ИНДЕКС 3649

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Препринт ЕФИ-1329(24)-91

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
YEREVAN PHYSICS INSTITUTE

Н.С.АНАНИКЯН, К.Ш.ИЗМАИЛЯН, Р.Р.ЩЕРБАКОВ

ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД "ПОРЯДОК-ПОРЯДОК" В БЭГ МОДЕЛИ

ЦНИИатоминформ
ЕРЕВАН - 1991

Նախնատիպ ԵրՖԻ-1329(24)-91

Ն.Ս.ԱՆԱՆԻԿՅԱՆ, Կ.Շ.ԻԶՄԱՅԻԼՅԱՆ, Ռ.Ռ.ՇՉԵՐԲԱԿՈՎ

,,ԿԱՐԳ-ԿԱՐԳ,, ՓՈՒԼԱՅԻՆ ԱՆՑՈՒՄ ԲԷԳ ՄՈԴԵԼԻ ՀԱՄԱՐ

Հաշված է Բետե ցանցի վրա ազատ էներգիան Բլյում-Էմերի-Գրիֆիթս մոդելի համար։ Հաշվարկված է ,,կարգ-կարգ,, տիպի երկրորդ սեռի փուլային անցման կետում կրիտիկական ցուցանիշները։

Երևանի Ֆիզիկայի ինստիտուտ

Երևան 1991

Модель Изинга со спином – I, известная как Блюм-Эмери-Гриффитс модель (БЭГ) [I], сформулированная на бесконечномерной решетке Бете [2,3], качественно и количественно описывает низкотемпературные критические свойства следующих систем: класса анизотропных антиферромагнетиков ($FeCl_2$, $FeBr_2$, $Ni(NO_3)\cdot 2H_2O$ и т.д.) раствор двух изотопов гелия (^3He и ^4He), многокомпонентные жидкие растворы, микроэмульсий [4]. Трикритические свойства в двухмерной непрерывной конформной теории поля с применением гипотезы подобия (скейлинга) даны в [5].

В настоящей работе найдено точное значение свободной энергии БЭГ модели на решетке Бете. Также вычислены критические индексы, соответствующие точке C фазового перехода второго рода типа "порядок-порядок" [6], существующей наряду с λ - линией, которая определяет фазовый переход второго рода типа "порядок - беспорядок", заканчивающейся в трикритической точке.

Статистическая сумма данной модели имеет вид:

$$Z_N = \sum_{\{S\}} \exp\Big[J\sum_{\langle i,j\rangle} S_i S_j + K\sum_{\langle i,j\rangle} S_i^2 S_j^2 - \Delta \sum_i S_i^2 + h\sum_i S_i \Big], \quad (I)$$

где каждый спин S_i принимает значения $0, \pm 1$, суммирования под знаком экспоненты идут по всем взаимодействующим между собой узлам решетки, а внешнее суммирование – по всем спиновым конфигурациям системы, N – число узлов решетки.

В статьях [2,3] получены точные рекуррентные уравнения:

$$\exp(2\Delta) = \frac{4(\beta-u)^2}{u^2-\alpha^2 v^2}\cdot\left[(u+1)^2-v^2\right]^\gamma, \tag{2}$$

$$\exp(2h) = \frac{u-\alpha v}{u+\alpha v}\cdot\left[\frac{u+1+v}{u+1-v}\right]^\gamma, \tag{3}$$

где $\alpha = \dfrac{e^K\cdot \operatorname{ch} J-1}{e^K \operatorname{sh} J}$, $\beta = e^K\cdot \operatorname{ch} J-1$, $\gamma = q-1$ и q – является координационным числом решетки Бете.

В модели имеются два параметра порядка ($m=\frac{1}{N}\sum\limits_i \langle S_i\rangle$ – дипольный момент и $p=\frac{1}{N}\sum\limits_i\langle S_i^2\rangle$ – квадрупольный момент), которые определяются выражениями: $m=-v\cdot\dfrac{u(1+\alpha)+\alpha}{\beta+u^2+\alpha v^2}$, $1-p=\dfrac{\beta-u}{\beta+u^2+\alpha v^2}$.

Свободная энергия f, приходящаяся на один узел при заданной температуре T является функцией Δ и h, т.е. $f=f(\Delta,h)$. Используя соотношения (2)-(3) и выражения для m и p, а также, что $\frac{\partial f}{\partial h}=-m$ и $\frac{\partial f}{\partial \Delta}=p$, нетрудно получить

$$\frac{\partial f}{\partial u} = (\gamma-1)\cdot\frac{u}{\beta+u^2+\alpha v^2}-\frac{1}{\beta-u}, \tag{4}$$

$$\frac{\partial f}{\partial v} = (\gamma-1)\cdot\frac{\alpha v}{\beta+u^2+\alpha v^2}. \tag{5}$$

Из (4) и (5) следует, что

$$f/k_B T = \frac{\gamma-1}{2}\ln(\beta+u^2+\alpha v^2)+\ln(\beta-u)+\text{const}. \tag{6}$$

Чтобы определить константу, рассмотрим условия $m=0$ $(h=0)$ и $p=1$ $(\Delta=-\infty)$. Из выражения (I) видно, что при больших отрицательных Δ вклад спинов с нулевыми значениями в статистическую сумму подавлен. Следовательно, свободная энергия на один узел принимает вид:

$$f/k_B T = -\frac{\gamma+1}{2}\cdot K+\ln\frac{2(\beta-u)(u+1)^\gamma}{u}-\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\ln\sum_{\{S\}}\exp\Big[J\sum_{\langle i,j\rangle}S_i S_j\Big] \tag{7}$$

