



AM9800002

Препринт ЕФИ-1353(50) - 91

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՏԻՏՈՒՏ  
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
YEREVAN PHYSICS INSTITUTE



В.Я.ЯРАЛОВ

РАСЧЕТ УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ  
С ЭНЕРГИЕЙ 4,5 ГэВ В КРИСТАЛЛЕ АЛМАЗА  
В МОДЕЛИ ПЛОСКОСТНОГО КАНАЛИРОВАНИЯ.

29 - 16

ЦНИИАтоминформ

ЕРЕВАН - 1991

L

**We regret that  
some of the pages  
in this report may  
not be up to the  
proper legibility  
standards, even  
though the best  
possible copy was  
used for scanning**



Центральный научно-исследовательский институт информации  
и технико-экономических исследований по атомной науке  
и технике (ЦНИИатоминформ) 1991 г.

### Метод расчета.

Для сравнения с результатами эксперимента [1] разработан алгоритм численного расчета угловых характеристик излучения электрона в модели плоскостного каналирования на основе точных формул классической электродинамики (без дипольного приближения).

На рис.1 показан выбор системы координат, в которой производится расчет. Электронный пучок направлен вдоль оси Z.

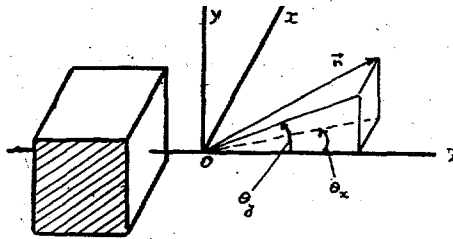


Рис.1

Плоскость YZ параллельна кристаллографическим плоскостям, образующим канал (заштриховано). Плоскость XZ совмещена с плоскостью движения электрона. Единичный вектор

$$\vec{n} = n_x \vec{i}_x + n_y \vec{i}_y + n_z \vec{i}_z$$

вдоль которого рассчитывается излучение, задается двумя углами:  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ . Это углы между проекциями  $\vec{n}$  на плоскости XZ, YZ и осью Z. Будем пользоваться системой единиц  $\hbar = c = 1$ . Основная единица - эв.

Для расчетов исходной является формула спектрально-угловой плотности излучения электрона с траектории  $\vec{r}(t)$  [2].

$$\begin{aligned}
\frac{dK}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{4\pi^2} \left| \int_{t_1}^{t_2} \frac{[\vec{n} \cdot [(\vec{n} - \vec{v}) \vec{a}]]}{(1 - \vec{n} \cdot \vec{v})^2} e^{i\omega(t - \vec{n} \cdot \vec{r})} dt \right|^2 = \\
&= \frac{e^2}{4\pi^2} \left| \int_{t_1}^{t_2} \frac{(1 - \vec{n} \cdot \vec{v}) \vec{a} - (\vec{n} \cdot \vec{a})(\vec{n} - \vec{v})}{(1 - \vec{n} \cdot \vec{v})^2} e^{i\omega \int_{t_1}^t (1 - \vec{n} \cdot \vec{v}) dt} dt \right|^2 = \\
&= \frac{e^2}{4\pi^2} \left| \int_{t_1}^{t_2} \vec{\phi}(\vec{v}, \vec{a}) e^{i\omega \int_{t_1}^t f(\vec{v}) dt} dt \right|^2 \quad (1)
\end{aligned}$$

$\vec{v}(t)$ ,  $\vec{a}(t)$  – скорость и ускорение электрона на траектории  $\vec{r}(t)$ .

$\vec{\phi}, f$  — обозначения для множителя перед экспонентой и подынтегральной функции в показателе экспоненты.

Рассмотрим сначала произвольную периодическую по времени траекторию, имеющую  $N$  периодов длительностью  $T$ .

Согласно (1), каждая точка траектории  $t$  дает в излучение вклад  $\vec{\phi}(t)$ , являющийся периодической функцией с фиксированным периодом  $T$ , равным периоду траектории, и взятый со своим фазовым множителем.

Фазовый множитель тоже периодическая функция. Его период  $T_\phi$  определяется из условия:

$$\omega \int_0^{T_\phi} f dt = 2\pi \quad (2)$$

и зависит от частоты  $\omega$  и направления  $\vec{n}$ . При  $T_\phi = T$  излучения с разных периодов траектории электрона находятся в одинаковой фазе и когерентно усиливают друг друга.

Совпадение периодов имеет место для резонансной частоты  $\omega = R$ , которую можно определить из (2).

$$R = 2\pi / \int_0^T f dt \quad (3)$$

Далее нам понадобится соотношение, сводящее излучение с  $N$  периодов к излучению с одного периода.

$$\left| \int_0^{NT} \vec{\phi} e^{i\omega \int_0^t f dt} dt \right|^2 = \left| \int_0^T \vec{\phi} e^{i\omega \int_0^t f dt} dt + e^{i\omega \int_0^T f dt} \int_T^{2T} \vec{\phi} e^{i\omega \int_T^t f dt} dt + \dots \right|^2 =$$

==...

$$\begin{aligned}
&= \left| \int_0^T \varphi e^{i\omega \int_0^t f dt} dt \right|^2 \left| 1 + e^{i\omega \int_0^T f dt} + \dots + e^{i(N-1)\omega \int_0^T f dt} \right|^2 = \\
&= \left| \int_0^T \varphi e^{i\omega \int_0^t f dt} dt \right|^2 \frac{1 - \cos N\omega \frac{2\pi}{R}}{1 - \cos \omega \frac{2\pi}{R}} \quad (4)
\end{aligned}$$

$\delta$  — образный коэффициент когерентности

$$P_k = \frac{1 - \cos N\omega \frac{2\pi}{R}}{1 - \cos \omega \frac{2\pi}{R}}$$

периодичен по  $\omega$  с периодом  $R$ . Значимые значения  $P_k$  находятся в области первой осцилляции числителя:  $\omega = R \pm \frac{R}{N}$ . Остальными осцилляциями можно пренебречь. Максимальное значение, равное  $N^2$ , достигается при резонансной частоте и кратным ей частотам.

