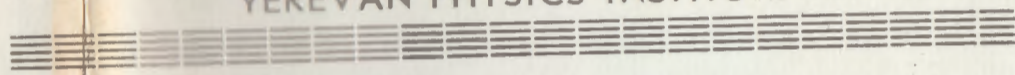


ИНДЕКС 3649.

ПРЕПРИНТ ЕФИ - 1375(5)-92

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱԶԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
YEREVAN PHYSICS INSTITUTE



А.Г.ОГАНЕСЯН, А.Ю.ХОДЖАМИРЯН

РЕДЖЕВСКАЯ АСИМПТОТИКА РАССЕЙНИЯ НА
ТЯЖЕЛЫХ МЕЗОНАХ В КХД



ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЦНИИАтоминформ

— ЕРЕВАН 1992

Երևանի ֆիզիկական
Ինստիտուտ
Յալ թղթաբան

ԱՅՈՒՆՈՂԱՍԻՐՅԱՆ, Ա.Գ.Վ.Վ.ՎԱՆՆԻՍՅԱՆ

ԾԱՆՐ ՄԵՋՈՆՆԵՐԻ ՎՐԱ ՅՐՄԱՆ ՈՆՋԵՎՅԱՆ ԱՍԻՄՊՏՈՏԻԿԱՆ
ԲՎԱՆՏԱՅԻՆ ԲՐՈՍՈՂԻՆԱՍԻՎԱՅՈՒՄ

Օգտագործելով ԶԶԴ-ի օպերատորային վերլուծումը և դիսպերսիոն հարաբերակցությունը՝ ծանր բվարկներից կազմված բառահեռանք կոն-յատորներին համար, ստացված է ծանր մեզոնի վրա (J/ψ , D կամ Y , B) ֆոտոնի ցրման լրիվ կորվածքի վարքի սահմանափակում, բարձր էներգիաների դեպքում, ուղեկան հետագծի $\alpha_{\psi}(0)$ կամ $\alpha_Y(0)$ ինտերպոլանտներով: Տարբեր եղանակներով ստացված գնահատականները տալիս են այդ ինտերպոլանտների համար բացառական և ներքինց՝ մոդուլով սահմանափակված մեծություններ: Ստացված գնահատականները կարևոր են ծանր բույրերով հաղորդների առաջացման ինկլյուզիվ կորվածքները հաշվարկելիս՝ բվարկ-գլյուոնային լարի մոդելում:

Երևանի ֆիզիկայի ինստիտուտ
Երևան 1992

I. Введение

Адроны из тяжелых кварков являются своеобразным связующим звеном между КХД на малых расстояниях и "нормальной" адронной физикой больших (в масштабах радиуса конфайнмента) расстояний. С одной стороны, большая масса тяжелого кварка $m_c, m_b \gg \Lambda_{\text{КХД}}$ является естественным параметром, который определяет шкалу асимптотически свободных процессов, происходящих на малых расстояниях. В частности, корреляторы токов, составленных из тяжелых кварков, надежно вычисляются с помощью операторного разложения КХД. Ведущие непертурбативные вклады в эти корреляторы, как правило, хорошо определены в рамках метода правил сумм КХД [1].

С другой стороны, рассматривая тяжелые адроны на массовой поверхности и процессы, происходящие с их участием, мы имеем дело с "нормальными" адронными взаимодействиями на больших расстояниях, для которых в принципе может быть развита вся обычная феноменология "сильного" взаимодействия, в частности, подход, основанный на полюсах Редже и связанные с этим подходом модели, такие как дуально-топологическая унитаризация и близкая к ней модель кварк-глюонных струн [2,3]. Так, например, сечения и инклюзивные спектры адророждения тяжелых адронов, содержащих c или b -кварки, хорошо воспроизводятся моделью кварк-глюонных струн [4]. Вместе с тем результат вычислений в этой модели существенно

зависит от интерсепта реджевской траектории cc -или bb -мезонов - $\alpha_\psi(0)$ или соответственно $\alpha_\chi(0)$ - параметров, который трудно определить в рамках стандартной реджевской феноменологии. Оценки по теории возмущений дают $\alpha_\psi(0) = 0$, в то время, как стандартные прямые траектории с универсальным наклоном предсказывают $\alpha_\psi(0) = -(2+4)$. [5]. Близкие значения предсказываются из реджевской параметризации функций фрагментации тяжелых кварков [6]. Еще больший разброс получается для возможной величины $\alpha_\chi(0)$: от 0 до -16.

Цель данной работы - использовать связь между четырехтоковым коррелятором тяжелых кварков и полным сечением рассеяния фотона на тяжелом адроне, вытекающую из дисперсионных соотношений типа правил сумм КХД. Рассматривая степенные моменты этих соотношений, можно получить ограничение на ведущую степенную (то есть реджевскую) асимптотику сечения, которая очевидно, определяется cc или bb траекториями (ввиду обмена именно уровнями тяжелого кваркония в t -канале рассматриваемого процесса рассеяния). Существенно, что контроль за точностью дисперсионных правил сумм осуществляется вычисляемой величиной непертурбативной поправки.

Операторные разложения и дисперсионные соотношения, которые мы будем использовать, получены в предыдущих работах [7,8] где с их помощью были вычислены распределения тяжелых кварков в тяжелых мезонах и вклад тяжелых кварков в структурную функцию фотона.

