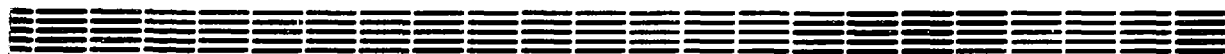


Препринт ВФИ-1266(52)-90

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ  
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
YEREVAN PHYSICS INSTITUTE



К.А.БАРСУКОВ, Э.А.БЕГЛОЯН, Э.М.ЛАЗИЕВ,  
Р.И.МАРАБЯН

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ВОЛНОВОДЕ ПРИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ  
ПЕРЕСЕЧЕНИИ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЕЙ ЕГО СТЕНОК

**Կ.Ա. ԲԱՐՍՈՒԿՅԱՆ, Է.Ա. ԲԵՂԼՈՅԱՆ, Է.Մ. ԼԱԶԻՆԿ, Ռ.Ի. ՄԱՐԱԲՅԱՆ**

**ԱՆՅՈՒՄԱՑԻՆ ՀԱՌԱԳԱՅՔՈՒՄ ԱԼԻԲԱՏԱՐՈՒՄ, ԵՐԲ ԼԻՑԵՆԿՎՈՐՎԱԾ  
ՄԱՍՆԻԿԸ ՀԱՋՈՐԴԱԲԱՐ ՀԱՏՈՒՄ Է ՆՐԱ ՊԱՏԵՐԸ**

Դիտարկված է ալիքատարի առանցքի երկայնքով շարժվող և նրա սլաքերը պարբերաբար հատող լիցենզավորված մասնիկի ճառագայթումը: Ստացված են արտահայտություններ ճառագայթման դաշտերի և էներգիաների համար: Մանրակրկիտ վերլուծված է ճառագայթման սպեկտրը և ցույց է տրված, որ խնդրի պարամետրերի ընտրությամբ կարելի է մեծացնել ընտրված հաճախությամբ ճառագայթման էներգիան:

Երևանի ֆիզիկայի ինստիտուտ

Երևան 1990

K.A.BARSUKOV, E.A.BEGLOYAN, E.M.LAZIEV, R.I.MARABIAN

TRANSITION RADIATION IN WAVEGUIDE WITH CHARGED PARTICLES  
TRAVERSING ITS WALLS PERIODICALLY

The radiation of a charged particle moving along the waveguide axis and periodically traversing its walls is considered. Expressions for the radiation fields and energy are obtained. A detailed analysis of the radiation spectrum is made, and it is shown that by selecting the parameters of the problem we can increase the energy of radiation at a chosen frequency.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1990

Препринт ЕФИ-1266(52)-90

УДК 538.56:539.12.621.372,8

К.А.БАРСУКОВ, Э.А.БЕГЛОЯН, Э.М.ЛАЗИЕВ,  
Р.И.МАРАБЯН

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ВОЛНОВОДЕ ПРИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ  
ПЕРЕСЕЧЕНИИ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЕЙ ЕГО СТЕНОК

Рассмотрено излучение заряженной частицы, движущейся вдоль оси волновода, периодически пересекающей его стенки. Получены выражения для полей и энергии излучения. Проведен детальный анализ спектра излучения и показано, что подбором параметров задачи можно увеличить энергию излучения на выбранной частоте.

Ереванский физический институт

Ереван 1990

В работе [1] рассмотрена генерация переходного излучения и излучения Вавилова-Черенкова (И.В.Ч.) при пересечении заряженной частицей стенок волновода. Для увеличения энергии излучения [2] можно заставить одинокий ступок многократно пересекать эти стенки при движении по периодической траектории. При большом числе пересечений спектр излучения становится квазидискретным, причем интенсивность отдельных линий спектра можно увеличить оптимальным подбором параметров задачи.

Ниже на примере точечного заряда, движущегося по конечному отрезку синусоиды, исследуются основные особенности излучения, связанные как с эффектом многократного пересечения стенок волновода, так и с преобразованием спектра излучения при поступательном движении излучателя.