Таким образом, спектр излучения с фиксированной траектории для фиксированного направления излучения состоит из линии шириной  $\Delta\omega \sim \frac{R}{N}$  на частотах  $R, 2R, \dots$

Данный подход аналогичен использованному в работе [3], в отличие от которой переход к величинам, определяемым на одном периоде траектории, делается не путем разложения в ряд Фурье, а непосредственно с помощью соотношения (4).

Ниже нам понадобится интеграл

$$\int_{R-R/N}^{R+R/N} P_k d\omega = \frac{R}{\pi} \int_0^{2\pi/N} \frac{1 - \cos Nx}{1 - \cos x} dx = NR \quad (5)$$

С учетом (4) плотность излучения (1) примет вид

$$\frac{dE}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \left| \int_0^T \vec{\varphi}(\vec{v}, \vec{a}) e^{i\omega \int_0^t f(\vec{v}) dt} dt \right|^2 \frac{1 - \cos N\omega \frac{2\pi}{R}}{1 - \cos \omega \frac{2\pi}{R}}$$

Вернемся к модели плоскостного каналирования. Нам понадобятся соотношения, очевидные для релятивистского электрона, а также вытекающие из малости углов  $\theta_x, \theta_y$ .

$$v = 1 - \frac{1}{2} \frac{m^2}{E^2}; \quad v_z = v - \frac{v_x^2}{2}; \quad n_x = \theta_x; \quad n_y = \theta_y; \quad n_z = 1 - \frac{\theta_x^2}{2} - \frac{\theta_y^2}{2}$$

Учтем двумерность движения в выбранной модели, заменим Z-компоненты X-компонентами и отбросим малые высших порядков.

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \vec{i}_x + \frac{dv_z}{dt} \vec{i}_z = a_x \vec{i}_x - v_x a_x \vec{i}_z$$

$$(\vec{n} \cdot \vec{a}) = n_x a_x + n_z a_z = (\theta_x - v_x) a_x$$

$$f = 1 - \vec{n} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} \left[ \frac{m^2}{E^2} + \theta_y^2 + (v_x - \theta_x)^2 \right]$$

$$\vec{\phi} = \frac{\frac{1}{2} \left[ \frac{m^2}{E^2} + \theta_y^2 - (v_x - \theta_x)^2 \right] \vec{i}_x + (v_x - \theta_x) \theta_y \vec{i}_y}{\frac{1}{4} \left[ \frac{m^2}{E^2} + \theta_y^2 + (v_x - \theta_x)^2 \right]^2} a_x$$

Интеграл по периоду подвергнем преобразованиям, примененным в работе [4]. Заменяя  $x = \int v_x dt$ , переходим к интегрированию по  $x$ . Подставляем:

$$|v_x| = \sqrt{\frac{2}{E}} \sqrt{E_{\perp} - V(x)}; \quad a_x = -\frac{1}{E} \frac{dV(x)}{dx}$$

$E_{\perp}$  — поперечная энергия

$V(x)$  — потенциальная энергия электрона в канале.

Окончательные формулы для излучения электрона с фиксированной траектории с поперечной энергией  $E_{\perp}$  на частоте  $\omega$  в направлении, задаваемом углами  $\theta_x, \theta_y$ , таковы.

$$\frac{dE}{d\omega d\theta_x d\theta_y} = \frac{2e^2}{\pi^2 E} \frac{1 - \cos N\omega \frac{2\pi}{R}}{1 - \cos \omega \frac{2\pi}{R}} W \quad (6)$$

Для каналированного электрона:

$$W = (S_x^-)^2 + (S_x^+)^2 + (S_y^-)^2 + (S_y^+)^2 - 2(S_x^- S_x^+ + S_y^- S_y^+) \cos \omega \frac{\pi}{R}$$

$$S_x^{\mp} = \int_0^{x_0} \frac{b^+ (\theta_x^{\mp} q(x))^2}{[b^+ (\theta_x^{\mp} q(x))^2]^2} \frac{dV(x)}{\sqrt{E_{\perp} - V(x)}} \sin(\omega \sqrt{\frac{E}{8}} \int_0^x \frac{b^+ (\theta_x^{\mp} q(x))^2}{\sqrt{E_{\perp} - V(x)}} dx) dx$$

$$S_y^{\mp} = 2 \theta_y \int_0^{x_0} \frac{\theta_x^{\mp} q(x)}{[b^+ (\theta_x^{\mp} q(x))^2]^2} \frac{dV(x)}{\sqrt{E_{\perp} - V(x)}} \sin(\omega \sqrt{\frac{E}{8}} \int_0^x \frac{b^+ (\theta_x^{\mp} q(x))^2}{\sqrt{E_{\perp} - V(x)}} dx) dx$$

$$R = 2\pi \sqrt{2E} \int_0^{x_0} \frac{\frac{m^2}{E^2} + \theta_x^2 + \theta_y^2 + \frac{2}{E}(E_{\perp} - V(x))}{\sqrt{E_{\perp} - V(x)}} dx ; \quad T = 2\sqrt{2E} \int_0^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{E_{\perp} - V(x)}}$$

$$b = \frac{m^2}{E^2} + \theta_y^2 ; \quad q(x) = \sqrt{\frac{2}{E}} \sqrt{E_{\perp} - V(x)}$$

$N = \frac{L}{T}$  - число периодов траектории электрона ;

$L$  - длина пути электрона в кристалле ;

$m, E$  - масса покоя и полная энергия электрона ;

$R$  - резонансная частота ;  $T$  - период траектории ;

$x_0$  - точка поворота каналированного электрона ;