План дальнейшего изложения следующий. В разд.2 будут получены ограничения, следующие из рассмотрения рассеяния реального фотона на J/ψ -мезоне. В разд. 3, чтобы продемонстрировать универсальность полученного ограничения, будет проанализировано рассеяние виртуального фотона на D -мезоне. В

этой задаче коррелятор устроен совершенно по-другому и непертурбативные вклады определяются кварковыми и кварк-глюонными конденсатами. Тем не менее, результаты в обоих подходах получаются близкими.

Помимо полученных внемоделным образом ограничения, в разд.4 будут приведены оценки α_ψ и α_χ , которые следуют из сравнения моментов партонных распределений тяжелых кварков, полученных в КХД, с формой этих распределений в модели кварк-глюонных струн.

2. Рассеяние фотона на J/ψ мезоне.

Рассмотрим четырехтоковый коррелятор

$$D_{\mu\nu\lambda\rho} = -i \int dx dy dz e^{iq(x-y)-ipz} \times \langle 0 | T(j_\rho(0) j_\mu(x) j_\nu(y) j_\lambda(z)) | 0 \rangle \quad (1)$$

где $j_\mu = c\gamma_\mu c$ - векторный c -кварковый ток, рождающий из вакуума J/ψ -мезон.

При $t=0$ мнимая часть (1) по s при $s \geq 4m_c^2$

$$\text{Im}_s D_{\mu\nu\lambda\rho} = (1/2i) (D_{\mu\nu\lambda\rho}(q^2, p^2, s+i\epsilon) - D_{\mu\nu\lambda\rho}(q^2, p^2, s-i\epsilon)) \quad (2)$$

связана, согласно оптической теореме с полным сечением рождения cc -состояний при столкновении двух фотонов с виртуальностями q^2 и p^2 . Коррелятор (1) может быть вычислен с помощью операторного разложения КХД при $t=0$ и $q^2, p^2 \ll 0$, что обеспечивается [7,8] большой массой c -кварка. В частности, физические состояния в t -канале достаточно далеко отстоят от точки $t=0$.

Для легких кварков эта возможность отсутствует и, как показано в [9], операторное разложение при $t=0$ справедливо лишь для мнимой части (1) по s при достаточно больших q^2 и p^2 и

при промежуточных значениях бьеркеновской переменной $x = -q^2/2\nu$ не слишком близких к 0 или 1. В частности предел $s \rightarrow \infty$, при фиксированном q^2 в случае легких кварков недостижим в рамках операторного разложения.

Чтобы упростить вычисления, мы с самого начала, положим в (1) и (2) $p^2=0$ (один из фотонов реальный) и усредним по поляризациям обоих фотонов. Результат этого умножения, как легко убедиться, есть простая комбинация двух структурных функций фотона,

$$\text{Im}_s D(s, q^2) = (\delta_{\mu\nu}/2)(\delta_{\lambda\rho}/2) \text{Im}_s D_{\mu\nu\lambda\rho} = -\pi \{ 3F_1^c(q^2, \nu) + (\nu/q^2) F_2^c(q^2, \nu) \} \quad (3)$$

определенных стандартным способом:

$$-(\delta_{\lambda\rho}/2) \text{Im}_s D_{\mu\nu\lambda\rho} = 2\pi \left\{ (-\delta_{\mu\nu} + q_\mu q_\nu / q^2) F_1^c(q^2, \nu, p_c^2, m_c^2) + (g_{\mu\nu} - q_\mu (\nu/q^2) \gamma_\nu - q_\nu (\nu/q^2) \gamma_\mu) F_2^c(q^2, \nu, p_c^2, m_c^2) / \nu \right\} \quad (4)$$

Индекс s означает, что речь идет о вкладе s -кварков в эти структурные функции.

Структурные функции F_1^c и F_2^c были вычислены в КХД [8] в виде суммы вклада единичного оператора, соответствующего петлевой диаграмме рис.1а и лидирующего непертурбативного вклада, соответствующего взаимодействию s -кварков с вакуумным глюонным конденсатом. (диаграмма типа изображенной на рис.1б).

Таким образом, мы имеем в распоряжении вычисленный в КХД коррелятор (I), который при $t=0$ может быть представлен в виде дисперсионного интеграла (после усреднения по поляризациям и с точностью до вычитаний):

$$D(s, q^2) = \int_{\frac{\infty}{s-s}}^{\frac{\infty}{s-s}} \frac{ds}{s-s} \{ \text{Im} D(s, q^2) \}_{\text{OCD}} = \int_{\frac{4m_c^2}{s-s}}^{\frac{\infty}{s-s}} \frac{ds}{s-s} \{ 3F_1^c(x, q^2) - (1/2x) F_2^c(x, q^2) \}_{\text{OCD}} \quad (5)$$

где $x = Q^2/(s+Q^2)$, $Q^2 = -q^2$. В частности при $s \rightarrow \infty$ ($x \rightarrow 0$) при фиксированном Q^2 структурные функции, входящие в подынтегральное выражение (5) равны [8]:

$$\{ F_2^c(x) \}_{\text{OCD}} = 2x \{ F_1^c(x) \}_{\text{OCD}} = (3\alpha Q_c^4 / \pi) \ln(s/m_c^2) x (1 - 2x + 2x^2) + (2/3) \phi x (9 - 50x + 54x^2 - 16x^4) \quad (6)$$

где $\phi = (4\pi^2/9) (\alpha_s/\pi) G_{\mu\nu}^c G_{\mu\nu}^c / (4m_c^2)^2$ - стандартный параметр, определяемый плотностью глюонного конденсата. Непертурбативная поправка в этом пределе, как нетрудно убедиться, численно мала.