Поскольку последний член в (7) является свободной энергией для $Z(2)$ модели, выражение которой приведено в книге [7], то

$$f/k_B T = -\frac{\gamma+1}{2}\cdot K+\ln\frac{2(\beta-u)(u+1)^\gamma}{u}+\frac{\gamma-1}{2}\ln 2-\frac{\gamma+1}{2}\ln[2\operatorname{ch} J]. \tag{8}$$

Сравнивая (6) и (8), окончательно получаем

$$f/k_B T = \frac{\gamma-1}{2}\ln(\beta+u^2+\alpha v^2)+\ln(\beta-u)-\frac{\gamma+1}{2}\ln\beta. \tag{9}$$

Приведенный вывод выражения (9) является универсальным и применим для $Z(Q)$ модели с различными Q . В частности, при $Q = 3$ мы имеем БЭГ модель.

При достаточно больших значениях квадрупольного взаимодействия K происходит фазовый переход в точке C , типа "порядок-порядок". Данный переход определяется внешним полем Δ (при условии $h = 0$). Из условий $\frac{\partial \Delta}{\partial u} = 0$, $\frac{\partial^2 \Delta}{\partial u^2} = 0$, где $\Delta = \ln \frac{2(\beta - u)(u+1)^{\gamma}}{u}$, получаем следующие значения параметров, характеризующие точку C : $\beta_c = \frac{4\gamma}{(\gamma-1)^2}$, $u_c = \frac{2}{\gamma-1}$, $\Delta_c = \ln\left[2\left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\right)^{\gamma+1}\right]$, $P_c = \frac{1}{2}$.

Положим: $T = T_c \cdot (t+1)$ при условии $h = 0$, тогда получим следующее разложение вблизи точки C :

$$\Delta - \Delta_c = -\frac{(\gamma-1)^3 e^{K_c} \cdot (K_c \cdot \mathrm{ch} J_c + J_c \mathrm{sh} J_c)}{4(\gamma+1)} \cdot t \cdot \delta - \frac{\gamma(\gamma^2-1)}{2} \cdot \delta^3 + O(t^2 \cdot \delta,\ t\delta^2,\ \delta^4) \qquad (10)$$

Из выражения для P следует, что $\delta = \frac{4}{\gamma+1}|P - P_c| + O(t|P-P_c|, |P-P_c|^2)$, поэтому окончательно получаем $\frac{\Delta - \Delta_c}{K_B T_c} = |P - P_c|^3 \cdot h_s(x)$,

где $x = t \cdot |P - P_c|^{-2}$,

$$h_s(x) = -\frac{(\gamma-1)^3}{(\gamma+1)^2} e^{K_c} \cdot (K_c \mathrm{ch} J_c + J_c \mathrm{sh} J_c) \cdot x - \frac{32\gamma(\gamma^2-1)}{(\gamma+1)^3}$$ – ф-ия

скейлинга, $u - u_c = (u_c + 1)\delta$.

Таким образом, на основании гипотезы подобия мы получили

следующие критические индексы $\delta = 3$ и $\beta = \frac{1}{2}$. Поскольку в точке фазового перехода второго рода типа "порядок-порядок" $n = 2$ и $d^* = 2 + \frac{2}{n-1}$ [8], то полученные критические индексы являются " классическими" , так как решетка Бете имеет бесконечномерную хаусдорфову размерность.

При исследовании $Z(4)$ модели получается поверхность фазовых переходов второго рода, пересекающихся в трикритической линии, которая оканчивается тетракритической точкой, например, наблюдаемой в твердом растворе $K_2 Mn_{1-x} Fe_x F_4$ [9]. С этой точки зрения интересно найти аналог точки C , что будет сделано в последующей работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

I. Blume M., Emery V., Griffiths R.B. Phys.Rev. 1971, V.B4, p.1071.

2. Avakian A.R., Ananikyan N.S., Izmailyan N. Phys.Lett.,1990, V.A, p.163.

3. Ananikyan N.S., Avakian A.R., Izmailyan N.Sh. Physica A, to bu published.

4. Lawrie L.D., Sarbach S. in: Phase Transition and Critical Phenomena, V.9; C.Pomb, Lebowits J., eds (Academic Press, New-York, 1984).

5. Lassig M., Mussardo G., Cardy J., Nucl.Phys., 1991, V.B348 p.591-618.

6. Buzano C., Physica , 1988, V.A150, p.54.

7. Бэестер Р. Точно решаемые модели в статистической механике. М.: Мир, I985, с.63.

8. Замолодчиков А.В. ЯФ, I986, т.44, с.82I.

9. Bevaart L., Frikke E., Lebesgue J.V., de Jonge L.S. Sol.State Comm., 1978, V.29, p.539.

Рукопись поступила 6 мая I99I г.

Н.С.АНАНИКЯН, К.Ш.ИЗМАИЛЯН, Р.Р.ЩЕРБАКОВ

ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД "ПОРЯДОК-ПОРЯДОК" В БЭГ МОДЕЛИ

Редактор Л.П.Мукаян

Тех.редактор А.С.Абрамян

Подписано в печать I4/УI-9Iг. Формат 60х84/I6

Офсетная печать.Уч.изд.л. 0,5 Тираж 299 экз. Ц. 8 к.

Зак.тип.№ I09 Индекс 3649

Отпечатано в Ереванском физическом институте

Ереван 36, ул.Братьев Алиханян 2