находится из уравнения :  $V(x_0) = E_{\perp}$

Для надбарьерного электрона:

$$W = S_x^2 + S_y^2$$

$$S_x^{\pm} = \int_0^{\frac{d}{2}} \frac{b^+ (\theta_x^{\pm} q(x))^2}{[b^+ (\theta_x^{\pm} q(x))^2]^2} \frac{dV(x)}{\sqrt{E_{\perp} - V(x)}} \sin(\omega \sqrt{\frac{E}{8}} \int_0^x \frac{b^+ (\theta_x^{\pm} q(x))^2}{\sqrt{E_{\perp} - V(x)}} dx) dx$$

$$S_y^{\pm} = 2 \theta_y \int_0^{\frac{d}{2}} \frac{\theta_x^{\pm} q(x)}{[b^+ (\theta_x^{\pm} q(x))^2]^2} \frac{dV(x)}{\sqrt{E_{\perp} - V(x)}} \sin(\omega \sqrt{\frac{E}{8}} \int_0^x \frac{b^+ (\theta_x^{\pm} q(x))^2}{\sqrt{E_{\perp} - V(x)}} dx) dx$$

$$R = 2\pi \sqrt{\frac{d}{2}} \int_0^{\frac{d}{2}} \frac{b + \left(\frac{\theta}{x} - \lambda q(x)\right)^2}{\sqrt{E_{\perp} - V(x)}} dx ; \quad T = \sqrt{2R} \int_0^{\frac{d}{2}} \frac{dx}{\sqrt{E_{\perp} - V(x)}} ; \quad \lambda = \frac{v_x}{|v_x|}$$

$d$  — ширина канала (межплоскостное расстояние);

$\lambda = 1$  если надбарьерный электрон в поперечном движении смещается в положительном направлении оси  $X$ .

$\lambda = -1$  при смещении в отрицательном направлении.

Численный расчет интегралов.

Общий вид вычисляемых интегралов таков:

$$\int_0^{x_0} \frac{g(x)}{\sqrt{E_{\perp} - V(x)}} \cdot \text{SIN} \left( \omega \int_0^x \frac{h(x)}{\sqrt{E_{\perp} - V(x)}} dx \right) dx$$

где  $g(x)$ ,  $h(x)$  — вышеприведенные функции.

Основным приемом является аппроксимация интересующей нас функции параболическим сплайном, т.е. замена ее набором парабол.

Если  $V(x)$  является полиномом второго порядка, то внутренний интеграл берется аналитически. Замена  $V(x)$  несколькими параболой решает, таким образом, задачу взятия внутреннего интеграла.

Внутренний интеграл

$$y(x) = \int_0^x \frac{h(x)}{\sqrt{E_{\perp} - V(x)}} dx \quad (7)$$

берется от неотрицательной функции и монотонно возрастает с ростом  $x$ . Аппроксимируем его параболическим сплайном. Если прямая функция  $y(x)$  есть набор парабол, то и обратная функция  $x(y)$  тоже есть набор парабол. Таким образом, у нас есть возможность вычислять как прямую функцию (7), так и обратную  $x = x(y)$ .

Замена переменной (7) приводит исходный интеграл к виду:

$$\int_0^{y_0} \frac{g(x)}{h(x)} \text{SIN}(\omega y) dy$$

где  $x(y)$  — функция, обратная (7);  $y_0 = y(x_0)$ .

Коэффициент перед синусом, в свою очередь, аппроксимируется параболическим сплайном. Произведение параболы и синуса

интегрируется аналитически, что и завершает алгоритм вычисления исходного интеграла.

#### Монте-Карло усреднение.

Спектрально-угловая плотность излучения для фиксированной траектории (траектории различаются значениями энергии  $E_L$ ) на частоте  $\omega$  в направлении, заданном углами  $\theta_x, \theta_y$ , согласно (6), зависит от этих четырех параметров:

$$\frac{dE}{d\omega d\theta_x d\theta_y} = P_k(\omega, E_L, \theta_x, \theta_y) \cdot W(\omega, E_L, \theta_x, \theta_y)$$

При фиксированных  $E_L, \theta_x, \theta_y$  плотность излучения, как функция  $\omega$ , имеет линейчатый вид. Линии соответствуют частотам, кратным  $\Omega$ . Плотность излучения требуется усреднить по  $E_L$ , в соответствии с естественным усреднением в эксперименте излучения по разным траекториям, и проинтегрировать по остальным параметрам. Интервал интегрирования  $\Delta\omega$  соответствует разрешению по энергии. Интервалы  $\Delta\theta_x, \Delta\theta_y$  характеризуют конфигурацию телесного угла излучением в который мы интересуемся. Применительно к работе [1] эти интервалы определяются размерами и положением щели парного спектрометра.

Экспериментально наблюдаемой величиной является интеграл:

$$\int P_k(\omega, E_L, \theta_x, \theta_y) W(\omega, E_L, \theta_x, \theta_y) P(E_L) P(\omega, \theta_x, \theta_y) d\omega dE_L d\theta_x d\theta_y$$

$P(E_L)$  — плотность вероятности случайной величины  $E_L$ ;

$P(\omega, \theta_x, \theta_y)$  — вероятность регистрации парным спектрометром фотона с энергией  $\omega$ , летящего в направлении  $\theta_x, \theta_y$  [10].