Рассмотрим регулярный волновод, образующая которого параллельна оси  $oz$  некоторой декартовой системы координат. Заряженная частица движется по траектории

$$\begin{aligned} x(t) &= x_1 + x_0 \sin \Omega t \\ y(t) &= y_0, \quad z(t) = vt, \end{aligned} \tag{I}$$

где  $x_0$  - амплитуда колебаний,  $\Omega$  - частота колебаний заряда,  $v$ ,  $z$  - составляющая скорости заряда. Поле излучения

заряда вычислим по методу, предложенному в [3]. Подставляя (1) в соответствующие выражения (6) работы [3], для  $\mathbf{z}$  составляющих полей излучения  $E_{\mathbf{z}\omega}$  и  $H_{\mathbf{z}\omega}$ , описывающих ТМ и ТЕ волны, получим:

$$E_{\omega nm}^{\pm}(\mathbf{z}) = -\frac{q\lambda_{nm}^2 v}{\varepsilon\omega\gamma_{nm}} e^{\mp i\gamma_{nm}z} \int_t \Psi_{nm}(x(t), y_0) e^{i(\gamma_{nm}v \mp \omega)t} dt +$$

$$+ \frac{q}{i\omega\varepsilon} e^{\mp i\gamma_{nm}z} \int_t \frac{\partial}{\partial t} \Psi_{nm}(x(t), y_0) e^{i(\gamma_{nm}v \mp \omega)t} dt \quad (2)$$

$$H_{\omega nm}(\mathbf{z}) = -\frac{iq}{c\hat{\gamma}_{nm}} e^{\mp i\hat{\gamma}_{nm}z} \int_t [\vec{v}(t) \nabla \hat{\Psi}_{nm}(x(t), y_0)] e^{i(\gamma_{nm} \mp \omega)t} dt,$$

где  $E_{\omega nm}^{\pm}(\mathbf{z})$  и  $H_{\omega nm}^{\pm}(\mathbf{z})$  - коэффициенты разложения  $E_{\omega\mathbf{z}}$  и  $H_{\omega\mathbf{z}}$  составляющих полей по собственным функциям поперечного сечения,  $\Psi_{nm}(x, y)$  и  $\hat{\Psi}_{nm}(x, y)$  - собственные функции поперечного сечения для первой и второй краевых задач,  $\lambda_{nm}$  и  $\hat{\lambda}_{nm}$  - соответствующие собственные значения,  $\gamma_{nm} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - \lambda_{nm}^2}$  и  $\hat{\gamma}_{nm} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - \hat{\lambda}_{nm}^2}$  - постоянные распространения ТМ и ТЕ волн соответственно,  $\omega$  указывает на Фурье-компоненту соответствующей величины, верхние знаки соответствуют волнам, распространяющимся в направлении  $\mathbf{z} > 0$ , нижние - в направлении  $\mathbf{z} < 0$ .

Интегрирование в (2) ведется по всему времени нахождения заряда в волноводе.

Рассмотрим частный случай прямоугольного волновода, ограниченного плоскостями  $x=0$ ,  $x=a$ ,  $y=0$ ,  $y=b$  и выберем в (1)  $x_1 = \frac{a}{2}$ . При  $N$  кратном пересечении зарядом стенок волно-

вода для полей излучения получим:

$$E_{\omega nm}^{\pm}(z) = \frac{4iq}{\omega \varepsilon \sqrt{ab}} \sin\left(\frac{\pi n}{b} y_0\right) e^{\mp i \gamma_{nm} z} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_{km} T_{nm} J_k\left(\frac{\pi m x_0}{a}\right) \left(\frac{v \lambda_{nm}^2}{\gamma_{nm}} \mp k \Omega\right)$$

$$H_{\omega nm}^{\pm}(z) = \frac{2iqna\Omega}{c\beta m \gamma_{nm}} \sqrt{\frac{\varepsilon_n \varepsilon_m}{ab}} \sin\left(\frac{\pi n}{b} y_0\right) e^{\mp i \gamma_{nm} z} \times \quad (3)$$

$$\times \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_{km} k T_{nm} J_k\left(\frac{\pi m x_0}{a}\right),$$

