения плотности заряда в сгустке задается нормированной на единицу функцией $n(\vec{\xi})$, то в подынтегральных выражениях в (I6) и (I7) необходимо ввести формфактор

$$\Phi(\vec{K}) = N\int n(\vec{\xi}) e^{iK_x\xi_x + iK_y\xi_y + i\sigma_s\xi_z} d\vec{\xi} ,$$

где N - полное число частиц в сгустке.

Предлагаемый метод позволяет по единой методике решать широкий класс задач об излучении движущихся сгустков заряженных частиц в гиротропных средах. Например, задачи об излучении Вавилова-Черенкова, о синхротронном излучении, излучении сгустка, движущегося по спиральной траектории, и т.д. Кроме того, введение потенциалов E_z , H_z позволяет простейшим образом решать задачи излучения при наличии плоских границ раздела, в том числе и задачи о возбуждении поверхностных волн на этих границах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тер-Микаелян М.Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван, Изд-во АН Арм.ССР, 1985.

2. Гинзбург В.Л. Теоретическая физика и астрофизика, М.: Наука, 1981.

3. Гинзбург В.Л.,Цытович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние, М.: Наука, 1989.

4. Библиография работ по переходному излучению, Ереван, 1985.

5. Ситенко А.Г.,Коломенский А.А. О движении заряженной частицы в оптически активной анизотропной среде. ЖЭТФ, 30, 3, 1956.

6. Акопян А.В.,Цытович В.Н. Тормозное излучение релятивистских электронов в плазме в сильном магнитном поле. ЖЭТФ, 72 , 1824, 1977.

7. Цытович В.Н. О переходном излучении токов при прохождении через границу плазмы. ЖТФ, 31, 766, 1961.

8. Бункин Ф.В. Об излучении в анизотропных средах. ЖЭТФ, 32 , 2, 338, 1957.

9. Барсуков К.А. Об излучении точечного источника электромагнитных волн в гиротропной среде с границей раздела. Радиотехника и электроника, 4 , 1758, 1959.

10. Альперт Я.Л.,Гинзбург В.Л.,Фейнберг Е.Л. Распространение радиоволн, М.,Гостехиздат, 1957.

Рукопись поступила 22 декабря 1989 г.

The address for requests:
Information Department
Yerevan Physics Institute
Alikhanian Brothers 2,
Yrevan, 375036
Armenia, USSR

К.А.БАРСУКОВ, Э.А.БЕГЛОЯН, Р.И.МАРАБЯН

НАХОЖДЕНИЕ ПОЛЕЙ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ПРИ ИХ ПРОИЗВОЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ В ГИРОТРОПНЫХ СРЕДАХ

Редактор Л.П.Мукаян

Технический редактор А.С.Абрамян

Подписано в печать II/Ш-90г.	ВФ-01340 Формат 60х84/16
Офсетная печать. Уч.изд.л.0,5	Тираж 299 экз. Ц. 8 к.
Зак.тип.№ 58	Индекс 3649

Отпечатано в Ереванском физическом институте
Ереван 36: ул.Братьев Алиханян 2

ИНДЕКС 3649

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