$\delta$ -образность  $P_k(\omega)$  с учетом (5) позволяет свести интеграл по  $\omega$  к сумме:

$$\int_{\omega - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega + \frac{\Delta\omega}{2}} P_k(\omega, E_L, \theta_x, \theta_y) W(\omega, E_L, \theta_x, \theta_y) P(\omega, \theta_x, \theta_y) d\omega =$$

$$\begin{aligned}
& nR + \frac{R}{N} \\
= & \sum_n \int_{nR - \frac{R}{N}}^{nR + \frac{R}{N}} P_k(\omega, E_{\perp}, \theta_x, \theta_y) W(\omega, E_{\perp}, \theta_x, \theta_y) P(\omega, \theta_x, \theta_y) d\omega = \\
& \sum_n W(nR, E_{\perp}, \theta_x, \theta_y) P(nR, \theta_x, \theta_y) \int_{nR - \frac{R}{N}}^{nR + \frac{R}{N}} P_k(\omega, E_{\perp}, \theta_x, \theta_y) d\omega = \\
= & N(E_{\perp}) R(E_{\perp}, \theta_x, \theta_y) \sum_n W(nR, E_{\perp}, \theta_x, \theta_y) P(nR, \theta_x, \theta_y)
\end{aligned}$$

Сумма включает такие натуральные  $n$ , для которых частоты  $nR$ , кратные резонансной, попадают в интервал интегрирования  $\Delta\omega$ .

Итак, требуется вычислить интеграл:

$$\int P(E_{\perp}) N(E_{\perp}) R(E_{\perp}, \theta_x, \theta_y) \sum_n W(nR, E_{\perp}, \theta_x, \theta_y) P(nR, \theta_x, \theta_y) dE_{\perp} d\theta_x d\theta_y$$

Интеграл рассчитывается методом Монте-Карло. Розыгрыш  $E_{\perp}$  делается так. Равномерно разыгрывается точка влета электрона в канал:  $x$ . На основе предположений о статистическом распределении электронного пучка по углу в горизонтальной плоскости  $XZ$  разыгрывается угол влета электрона в канал:

$$(\theta_x)_e. \text{ Затем вычисляется: } E_{\perp} = \frac{E(\theta_x)_e^2}{2} + V(x)$$

Уточним роль расходимости пучка в вертикальной плоскости  $YZ$ . Формулы были выведены в такой системе координат, в которой плоскость  $XZ$  совпадает с плоскостью движения электрона. Если электрон не имеет вертикальной составляющей угла, то это будет лабораторная система координат. Пусть электрон имеет ненулевой угол в вертикальной плоскости  $YZ$ :  $(\theta_e)_y$ . Поворачивая лабораторную систему координат вокруг оси  $X$  на угол  $(\theta_e)_y$ , совмещаем плоскость  $XZ$  с плоскостью движения электрона. При этом угол наблюдения  $\theta_y$  в повернутой системе координат примет значение:  $\theta_y \rightarrow \theta_y - (\theta_e)_y$ . Эта поправка, естественно, вносится в процедуру Монте-Карло. Таким образом, расходимость пучка в вертикальной плоскости эквивалентна уширению угла наблюдения по вертикали.

Отметим, что в данной схеме Монте-Карло нет принципиальной разницы между получением угловых и спектральных распределений. В самом деле, если взять достаточно большие интервалы интегрирования по углам  $\Delta\theta_x$ ,  $\Delta\theta_y$ , охватывающие практически весь конус излучения, то спектрально-угловая плотность излучения превращается в чисто спектральную.

#### Выбор потенциала.

Данный алгоритм позволяет использовать для расчета произвольный потенциал канала  $V(x)$ . Для расчетов угловых распределений использовался межплоскостной потенциал, полученный усреднением атомного потенциала в модели Томаса-Ферми с использованием функции экранирования Линдхарда (см.[5])

$$V\left(\frac{x}{d/2}\right) = V_0 \frac{1 + \sqrt{1 + 4\beta} - \sqrt{1 + \beta\left(\frac{x}{d/2}\right)^2} - \sqrt{1 + \beta\left(2 - \frac{x}{d/2}\right)^2}}{1 + \sqrt{1 + 4\beta} - 2\sqrt{1 + \beta}} \quad (8)$$

$V_0 = 26,31(\text{эВ})$  — глубина потенциальной ямы канала;

$d$  — межплоскостное расстояние;

$\beta = 3,147$  — численный параметр для кристалла алмаза.

Отметим, что изменяя  $\beta$ , можно варьировать крутизну кривой  $V(x)$ .

#### Обсуждение результатов.

Прежде, чем переходить непосредственно к угловым распределениям, имеет смысл сравнить спектральные распределения, получаемые предлагаемым методом, с опубликованными теоретическими спектрами.

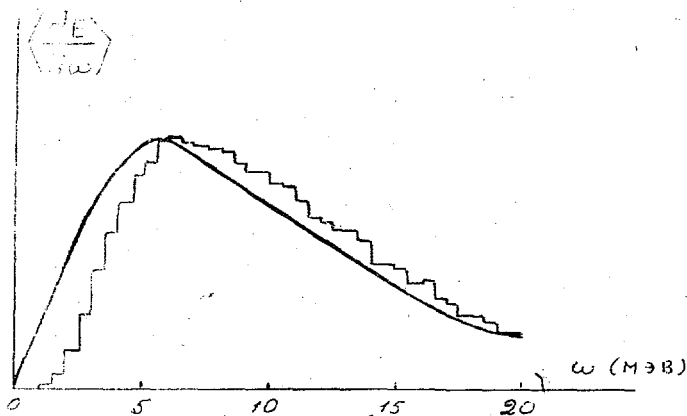


Рис.2

На рис.2 приведен спектр, рассчитанный для условий, взятых из работы [6], а именно: плоскость (110) алмаза, энергия электронов в пучке 1 ГэВ, угол влета электронов в канал  $\theta_0$  колеблется равномерно в интервале  $(-\theta_L, +\theta_L)$ , где  $\theta_L = 2,28 \cdot 10^{-4}$  рад, — угол Линдхарда, потенциал канала есть:

$$V\left(\frac{x}{d/2}\right) = V_0 \frac{x}{d/2} \left(2 - \frac{x}{d/2}\right)$$

Рассчитанный спектр изображен гистограммой. Спектр, взятый из [6], изображен сплошной линией. Обе кривые нормированы так, что их максимумы равны 1.