где

$$T_{nm} = \frac{\sin(v \gamma_{nm} \pm k \Omega \mp \omega) \frac{\tau_0}{2}}{v \gamma_{nm} \pm k \Omega \mp \omega} \frac{\sin \frac{N\tau}{4} (v \gamma_{nm} \pm k \Omega \mp \omega)}{\sin \frac{\tau}{4} (v \gamma_{nm} \pm k \Omega \mp \omega)} e^{\pm i (v \gamma_{nm} \pm k \Omega \mp \omega) (N-1) \frac{\tau}{4}}$$

$$\text{и } \varepsilon_j = 2 \quad j \neq 0 \quad \varepsilon_0 = 1.$$

$t_0 = -\frac{1}{\Omega} \alpha z \sin \frac{\alpha}{2x_0}$  - момент первого влета заряда в волновод, верхние знаки соответствуют области  $z > z_N$ , нижние -  $z < z_1$ ,  $z_1 = -\frac{\tau_0 v}{2}$ ,  $z_N = \frac{(N-1)\tau v}{2} - \frac{\tau_0 v}{2}$  - координаты первого и последнего пересечения зарядом волновода,  $\tau_0 = \frac{2}{\Omega} \alpha z \sin \frac{\alpha}{2x_0}$  - время нахождения заряда в волноводе при однократном пересечении,

$$\alpha_{2k-1,m} = \cos \frac{\pi m}{2}, \quad \alpha_{2k,m} = -i \sin \frac{\pi m}{2}.$$

Если  $x_0 \ll a$ , то (3) описывают поле излучения частицы, которая при своем движении не выходит за пределы волновода, при этом, в случае  $\Omega = 0$  ( $x_0 = 0$ ), (3) совпадает с выражением для поля излучения заряда движущегося вдоль оси волновода по конечной траектории [4].

Энергию излучения вычислим как поток вектора Пойтинга через произвольное поперечное сечение волновода за область движения заряда, т.е. при  $z < z_1$ ,  $z > z_N$ :

$$S^{\pm} = \sum_{n,m} (S_{nm}^{\pm} + \hat{S}_{nm}^{\pm}), \quad (4)$$

где  $S_{nm}^{\pm} = \lambda_{nm}^{-2} \int_{\omega_{nm}^{(кр)}}^{\infty} \epsilon \gamma_{nm} |E_{\omega_{nm}}^{\pm}(z)|^2 \omega d\omega$  для ТМ волны,

(5)

$$\hat{S}_{nm}^{\pm} = \lambda_{nm}^{-2} \int_{\omega_{nm}^{(кр)}}^{\infty} \gamma_{nm} |H_{\omega_{nm}}^{\pm}(z)|^2 \omega d\omega \quad \text{для ТЕ волн,}$$

$\omega_{nm}^{(кр)}$  - критическая частота волновода, для которой  $\gamma_{nm} = 0$ , и знаки в (5) берутся одновременно либо нижние, либо верхние.

Подставляя (3) в (5), окончательно получаем:

$$S_{nm}^{\pm} = \frac{16q^2}{\epsilon \alpha \beta \lambda_{nm}^2} \sin^2\left(\frac{\pi n}{\beta} y_0\right) \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_{km} T_{nm} J_k\left(\frac{\pi m x_0}{\alpha}\right) \left(\frac{v \lambda_{nm}^2}{\gamma_{nm}} \mp k \Omega\right) \right|^2 \gamma_{nm} \frac{d\omega}{\omega}$$

(6)

$$\hat{S}_{nm}^{\pm} = \frac{4q^2 n^2 \alpha \Omega^2 \epsilon_m \epsilon_n}{m^2 \beta^3 c^2 \lambda_{nm}^2} \sin^2\left(\frac{\pi n}{\beta} y_0\right) \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_{km} k T_{nm} J_k\left(\frac{\pi m x_0}{\alpha}\right) \right|^2 \gamma_{nm}^{-1} \omega d\omega.$$