Тем не менее, при малых s вклад глюонного конденсата существенен, в чем можно убедиться, рассматривая вычисленные в [8] моменты структурных функций: $\int_{\text{OCD}} \{ F_1^c(x, Q^2) \}_{\text{OCD}} x^{n-1} dx$. Начиная с некоторых значений номера момента n вклад глюонного конденсата доминирует над вкладом петли, что фактически является проявлением нарушения операторного разложения в области малых $s \sim 4m_c^2 (x \sim 1)$ то есть в резонансной области уровней чармония.

Чтобы продвинуться дальше, представим исходный коррелятор (I) в виде суммы по физическим состояниям. А именно, запишем для мнимой части $\text{Im}_s D(s, q^2)$ дисперсионное представление по переменной q^2 , предположив, как обычно, что сумма по физическим состояниям в канале q^2 состоит из одного низшего резонанса (в данном случае - в силу выбора векторного cc -тока это J/ψ -мезон) и из континуума

состояний, начинающегося с некоторого порога $q^2 > q_0^2$. Подобное представление использовалось [7-10] в вычислениях структурных функции адронов и фотона с помощью операторного разложения и имеет следующий общий вид:

$$\{\text{Im}_s D(s, q^2)\}_{\text{phys}} = \frac{(s - M^2) \sigma(s)}{(q^2 - M^2)^2} + \frac{\phi(s)}{q^2 - M^2} + \int_{q_0^2}^{\infty} \frac{dq_1^2 \gamma(q_1^2, s)}{q_1^2 - q^2} + \int_{q_0^2}^{\infty} \frac{dq_2^2}{q_2^2 - q^2} \int_{q_0^2}^{\infty} \frac{dq_2^2}{q_2^2 - q^2} \beta(\tilde{q}_1^2, \tilde{q}_2^2, s) + \delta(s) \quad (7)$$

Первое слагаемое в этом представлении - это вклад в коррелятор (1) рассеяния фотона на J/ψ -мезоне вперед, (диаграмма рис.2а), пропорциональный в силу оптической теоремы полному сечению $\sigma_{\gamma\psi}(s)$. В (7) введено обозначение $\sigma(s) = g_{\psi}^2 M_{\psi}^2 \sigma_{\gamma\psi}(s) / 4\pi^2 \alpha$, где g_{ψ} - константа связи J/ψ -мезона с током $e\gamma_{\mu}c$, а M_{ψ} - его масса.

Второе и третье слагаемые отвечают вкладу недиагональных переходов (диаграмма рис.2б), когда ток J^{μ} рождает из вакуума J/ψ -мезон, который после взаимодействия с фотоном переходит в возбужденное состояние выше порога континуума. Наконец, четвертое слагаемое со спектральной плотностью β - есть вклад переходов между состояниями континуума. Слагаемое δ отражает присутствие возможных вычитательных членов в дисперсионном представлении (7).

Дальнейшее продвижение основано на равенстве двух дисперсионных представлений одного и того же коррелятора $D(s, q^2)$:

$$\int \frac{ds}{s - s} \{\text{Im} D(\tilde{s}, q^2)\}_{\text{phys}} = \int \frac{ds}{s - s} \{\text{Im} D(\tilde{s}, q^2)\}_{\text{OCD}} \quad (8)$$

В частности, в пределе $s \rightarrow \infty$ (вдали от порога) должны иметь одинаковое поведение мнимые части обоих представлений. Отсюда уже

можно сделать заключение о поведении сечения $\sigma_{\gamma\psi}(s)$: произведение $s \sigma_{\gamma\psi}(s)$ как и любое другое слагаемое в представлении (7) для $\{\text{Im} D(\tilde{s}, q^2)\}_{\text{phys}}$ не может расти быстрее, чем $s^0 \cdot \text{const}$. Действительно, именно такова степенная асимптотика $\{\text{Im} D(\tilde{s}, q^2)\}_{\text{OCD}}$, определяемая (5) и (6) при $s \rightarrow \infty$ ($x \rightarrow 0$ при фиксированном q^2).

На языке реджевских траекторий для амплитуды рассеяния вперед фотона на J/ψ -мезоне ($\sigma_{\gamma\psi}(s) \sim s^{\alpha_{\psi}-1}$) падение $\sigma_{\gamma\psi}(s)$ быстрее, чем $1/s$ отвечает ограничению на интерсепт α -траектории

$$\alpha_{\psi}(0) < 0 \quad (9)$$

Заметим, что в реальности в процессах рассеяния вперед фотона на тяжелых мезонах, как и в любом другом упругом процессе, доминировать при высоких энергиях должна, очевидно, померонная траектория. Однако, поскольку мы с самого начала выбираем коррелятор с c -кварками в промежуточном состоянии, то очевидно, что сечение σ , фигурирующее в физической части части (7), - это именно та часть полного сечения $\gamma J/\psi$ -рассеяния, которая отвечает вкладу α -траектории. Вклад померона на кварк-глюонном языке отвечал бы промежуточным состояниям с легкими кварками и глюонами, то есть в нашем подходе отвечал бы рассмотрению коррелятора двух токов из тяжелых и двух токов из легких кварков (см. рис.3., где приводится пример соответствующей диаграммы, которая однако не может быть рассмотрена в рамках операторного разложения при $t=0$ и $s \rightarrow \infty$).