Расчеты угловых распределений обнаруживают сложную структуру. На рис.3 приведены рассчитанные, усредненные по траекториям, угловые распределения излучения пучка электронов с энергией 4,5 ГэВ, движущегося в кристалле алмаза вдоль канала, образованного плоскостями (110) (см.рис.1). Зависимость излучения от угла  $\theta_x$  рассчитана в горизонтальной плоскости XZ, перпендикулярной плоскостям (110). В качестве межплоскостного потенциала взято выражение (8). Угловое распределение налетающего пучка предполагается гауссовым со стандартными отклонениями в плоскостях XZ, YZ соответственно:  $\sigma_x = 1,5 \cdot 10^{-4}$ ,  $\sigma_y = 10^{-4}$  рад. В алгоритме Монте-Карло учтены размеры кристалла алмаза и детектора излучения, соответствующие [1].

Угловые распределения рассчитаны для четырех фиксированных частот излучения, значения которых отмечены на рисунке в МэВ. Все кривые, за исключением соответствующей  $\omega = 30$  МэВ, нормированы одинаково, так что отношения их амплитуд соответствуют приведенным на рисунке.

Если электронный пучок влетает в канал под нулевым углом, то угловые распределения симметричны относительно оси ординат. В соответствии с этим мы изображаем на рисунке половину углового распределения, соответствующую положительным значениям угла  $\theta$ .

Частота  $\omega = 60$  МэВ соответствует максимуму в спектральном распределении. Для этой частоты максимум в угловом распределении находится в нуле. При увеличении частоты на месте максимума образуется провал, все более увеличивающийся. Максимум раздваивается и обе его части расходятся симметрично от нуля в положительную и отрицательную стороны тем больше, чем больше частота. Эта картина качественно совпадает с результатами [1].

На рис. 4 экспериментальная кривая из [1], соответствующая частоте излучения  $\omega = 315$  МэВ, изображена вместе с рассчитанной кривой. Пунктирная линия показывает вклад надбарьерных электронов, точечная — вклад каналированных.

Для того, чтобы избавиться от произвола, связанного с необходимостью выбора конкретной расходямости пучка, имеет смысл повторить расчеты угловых распределения излучения, используя равномерное распределение налетающего пучка по углу влета в кристалл в горизонтальной плоскости  $XZ$ . На рис. 5 приведены результаты таких расчетов. Относительные амплитуды кривых соответствуют приведенным на графике.

Поскольку не существует какого-либо заранее выделенного направления (в плоскости  $XZ$ ) и расчет ведется в системе отсчета, жестко связанной с кристаллом, то эти кривые свидетельствуют, что для каждой частоты  $\omega$  имеются свои приоритетные направления излучения, фиксированные в системе кристалла. Если пучок электронов влетает в канал в окрестности такого приоритетного направления, то должен наблюдаться пик излучения. Величина этой окрестности  $\sim 10^{-4}$  рад. В самом деле, конус излучения электрона  $\sim \frac{m}{E} \approx 10^{-4}$ . Амплитуда поворотов электрона в кристалле порядка угла Линдхарда  $\theta_L = 1,09 \cdot 10^{-4}$ .

При изменении углового распределения налетающего пучка, положение пиков, соответствующих приоритетным направлениям, не меняется. Возникает лишь перераспределение между амплитудами пиков. Это иллюстрируется сравнением рис. 3 и 5.

При повороте кристалла в плоскости  $XZ$  на некоторый угол  $\theta_k$  угловое распределение пучка в системе кристалла изменится, а именно: сдвинется на угол  $(-\theta_k)$ . Это приведет к перераспределению амплитуд пиков приоритетных направлений (попеременно в системе кристалла), могут исчезнуть некоторые пики и возникнуть новые. С другой стороны, в неподвижной лабораторной системе вся эта результирующая картина окажется сдвинутой на угол  $\theta_k$ .

Таким образом, кривые рис. 5, рассчитанные для равномерного углового распределения пучка, позволяют наглядно интерпретировать и оценивать угловые распределения излучения в зависимости от различных вариантов углового распределения налетающего пучка и от ориентации кристалла с точностью  $\sim 10^{-4}$ . Рассмотрим с этой точки зрения экспериментальные результаты [1].

На частоте излучения  $\omega = 315$  МэВ наблюдается наибольшее смещение пика углового распределения относительно нуля (напомним, что мы рассматриваем только половину углового распределения). Расчетные кривые показывают, что имеются два смещенных пика, положения которых не зависят от расходимости налетающего пучка и составляют:

$1,1 \cdot 10^{-4}$  и  $2,2 \cdot 10^{-4}$  рад. От расходимости зависят лишь

относительные амплитуды пиков. Возникает предположение, что комбинацией этих двух пиков и обусловлен наблюдаемый пик.

При увеличении частоты расчетные кривые имеют тенденцию к дальнейшему смещению пары пиков вправо и к увеличению расстояния между этими пиками. Для частоты  $\omega \sim 500$  МэВ вклад в излучение будет, очевидно, давать только первый пик, поскольку угловое распределение налетающего пучка не будет захватывать расположение второго пика, превышающего  $3 \cdot 10^{-4}$  рад. Это должно привести к сдвигу экспериментально наблюдаемого пика обратно в сторону нуля, что и обнаружено при измерениях для  $\omega = 630$  МэВ.

Отметим, что поскольку в данной модели не учитывается отдача при излучении, то ее предсказания при больших  $\omega$  теряют смысл. Для частоты  $\omega \sim 500$  отношение  $\omega/c \sim 0,1$ . Если считать, что для

таких частот модель еще работает, то при повороте кристалла в плоскости  $XZ$  на угол  $3,3 \cdot 10^{-4}$  рад. должен быть обнаружен второй главный пик излучения на частоте  $\omega = 500$  МэВ.