Непрерывный спектр излучения, в котором отсутствуют частоты, удовлетворяющие условиям

$$(\nu \gamma_{nm} \pm k\Omega \mp \omega) \frac{\epsilon_0}{2} = \pi \ell$$

$$N(\nu \gamma_{nm} \pm k\Omega \mp \omega) = 2\ell\Omega, \quad \ell = 1, 2, 3, \dots (N-1), (N+1), (N+2), \quad (7)$$

$$\ell \neq N$$

и моды, индексом  $N$  удовлетворяющие условию

$$n = \frac{S\ell}{y_0}, \quad S = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (8)$$

генерироваться не будет.

Интересен случай  $N \gg 1$ , когда в спектре излучения появляются резкие пики излучения на частотах, определяемых из условия

$$\nu \gamma_{nm} \pm k\Omega \mp \omega = 2S\Omega, \quad S = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (9)$$

которое определяет спектр излучения в эффекте Доплера в волноводе [4] для случая, где собственная частота движущегося источника совпадает с одной из гармоник частоты  $\Omega$  и записывается как  $p\Omega$  ( $p = |k + 2S|$ ). Из условия положительности частот из (9) можно получить

$$\omega_{\text{нгр}}^{(1)} = \frac{p\Omega + \sqrt{(\epsilon\beta^2 - 1)\lambda_{nm}^2 \nu^2 + \epsilon\beta^2 p^2 \Omega^2}}{|\epsilon\beta^2 - 1|}$$

$$\omega_{\text{нгр}}^{(2)} = \frac{\lambda_{nm}^2 \nu^2 + p^2 \Omega^2}{p\Omega + \sqrt{(\epsilon\beta^2 - 1)\lambda_{nm}^2 \nu^2 + \epsilon\beta^2 p^2 \Omega^2}}, \quad (10)$$

где  $p = |k + 2s|$  - номер гармоники движущегося источника.

Анализ различных физических возможностей при решении уравнения (9) приводит к следующим результатам.

1.  $\epsilon\beta^2 < 1$

Для волноводных мод (как ТМ, так и ТЕ) при выполнении неравенства

$$\Omega > \frac{c\lambda_{nm}}{p\sqrt{\epsilon}} \quad (11)$$

в направлении  $z > z_N$  ("вперед") излучается частота  $\omega_{nmp}^{(1)}$ , а в направлении  $z < z_1$  ("назад") - частота  $\omega_{nmp}^{(2)}$ .

В случае же

$$\frac{c\lambda_{nm}}{p\sqrt{\epsilon}} \sqrt{1-\epsilon\beta^2} < \Omega < \frac{c\lambda_{nm}}{p\sqrt{\epsilon}} \quad (12)$$

$\omega_{nmp}^{(1)}$  и  $\omega_{nmp}^{(2)}$  присутствуют только в спектре излучения "вперед". По терминологии И.М.Франка [5] эффект Доплера является сложным. Излучение "назад" здесь отсутствует. И, наконец, при

$$\Omega < \frac{c\lambda_{nm}}{p\sqrt{\epsilon}} \sqrt{1-\epsilon\beta^2} \quad (13)$$

уравнение (9) решений не имеет и в спектре переходного излучения на соответствующих модах резкие доплеровские пики вообще отсутствуют. Заметим, что для достаточно больших номеров гармоник  $p$  на каждой волноводной моде  $\omega_{nmp}^{(1)}$  излучается "вперед", а  $\omega_{nmp}^{(2)}$  - "назад".

2.  $\epsilon\beta^2 > 1$

При выполнении неравенства

$$\Omega < \frac{c\lambda_{nm}}{P\sqrt{\epsilon}} \quad (I4)$$

в спектре излучения "вперед" присутствуют обе частоты  $\omega_{nmp}^{(1)}$  и  $\omega_{nmp}^{(2)}$  и эффект Доплера является сложным. Излучение "назад" при этом отсутствует.