Значение $\alpha_{\psi}(0) = 0$ отвечает α -траектории в теории возмущений, что вполне логично, так как это именно асимптотика пертурбативной петлевой диаграммы.

Заметим, однако, что реджевская асимптотика, отвечающая верхнему пределу (9), скорее всего не отражает реальность

поведения сечения $\sigma(s)$ J/ψ взаимодействия, в чем можно убедиться с помощью следующих простых соображений. Рассмотрим дисперсионное представление для мнимой части квадратной петли по s , как аналитической функции q^2 . Из кинематики этой диаграммы следует (при $p^2=0$)

$$\text{Im}_q \text{Im}_s D(s, q^2) = \delta(s - q^2) \rho(s) \quad (10)$$

Иными словами, при больших значениях s основной вклад в мнимую часть (2) дает рассеяние фотона на ee -состояниях с большими массами $s - q^2$, то есть вклады возбужденных состояний в физическое представление (7) (диаграммы рис.2б,в). Если буквально применить стандартную модель кварк-адронной дуальности, согласно которой рассеяние на J/ψ дуально вкладу петли при $q < q_0^2$, то в силу (10) сечение $\sigma(s)$ просто обрывается при $s > q_0^2$. Очевидно, что такая грубая модель неверна, однако она правильно отражает факт более быстрого падения сечения $\sigma_{J/\psi}$ с ростом энергии, чем это диктуется асимптотикой пертурбативной петлевой диаграммы.

Таким образом, ограничение (10) на интерсепт ee -траектории является весьма слабым.

Используем тот факт, что в нашем распоряжении есть степень свободы, связанная с зависимостью от виртуальности q^2 . Продифференцируем обе части равенства (8) n раз по q^2 при $q^2=0$. При этом удобно с самого начала умножить обе части на фактор $q^2 - M^2$. Тогда после дифференцирования выпадает не только вчитательный член, но и второе слагаемое в физической мнимой части (7). Оставшиеся вклады переходов из J/ψ в возбужденные состояния и между возбужденными состояниями будут подавлены по сравнению с вкладом рассеяния на J/ψ факторами $(M/q_0^2)^n \ll 1$. Это обстоятельство весьма важно, поскольку при этом оправдано использование грубой модели физических состояний в канале q^2 .

Получаемое в итоге соотношение имеет следующий вид:

$$\int \frac{ds}{s - s} [\sigma(s) (s - M^2) + \tau(s, n)] = \int \frac{ds}{s - s} F_{\text{OCD}} \bar{s} \quad (11)$$

где:

$$F_{\text{OCD}}(s) = D_n(q^2, M^2) \times [3F_1(x, q^2) - (1/2x)F_2(x, q^2)]_{\text{OCD}},$$

$$D_n(q^2, M^2) = \left\{ \pi/n! M^{2n+1} \frac{d^n}{dq^{2n}} (q^2 - M^2) \right\}_{q^2=0}$$

и наконец, $\tau(s, n)$ - результат применения оператора D к третьему и четвертому слагаемым в (7) - вкладам "континуума" в физическую часть (8).

В КХД-части соотношения (8) дифференцирование по q^2 приводит к лидирующей степенной асимптотике: в физическом представлении

$$F_{\text{OCD}} \bar{s} \sim s^{-n+1} \quad (12)$$

Вместе с тем очевидно, что сечение $\sigma(s)$ с ростом s не может падать медленнее, чем подынтегральное выражение в правой КХД-части (11). Таким образом, используя (12), можно получить модельно-независимый нижний предел на абсолютное значение α_ψ :

$$|\alpha_\psi| \geq n_0 - 1 \quad (13)$$

где n_0 - максимальное значение, при котором соотношение (11) все еще выполняется.

Здесь существенно то обстоятельство, что с ростом n резко растет непертурбативный вклад глюонной конденсаты в правую часть (11). Физически это отвечает приближению к пороговой области в канале q^2 . Соотношение вклада глюонной конденсаты и петли диктует нам то значение n_0 , при котором следует остановиться: дальше соотношение (11) нарушается, то есть выполняется операторное разложение для коррелятора (1) в рассматриваемом

приближении (петля плюс конденсат).

Численный анализ правой части (II), проведенный с использованием результатов [8] для $\{F_{i,2}^2(x, q^2)\}_{\text{св}}$, при $\langle (\alpha_s/\pi) G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \rangle = 0.012 \text{ GeV}^4$, $m_c = 1.25 - 1.35 \text{ GeV}$ свидетельствует, что при $m_c \ll 4m_c^2$ (в области применимости (II)) вклад глюонного конденсата становится порядка 20-30% от вклада петли при $n \cong 4 + 5$, что соответствует пределу $|\alpha_s(0)| \geq 3 + 4$ (I4)

При этом в интервале $3 < n < 5$ имеет место стабилизация всей правой части (II) по n , что сигнализирует о подавлении вклада континуума.

Параметрически, вклад конденсата растет относительно вклада петли пропорционально n^2/m_c^4 . Это означает, что с ростом массы кварка нижний предел на интерсепт $|\alpha_{\text{св}}(0)|$ будет расти пропорционально m_c^2 .

В частности, для b -кварка это дает численно $|\alpha_s(0)| \geq 20$. На самом деле предел завышен, т.к. при $n \sim 10$ существенный вклад в КХД-часть коррелятора будут давать кулоновские поправки, без учета которых соотношение (II) заведомо нарушится. Вычисление этих поправок выходит за рамки данной работы, так что грубой оценкой следует считать $|\alpha_s(0)| > 10$.