Подчеркнем, что речь идет об излучении в модели плоскостного каналирования. Излучение, обусловленное другими механизмами, не рассматривается.

На рис.6а приведено рассчитанное угловое распределение излучения электронов для кристалла алмаза, повернутого в плоскости  $XZ$  на угол  $0,8 \cdot 10^{-4}$  рад. В отличие от экспериментального распределения, приведенного в [1], в левой части рассчитанного распределения имеется два пика вместо одного. В остальном имеется качественное согласие с экспериментальным распределением.

Обратим внимание на обстоятельство, отмеченное в [7]. Измерения угловых распределений излучения для  $\omega = 315$  МэВ были повторены во многих сериях экспериментов. Повторяемость эксперимента выражается, в частности, в том, что во всех сериях наблюдалось раздвоение пика. Но положение пиков в разных сериях было разным, менялось в пределах от  $10^{-4}$  до  $2 \cdot 10^{-4}$  рад. Обратим внимание на то, что эти значения совпадают с приоритетными направлениями расчетных кривых на рис. 5.

Были проведены расчеты угловых распределений с разными значениями расходимости пучка  $\sigma_x$  и проведено сравнение с различными сериями экспериментов. Обнаружено, что наиболее удовлетворительное согласие с экспериментальными кривыми, включая ориентационные эффекты, достигается при выборе расходимости пучка  $\sigma_x$  равной положению экспериментального пика при нулевой ориентации кристалла. Т.е. разным сериям экспериментов соответствует разные значения расходимости пучка, меняющиеся в пределах:  $10^{-4}$  и  $2 \cdot 10^{-4}$  рад. Возникает вопрос, действительно ли расходимость пучка принимает такие значения и совершает такие колебания.

В [9] приведена оценка  $\sigma_x \sim 0,5 \cdot 10^{-4}$  рад. Если взять эту расходимость, то получить расчетным путем экспериментальное значение смещения пика углового распределения излучения не удастся.

Более привлекательным является, поэтому, следующее предположение. Реальное угловое распределение электронов в кристалле из-за многократного рассеяния шире углового

распределения полетающего пучка. При этом поперечная энергия электрона в канале  $E_{\perp}$  не является интегралом движения, как предполагается в модели, взятой для расчета. На важность изменения модели расчета с учетом этого обстоятельства указал при обсуждении данных вопросов Фомин С.Л.

В пользу расширения углового распределения пучка говорит также и то, что расчетные смещенные пики состоят из двух зубцов, вместо одного экспериментального (рис. 4). Учет многократного рассеяния может привести к упрощению этих зубцов.

Наконец, существующие теоретические оценки, например [8], также свидетельствуют о необходимости учета многократного рассеяния.

На рис. 6б приведено угловое распределение излучения электронов в зависимости от угла наблюдения  $\theta_y$  в плоскости YZ, т.е. в плоскости, параллельной плоскостям кристалла (110). Угловое распределение в этой плоскости имеет один пик в нуле и уже, чем в перпендикулярной плоскости, в соответствии с результатами [1].

На рис. 4б приведено угловое распределение, рассчитанное для энергии 1 ГэВ, расходимости пучка  $\sigma_x = 10^{-4}$  рад, для  $\omega = 40$  МэВ.

В заключение можно сказать, что модель плоскостного каналирования, в которой поперечная энергия электронов в канале и вне его является интегралом движения, качественно подтверждает эффект раздвоения пика углового распределения излучения в плоскости, перпендикулярной плоскостям канала, обнаруженный в [1] для энергии электронов 4,5 ГэВ, и предсказывает такой же эффект, правда в меньшей степени, для энергии электронов 1 ГэВ.

Что касается количественного описания, то на пути его разработки первоочередной задачей является модификация модели плоскостного каналирования, позволяющая учесть многократное рассеяние.

В заключение благодарю Вартапетяна Г.А. за поддержку и обсуждение работы, Аганьянца А.О. за предложение задачи и обсуждение результатов.

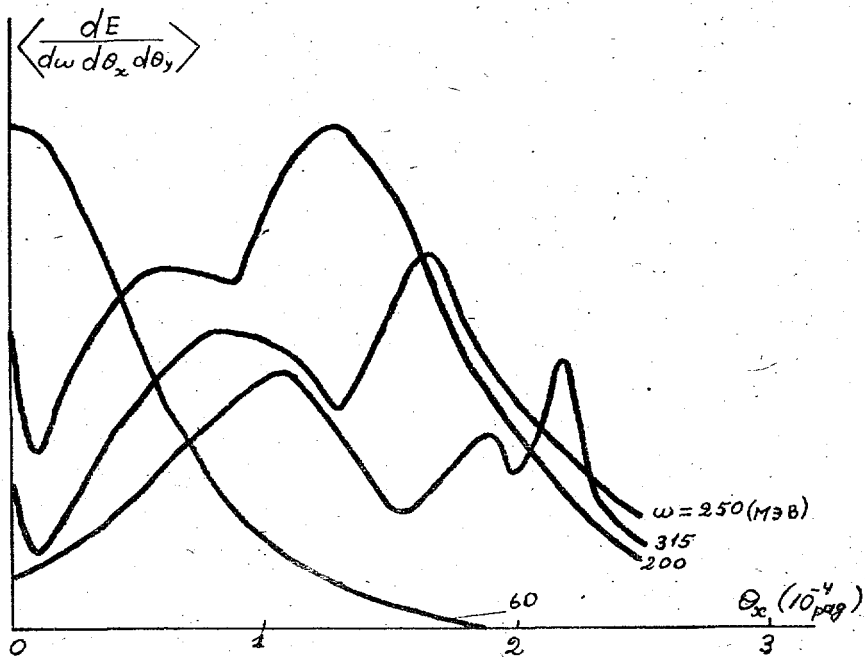


Рис.3

Усредненная по траекториям электронов спектрально-угловая плотность излучения для различных частот в зависимости от угла наблюдения в плоскости, перпендикулярной плоскостям: 110) кристалла алмаза.