Если же

$$\Omega > \frac{c\lambda_{nm}}{P\sqrt{\epsilon}}, \quad (I5)$$

то "вперед" излучается  $\omega_{nmp}^{(1)}$ , а "назад" - частота  $\omega_{nmp}^{(2)}$  из (I0).

Высоты доплеровских пиков в спектре излучения можно определить из выражений

$$\frac{\partial S_{nmp}^{\pm}}{\partial \omega} = \frac{4q^2 N^2}{\alpha \beta \lambda_{nmp}^2 \epsilon \Omega^2} \sin^2 \left( \frac{\pi n}{\beta} y_0 \right) \frac{\sqrt{\omega^2 \epsilon - c^2 \lambda_{nm}^2}}{\omega c} \times \quad (I6)$$

$$\times \left| \sum_{s=-\infty}^{\infty} \alpha_{p-2s,m} \cos((N-1)\pi s) \frac{\sin(s\Omega z_0)}{s} J_{p-2s} \left( \frac{\pi m x_0}{\alpha} \right) \left( \frac{\beta^2 \lambda_{nm}^2 c^2}{\sqrt{\omega^2 \epsilon - \lambda_{nm}^2 c^2}} \mp (p-2s)\Omega \right)^2 \right|^2$$

$$\frac{\partial \hat{S}_{nmp}^{\pm}}{\partial \omega} = \frac{q^2 n^2 \alpha N^2 \epsilon_n \epsilon_m}{m^2 c^2 \beta^3 \lambda_{nm}^2} \sin^2 \left( \frac{\pi n}{\beta} y_0 \right) \frac{\omega c}{\sqrt{\omega^2 \epsilon - c^2 \lambda_{nm}^2}} \times \quad (I7)$$

$$\times \left| \sum_{s=-\infty}^{\infty} (p-2s) \alpha_{p-2s,m} \cos((N-1)\pi s) \frac{\sin(s\Omega z_0)}{s} J_{p-2s} \left( \frac{\pi m x_0}{\alpha} \right) \right|^2$$

В выражениях (I6) и (I7) вместо  $\omega$  следует подставить  $\omega_{\text{нпр}}^{(1)}$  либо  $\omega_{\text{нпр}}^{(2)}$ . Эффективная ширина этих пиков обратно пропорциональна числу пересечений  $N$  зарядом волновода и равна

$$\Delta\omega_1 = \frac{2c\gamma_{nm}\Omega}{N(\epsilon\beta_\omega - c\gamma_{nm})} \quad \text{для излучения "вперед",}$$

(I8)

$$\Delta\omega_2 = \frac{2c\gamma_{nm}\Omega}{N(\epsilon\beta_\omega + c\gamma_{nm})} \quad \text{для излучения "назад".}$$

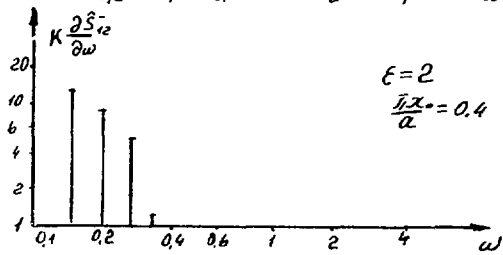
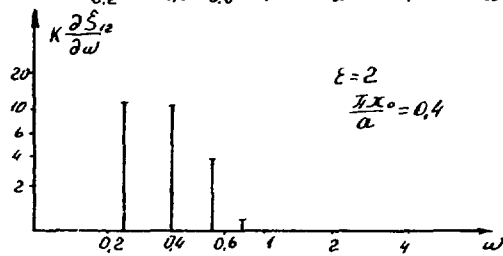
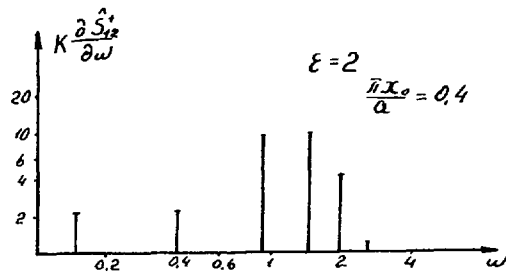
На рисунке приведен график зависимости высот пиков излучения от частоты для следующих параметров задачи:  $n = 1$ ,  $m = 2$ ,  $\Omega = 80$  Гц,  $\frac{\pi X_0}{a} = 4$ ,  $b = 2a = 0,2$  м,  $\beta = 0,9$ ; 0.