2. Рассеяние фотона на D-мезоне

Обмен тяжелыми кварк-антикварковыми состояниями в t -канале возможен и в другом гипотетическом процессе: рассеянии фотона на тяжелом мезоне, содержащем c - или b -кварк. Чтобы отвлечься от вкладов промежуточных состояний с легкими кварками, можно ввести представление о некотором фиктивном фотоне, взаимодействующем

лишь с тяжелыми кварками. Тогда интересующее нас сечение с $c\bar{c}$ - или $b\bar{b}$ -обменами, будет входить в физическое дисперсионное соотношение, аналогичное (7), для следующего коррелятора:

$$D_{\mu\nu}(p, p, q) = -i \int dx dy dz e^{iqx - iqy - ipz} \times \langle 0 | T \{ c \gamma_\mu u(0) c \gamma_\nu c(x) c \gamma_\nu c(y) c \gamma_\mu c(z) \} | 0 \rangle \quad (15)$$

где для определенности выбран ток $ic \gamma_\mu u$, рождающий из вакуума псевдоскалярный D-мезон. Здесь и далее в качестве легкого кварка выбран u -кварк и подразумевается рассеяние фотона с виртуальностью $q^2 = -q^2$ на D-мезоне с импульсом p . Формулы для b -кварковых токов и мезонов полностью аналогичны и отличаются заменой $c \rightarrow b$.

При $t=0$ и в области $p_{1,2}^2, q_{1,2}^2, s < 0$, $p^2 - q^2 \gg \lambda_{\text{св}}^2$ коррелятор (I4) вычисляется [7] с помощью операторного разложения КХД в виде суммы петлевой диаграммы и вкладов кваркового и кварк-глюонного конденсата (рис.4)

С другой стороны, записав для коррелятора (I5) двойное дисперсионное соотношение по переменным p_1^2 и p_2^2 и представив мнимую часть по p_1^2 (и p_2^2) как сумму D-мезона и континуума (при $p_{1,2}^2 > s_0$, где $s_0 = 6 \text{ GeV}^2$ - порог континуума), получим при $t=0$

$$D(s, q, p_{1,2})_{\text{phys}} = \frac{s_D^2 M_D^2 T(s, q^2)}{(M_D^2 - p_1^2)(M_D^2 - p_2^2)} + \int_{s_0}^{\infty} \frac{d\tilde{p}_1^2 \gamma(\tilde{p}_{1,2}^2, q^2, s)}{(\tilde{p}_1^2 - p_1^2)(M_D^2 - p_2^2)} + \int_{s_0}^{\infty} \frac{d\tilde{p}_2^2 \delta(\tilde{p}_{1,2}^2, q^2, s)}{(\tilde{p}_2^2 - p_2^2)(M_D^2 - p_1^2)} + \int_{s_0}^{\infty} \frac{d\tilde{p}_1^2}{\tilde{p}_1^2 - p_1^2} \int_{s_0}^{\infty} \frac{d\tilde{p}_2^2}{\tilde{p}_2^2 - p_2^2} \beta(\tilde{p}_{1,2}^2, q^2, s) \quad (16)$$

где $D(p^2, q^2, s)$ и $T(q^2, s)$ - коэффициенты при $g^{\mu\nu}$ в корреляторе (15) и амплитуде рассеяния фотона на D-мезоне соответственно, g_D - константа связи D-мезона с током $c\gamma_5 c$, второй и третий члены в формуле (16) соответствуют недиагональным переходам между D-мезоном и континуумом, четвертый член соответствует переходам между состояниями континуума. Дифференцируя по p_1^2 и p_2^2 к раз по-отдельности, мы можем подавить вклад недиагональных переходов и континуума, после чего для простоты положим p_1^2 и p_2^2 равными, $p_1^2 = p_2^2 = p^2$. Отметим, что независимое дифференцирование по квадратам начального и конечного импульсов D-мезона с последующим их приравнением позволяет сразу избавиться от членов, подобных второму члену формулы (7).

Учитывая, что $\text{Im}_s T(q^2, s) = -(s - M_D^2) \sigma_{\gamma D}(q^2, s) / (8\pi^2 \alpha)$ вследствие оптической теоремы и приравняв при $p^2, s < 0$ результаты КХД расчета диаграмм рис. 4, соответствующих коррелятору (15) к его физическому представлению (16), получим при $-q^2 = Q^2 \ll M_D^2$ (так как фотон не должен быть слишком виртуальным, чтобы можно было применять представление о реджевской асимптотике рассеяния)

$$\int \frac{d\tilde{s}}{(\tilde{s} - s)} \left\{ \frac{\sigma(\tilde{s}, Q^2) * (\tilde{s} - M_D^2)}{(M_D^2 - p^2)^{2k+2}} + \tau(\tilde{s}, k) \right\} = \int \frac{d\tilde{s}}{\tilde{s} - s} f_{\text{acbd}} \tilde{s} \quad (17)$$

$$\text{где: } \sigma(\tilde{s}, Q^2) = g_D^2 M_D^4 \sigma_{\gamma D}(\tilde{s}, Q^2) / 8\pi^2 \alpha,$$