Угловое распределение налетающего пучка в плоскости наблюдения излучения Гауссово с расходимостью  $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-4}$  рад.

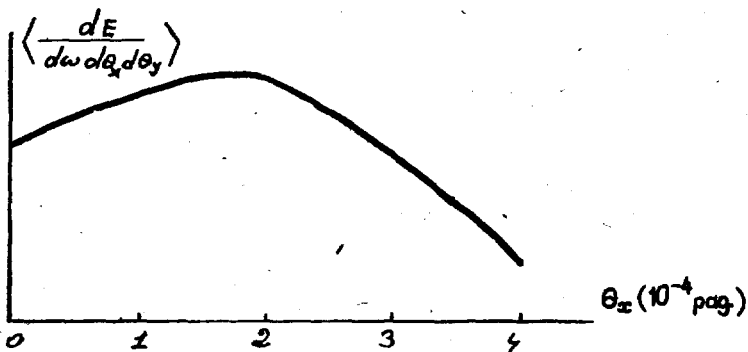
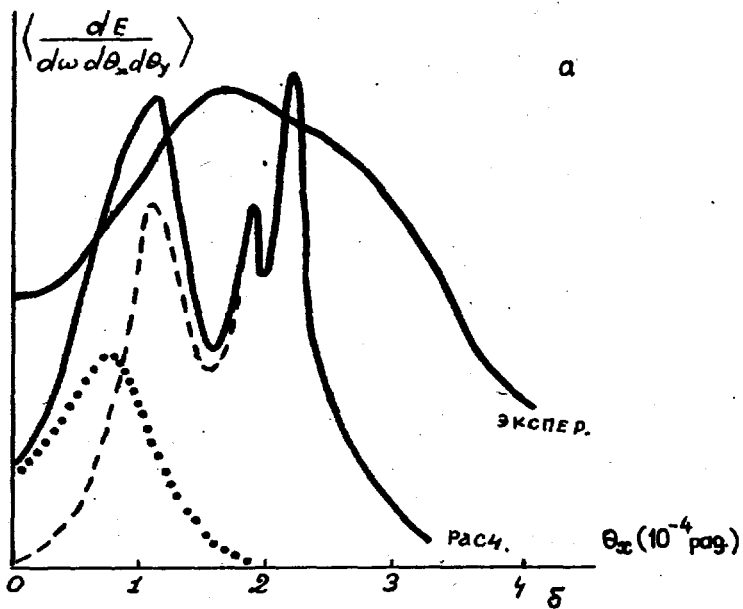


Рис.4

а. Усредненная по траекториям плотность излучения электронного пучка в зависимости от угла наблюдения в плоскости, перпендикулярной плоскостям (110) кристалла алмаза для частоты  $\omega = 315$  МэВ. Энергия электронов 4,5 ГэВ. Расходимость пучка в плоскости наблюдения  $\sigma_x = 1,5 \cdot 10^{-4}$  рад.

б. То же самое для энергии электронов 1 ГэВ, частоты 40 МэВ и расходимости пучка  $\sigma_x = 10^{-4}$  рад.

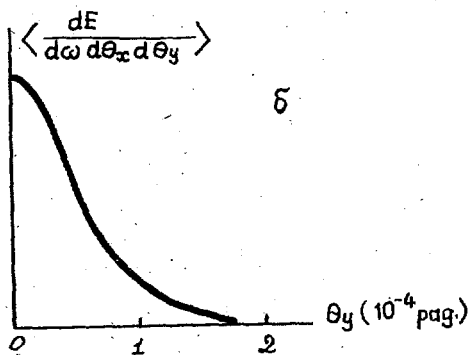
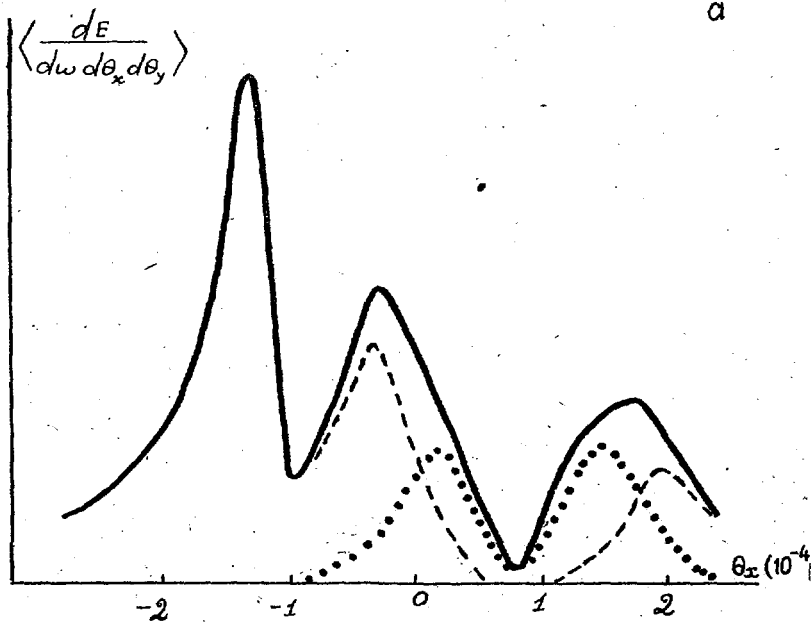
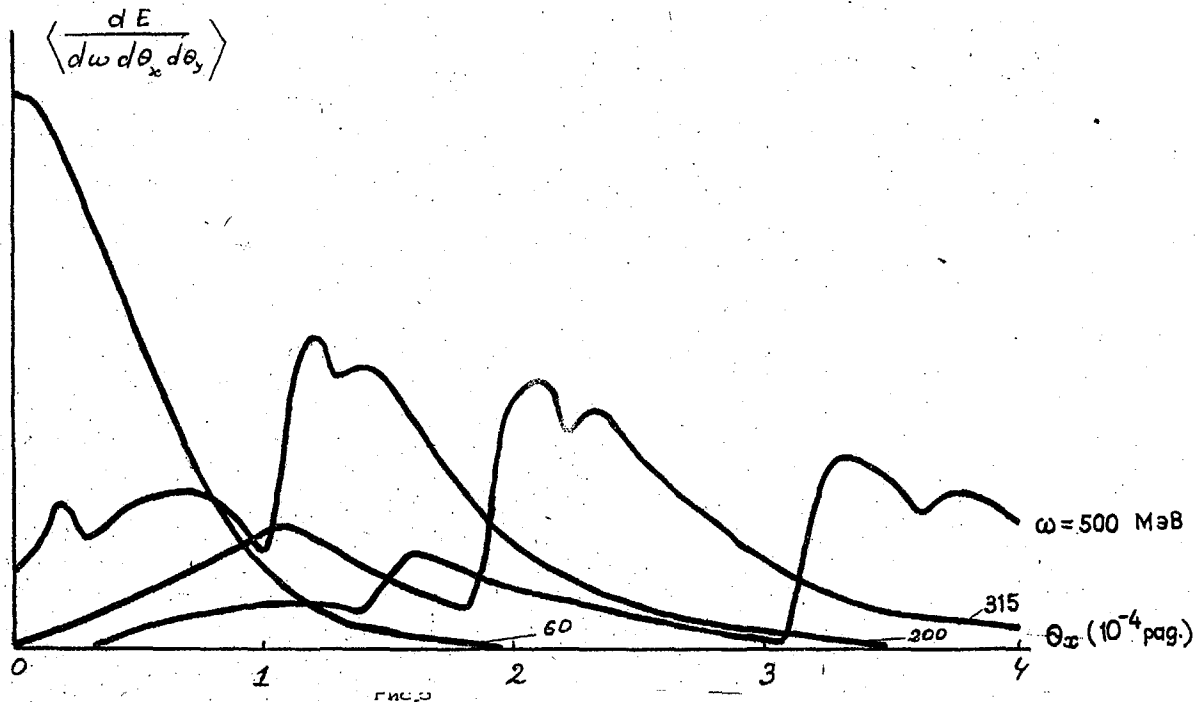