При  $\beta_2 = 0$  в области  $z > z_N$  и  $z < z_1$  излучается одинаковая энергия, причем частота  $\Omega$ , соответствующая частоте первой гармоники колебательного движения заряда для моды  $TE_{12}$ , является запредельной и в спектре излучения отсутствует. Поступательное движение заряда приводит к доплеровскому смещению спектра излучения согласно выражению (I0).

Для моды  $TE_{12}$  для гармоник  $p = 3, 5, 7, 9$  выполняются условия (I5), эффект Доплера нормальный, то есть частота  $\omega_{12}^{(1)}$  излучается "вперед", а частота  $\omega_{12}^{(2)}$  - "назад". При  $p = 1$  выполняется условие (I4), эффект Доплера сложный и в спектре излучения "вперед" появляются две дополнительные частоты  $\omega_1 = 405$  Гц и  $\omega_2 = 147$  Гц (см. рис.).

Отметим, что эффект Доплера приводит к уширению спектральных линий согласно (I8) и к соответственному увеличению энергии

излучения. Таким образом, предложенный метод генерации излучения позволяет подбором параметров задачи увеличивать энергию излучения на выбранной частоте.



Зависимость высот пиков в спектре излучения  
 от частоты при  $n = 1$ ,  $m = 2$ ,  $\Omega = 80$  Гц,

$$\frac{\bar{\nu} X_0}{a} = 4, \quad \beta = 0,02 \text{ м}, \quad \beta = 0,9; 0.$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Барсуков К.А., Газазян Э.Д., Лазиев Э.М. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 1972, т.ХУ, вып.2, с.191-192.
2. Каликинская М.П. Ученые записки МПИ им.В.И.Ленина, 1969. № 312, с.70-74.
3. Барсуков К.А., Беглоян Э.А., Лазиев Э.М. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 1987, т.30, вып.11, с.1337-1344.
4. Нарышкина Л.Г., Барсуков К.А. ЖТФ, 1963, т.33, вып.4, с.444-454.
5. Франк И.М. Изв.АН СССР, серия Физическая, 1942, т.6, вып.1-2.

Рукопись поступила 15 марта 1990 г.

К.А.БАРСУКОВ, Э.А.БЕГЛОЯН, Э.М.ЛАЗИЕВ, Р.И.МАРАБИН  
ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ВОЛНОВОДЕ ПРИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ  
ПЕРЕСЕЧЕНИИ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЕЙ ЕГО СТЕНОК

Редактор Л.П.Мукаян

Технический редактор А.С.Абрамян

---

Подписано в печать 27/XI-90г. ВЭ-03620      Формат 60x84/16  
Офсетная печать. Уч.изд.л.0,8      Тираж 299 экз. Ц. 10 к  
Зак.тип.№ 307      Индекс 3649

---

Отпечатано в Ереванском физическом институте  
Ереван 36, ул.Братьев Алиханян 2.

**The address for requests:  
Information Department  
Yerevan Physics Institute  
Alikhanian Brothers 2,  
Yerevan, 375036  
Armenia, USSR**

**ИНДЕКС 3649**



**ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

**We regret that some of the pages in the microfiche copy of this report may not be up to the proper legibility standards, even though the best possible copy was used for preparing the master fiche**