$\tau(\tilde{s}, k)$ - продифференцированная по p_1^2 и p_2^2 мнимая часть по \tilde{s} второго, третьего и четвертого членов в (16)

$$f_{\text{acbd}}(s) = \frac{3m_c^4}{8\pi} * \left[\frac{(s/m_c^2 - 1)^2}{(s - p^2)^{2k+2}} * \left[-2 + \frac{1 + m_c^2/s}{1 - m_c^2/s} \ln(s/m_c^2) \right] \right] - \frac{m_c m_D^2 \langle \psi \psi \rangle * \delta(m_c^2 - s)}{2 * (m_c^2 - p^2)^{2k+2}} + O(Q^2/m_c^2) \quad (18)$$

$m_c = 1.25 \text{ GeV}$ - масса с-кварка в точке нормировки $p^2 = -m_c^2$, $O(Q^2/m_c^2)$ обозначает члены, имеющие малость не меньшую, чем Q^2/m_c^2 (в частности, сюда входит и вклад кваркового конденсата) и, наконец, $m_D^2 \langle \psi \psi \rangle$ - вклад кварк-глюонного конденсата, $m_D^2 = 0.8 \text{ GeV}^2$ и $\langle \psi \psi \rangle = - (0.24 \text{ GeV})^3$.

Асимптотика правой части (18) по s , как легко убедиться интегрированием (18), есть $1/s^{n+1}$. Численный анализ КХД-части при $p^2 = s = - (1 - 4) m_c^2$, дает для с-кварка быстрый рост непертурбативных вкладов вплоть до 100% уже при $n=3-4$, причем при этих значениях n никаких признаков стабильности нет, то есть вклад континуума в левую часть (16) все еще велик. Таким образом, извлечь какую-либо дополнительную информацию об асимптотике γD -рассеяния из коррелятора (15) не представляется возможным. Вместе с тем нет и противоречия с пределом (15).

С b-кварком ситуация обратная, т.к. степенные поправки к КХД-части (16) существенно меньше. При n в интервале от 5 до 8 одновременно малы и вклады конденсатов и вклад возбужденных физических состояний (есть стабильность по n). Мы можем с хорошей степенью достоверности установить предел

$$|\alpha_\gamma(0)| \geq 7-8 \quad (19)$$

Отметим, что ситуация, когда правила сумм работают лучше для b, чем для с-кварка, хорошо известна для двухтокового коррелятора токов из тяжелого и легкого кварков.

В итоге мы имеем модельно-независимые ограничения на $\alpha_\psi(0)$ и $\alpha_\gamma(0)$, которые существенно сужают полученные из моделей интервалы этих важных динамических характеристик сильного взаимодействия в секторе тяжелых адронов.

4. Реджевская параметризация партонных распределений тяжелых кварков в тяжелых адронах с точки зрения КХД.

Кроме описанного выше внемодельного способа, можно получить независимые оценки интерсептов $\alpha_\psi(0)$ и $\alpha_\gamma(0)$, используя реджевскую параметризацию структурных функций тяжелых мезонов в модели кварк-глюонных струн, например, предложенную в работе [3] и использованную в работах [2,4,5], а также [6], где в качестве параметра модели используется интерсепт соответствующей траектории. Беря моменты этих структурных функций, которые зависят от $\alpha_\psi(0)$ или $\alpha_\gamma(0)$, и сравнивая с вычисленными в КХД моментами тех же структурных функций, (которые определяются внемодельно - только из правил сумм КХД), можно попытаться профитировать $\alpha_\psi(0)$ и $\alpha_\gamma(0)$. Кратко проиллюстрируем этот метод на примере рассеяния фотона на D-мезоне, следуя [7]

Приравняем, как уже обсуждалось в предыдущем разделе, в нефизической области (при $p_{1,2}^2 < 0$ и $s < 0$) результаты КХД расчета диаграмм рис.4, соответствующих коррелятору (15), к его физическому представлению (16).

$$\frac{g_D^2 \cdot M_D^4 \cdot T(s, Q^2)}{(M_D^2 - p_1^2)(M_D^2 - p_2^2)} + R_1 + R_2 + R_3 = H_D(s, Q^2, p_1^2, p_2^2) = H_0 + H^{\langle \Psi\Psi \rangle} + H^{\langle \Psi Q\Psi \rangle} \quad (21)$$

где R_1, R_2, R_3 - соответствуют недиагональным переходам D-мезона в состоянии континуума и переходам между состояниями континуума (второй, третий и четвертый члены в правой части (16)), $H_D(s,$

Q^2, p_1^2, p_2^2) - КХД расчет диаграмм рис.4., соответствующих коррелятору (15) ($H_0, H^{\langle \Psi\Psi \rangle}, H^{\langle \Psi Q\Psi \rangle}$ - вклады единичного оператора, кваркового и кварк-глюонного конденсатов). Явный вид мы не выписываем, так как он слишком громоздкий. Напомним также, что мы рассматриваем только члены при g^{UV} .