Рис.6

а. Усредненная по траекториям плотность излучения электронного пучка с энергией 4,5 ГэВ в зависимости от угла наблюдения плоскости, перпендикулярной плоскостям (110) кристалла алмаза повернутого в плоскости наблюдения на угол  $\theta_k = 0,8 \cdot 10^{-4}$  рад для частоты  $\omega = 315$  МэВ.

б. То же самое, но зависимость от угла наблюдения в плоскости параллельной плоскостям (110), при ориентации кристалла относительно пучка  $\theta_k = 0$ .



Усредненная по траекториям электронов спектрально-угловая плотность излучения для различных частот в зависимости от угла наблюдения в плоскости, перпендикулярной плоскостям (110) кристалла алмаза.

Угловое распределение налетающего пучка в плоскости наблюдения излучения равномерное в интервале  $(-\pi/2; \pi/2) \cdot 10^{-4}$  рад.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аганьянц А.О. и др. Письма в ЖЭТФ, 1986, т. 48, вып. 7, с. 364-366.
2. Джексон Дж. Классическая электродинамика. М. Наука, 1965.
3. Алферов Д.В., Башмаков Ю.А., Бессонов Е.Г. К теории ондуляторного излучения. ЖТФ, 1973, т. XLIII, в. 10, с. 2126.
4. Шульга Н.Ф., Трутень В.И., Фомин С.Л. Излучение релятивистских частиц при каналировании и в отсутствие каналирования. Препринт ХФТИ 80-32.
5. Кумахов М.А. Излучение каналированных частиц в кристаллах. М. Энергоатомиздат, 1986.
6. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. К излучению электронов при плоскостном каналировании. Препринт ИЯФ 79-7.
7. Аганьянц А.О. Экспериментальное исследование свойств излучения ультрарелятивистских электронов, движущихся вблизи плоскостей и осей монокристаллов. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук. Ереван-1991.
8. Баэзлев В.А., Глебов В.И., Головинин В.В. Существует ли явление каналирования ультрарелятивистских электронов. ДАН СССР, 1986, т. 288, I, с. 105.
9. Аганьянц А.О. и др. Установка и методика исследования свойств излучения каналированных в монокристаллах ультрарелятивистских электронов. Препринт ЕФИ-1227 (13)-90.
10. Яралов В.Я. Расчет характеристик парного магнитного спектрометра в интервале энергий 20 - 200 Мэв. Препринт ЕФИ-470(13)-81.

Рукопись поступила 2 августа 1991 г.

В.Я.ЯРАЛОВ

РАСЧЕТ УГЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ С ЭНЕРГИЕЙ  
4,5 ГэВ В КРИСТАЛЛЕ АЛМАЗА В МОДЕЛИ ПЛОСКОСТНОГО КАНАЛИРОВАНИЯ.

Редактор Д.М.Мукаян

Технический редактор А.С.Абрамян

---

Подписано в печать 23/ХП-91г.

Формат 60х84/16

Офсетная печать. Уч.изд.л.1.0 Тираж 170 экз. Цена 15 к.

Зак.тип. I90

Индекс 3649

---

Отпечатано в Ереванском физическом институте

Ереван 36, ул.Братьев Алиханян, 2

**The address for requests:  
Information Department  
Yerevan Physics Institute  
Alikhanian Brothers 2,  
Yerevan, 375036  
Armenia, USSR**

**ИНДЕКС 3649**



**ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**