Представив $T(Q^2, s)$ в виде дисперсионного интеграла по s

$$T(Q^2, s) = \frac{1}{\pi} \int_{M_D^2}^{\infty} ds' \frac{\text{Im}_s T(Q^2, s')}{s' - s} \quad (22)$$

и учитывая, что $\text{Im}_s T(Q^2, s) = -2\pi \cdot C(x, Q^2)$ в скейлинговой области, (где $C(x, Q^2)$ - функция распределения с-кварка в D-мезоне, $x = Q^2/2s'$ - стандартная фейнмановская переменная, $2s' = s - Q^2 - M_D^2$), легко убедиться, что n -кратная производная от $T(Q^2, s)$ по s в точке $s = M_D^2 - Q^2$ равна n -ому моменту $C(x, Q^2)$

$$M_D^n = \int dx x^{n-1} C(x, Q^2)$$

получим:

$$\frac{1}{n!} \frac{d^n}{ds^n} T(Q^2, s) = \frac{1}{\pi} \int_{M_D^2}^{\infty} ds' \frac{\text{Im}_s T(Q^2, s')}{(s' - s)^n} = \int_0^1 dx x^{n-1} C(x, Q^2) \quad (23)$$

Дифференцируя по s обе части уравнения (22), получим:

$$\frac{g_D^2 \cdot M_D^4}{(M_D^2 - p_1^2)(M_D^2 - p_2^2)} \frac{1}{n!} \frac{d^n}{ds^n} T(Q^2, s) + \frac{d^n}{n! ds^n} [R_1 + R_2 + R_3] = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{ds^n} H_D(s, Q^2, p_1^2, p_2^2) = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{ds^n} [H_0 + H^{\langle \Psi\Psi \rangle} + H^{\langle \Psi Q\Psi \rangle}] \quad (24)$$

Используя стандартное предположение локальной кварк-адронной дуальности, сократим вклад континуума в физическом представлении коррелятора (второй, третий и четвертый члены в (16)) с вкладом

от единичного оператора (диаграммы рис.4а) при p_1^2 или $p_2^2 \geq S_0$, (где $S_0 = 6 \text{ Gev}^2$ - порог континуума). Сделав также двойное борелевское преобразование по $p_{1,2}^2$, что позволяет экспоненциально подавить в физическом представлении коррелятора вклады всех резонансов, кроме низшего (D-мезона), получим [7]:

$$\frac{1}{n!ds^n} \hat{B}_1 \hat{B}_2 \left[\frac{g_b^2 * M_b^4 * T(S, Q^2)}{(M_b^2 - p_1^2)(M_b^2 - p_2^2)} \right] = \frac{1}{n!ds^n} \hat{B}_1 \hat{B}_2 \left[\hat{H}_0 + n \langle \psi\psi \rangle + n \langle \psi G \psi \rangle \right] \quad (25)$$

где:

$$\hat{B}_{1,2} = \lim_{p_{1,2}^2 \rightarrow -\infty, k \rightarrow \infty, p_{1,2}^2/k = M^2} \left[\frac{1}{(k-1)!} [p_{1,2}^2]^k \left[-\frac{d}{dp_{1,2}^2} \right]^k \right] -$$

- оператор борелевского преобразования,

$\hat{B}_1 \hat{B}_2 \hat{H}_0$ - вклад диаграммы рис.4а (с учетом указанного выше сокращения части ее со вкладом континуума),

$$\hat{B}_1 \hat{B}_2 \hat{H}_0 = \frac{3}{8\pi^2} \int_{m^2}^{S_0} \frac{dp^2}{M^4} * (p^2 - m^2)^2 \exp\left[-\frac{2p^2}{M^2}\right] \int_{s_0}^{s_+} ds \frac{f_0(p^2, Q^2, s)}{(s-s)^2};$$

$$f_0(p^2, Q^2) = \left[\frac{Q^2 + p^2 + s + 2m^2}{[(Q^2 + p^2 - s)^2 + 4p^2 Q^2]^{1/2}} - \frac{4m^2}{(Q^2 + 4m^2)^{1/2}} \right]$$

$$s_{\pm} = p^2 * (1 + Q^2 / 2m^2) - 1/2 \pm 1/2 * (1 + 4m^2)^{1/2} * (p^2 / m^2 - 1)$$

$\hat{B}_1 \hat{B}_2 n \langle \psi\psi \rangle$ - вклад кваркового конденсата

$$\hat{B}_1 \hat{B}_2 n \langle \psi\psi \rangle = - \frac{m^3 \langle \psi\psi \rangle * [\ln(m/\Lambda) / \ln(Q/\Lambda)]^{4/d} * Q^2 * \exp(-2m^2/M^2)}{M^4 (m^2 - s)};$$

и, наконец $\hat{B}_1 \hat{B}_2 n \langle \psi G \psi \rangle$ - вклад кварк-глюонного конденсата

$$\hat{B}_1 \hat{B}_2 n \langle \psi G \psi \rangle = - \frac{m^3 m_0^2 * \langle \psi\psi \rangle * Q^2 * \exp(-2m^2/M^2)}{2 * M^4 (m^2 - s)} * \left[\frac{2m^2}{M^4} - \frac{4}{M^2} + \frac{Q^2 + 2m^2}{(m^2 - s) * M^2} - \frac{2m^2}{(m^2 - s)^2} - \frac{2}{3(m^2 - s)} - \frac{1}{Q^2} \right]$$

Здесь $M^2 \cong 3 \text{ Gev}^2$ - борелевский параметр, определяемый из условия стабильности правил сумм [7] (ее мы принимаем одинаковой для p^2 , так как нас интересует упругое рассеяние), μ - точка нормировки глюонного конденсата (величина кваркового конденсата, приведенного в разделе 3, соответствует точке нормировки $\mu \cong 0.5 \text{ Gev}$), а $T(Q^2, s)$ - амплитуда упругого рассеяния на D-мезоне. (Напомним, что рассматриваются только члены при g^{UV}).

Таким образом, из равенства (23-25) получим [7]

$$M_n^c = \frac{M^4 * \exp(2M_b^2/M^2)}{g_b^2 * M_b^4 * n!} * \left[\hat{B}_1 \hat{B}_2 \hat{H}_0 + \hat{B}_1 \hat{B}_2 n \langle \psi\psi \rangle + \hat{B}_1 \hat{B}_2 n \langle \psi G \psi \rangle \right]_n \quad (26)$$

где индекс n означает n -кратное дифференцирование в точке $s = M_b^2 - Q^2$. Эти правила сумм позволяют нам модельно - независимо определить моменты функции распределения s -кварка в адроне. Выбирая теперь параметризацию $\alpha(x)$ в области небольших Q^2 , согласно модели кварк-глюонных струн [2,31], в виде

$$\alpha(x) = \left[\frac{1-x}{x} \right]^{\alpha_\psi(0)} * \theta(1/2-x) + \left[\frac{x}{1-x} \right]^{\alpha_\rho(0)} * \theta(x-1/2) \quad (27)$$

где $\alpha(0) \cong 0.5$ интерсепт ρ -мезонной траектории, мы можем определить величину $\alpha_\psi(0)$, посчитав моменты M_n^c для разных значений $\alpha_\psi(0)$, и сравнив их с результатом, полученным из (26). Удобнее, однако рассматривать отношения моментов $r_n^c = M_n^c / M_{n-1}^c$

что позволяет избавиться от неопределенностей связанных с величиной v и улучшает правила сумм (28). Точность полученных правил сумм для величины r_n оказывается около 10%. В таблице 1 приведены значения для отношения моментов r_n , полученные из (26), [7] (крайняя правая колонка), а также значения, получающиеся при расчете r_n при помощи формулы (27). Видно, что в пределах точности есть согласие при $\alpha_\psi(0) \approx -2$. Найти более точно величину интерсепта не удастся, так как с уменьшением $\alpha_\psi(0)$ моменты становятся нечувствительны к изменению ее величины. Это связано с тем, что основной вклад в моменты дает ρ -мезонная траектория (второй член формулы (27)).

Намного чувствительнее к величине $\alpha_\psi(0)$ моменты структурной функции s -кварка в J/ψ -мезоне, функцию распределения которых можно представить в виде, аналогичном (27)

$$C(x) = \left[\frac{1-x}{x} \right]^{\alpha_\psi} \cdot \theta(x/2-x) + \left[\frac{x}{1-x} \right]^{\alpha_\psi} \cdot \theta(x-1/2) \quad (28)$$

Вообще говоря, для расчета моментов структурной функции s -кварков в J/ψ -мезоне нужно повторить вышеизложенную схему для коррелятора (I), усредненного по поляризациям нижнего фотона $-\langle \delta_{\lambda\rho} / 2 \rangle_{\mu\nu\lambda\rho}$. Однако здесь можно существенно упростить задачу.

Заметим, что в мнимую часть по v физического представления коррелятора (при равных начальном и конечном импульсах (см. (7) или (16))), при данном $v \geq 4m_c^2$ вклад вносят, вследствие очевидного кинематического ограничения $p^2 < v + Q^2$ только резонансы с массой меньше чем $v + Q^2$. Отсюда следует, что при n -кратном дифференцировании по v (при $v < 0$) физического представления коррелятора вклад высших резонансов и континуума при больших n будет подавлен. В этом легко убедиться, представив физическое представление коррелятора в виде дисперсионного

интеграла типа (23) и заметив, что из-за быстрого роста знаменателя по v основной вклад в интеграл дает область $v \sim (1-2) M_{J/\psi}^2 (M_D^2)$. Таким образом, при больших n в формуле (24) можно пренебречь вкладом континуума (второй член в левой части (24)) и из формул (23), (24) легко получить (при очевидной замене D -мезона на J/ψ -мезон и $\Pi_D(s, Q^2, p_1^2, p_2^2)$ на $\Pi_{J/\psi}(s, Q^2)$ при $p_1^2 = p_2^2 = 0$)

$$M_n^c = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{ds^n} \Pi_{J/\psi}(s, Q^2) / v = M_{J/\psi}^c - \alpha^2 \quad (29)$$

где M_n^c - n -ый момент функции распределения s -кварка в J/ψ -мезоне а $\Pi_{J/\psi}(s, Q^2)$ - член при $g^{\mu\nu}$ в корреляторе (I), равный (4,5)

$$\Pi_{J/\psi}(s, Q^2) = \int_{4m_c^2}^{\infty} \frac{ds}{s-v} \langle F_1(x, Q^2) \rangle_{\text{OCD}}$$

Таким образом, из правил сумм (29) мы можем найти (аналогично рассмотренному выше случаю с D -мезоном) величину r_n и сравнив ее с результатами, получающимися из (28), определить величину интерсепта $\alpha_\psi(0)$. Важно отметить, что вплоть до $n = 7-8$ вклад глюонного конденсата не превышает 30%, что собственно, и позволяет нам воспользоваться описанным методом. Результаты приведены в таблице 2. Крайний правый столбец соответствует результатам, полученным из (29) при $Q^2 = 2-5 \text{ GeV}^2$. Видно, что при больших n отношение моментов r_n очень чувствительно к величине интерсепта, что позволяет с относительно хорошей точностью определить $\alpha_\psi(0) \sim -2-3$. Однако сама точность правил сумм (29), по нашим оценкам, около 50% - в отличие от правил сумм для (26) для D -мезона, где вклад высших

резонансов и континуума подавлен настолько точнее.

В заключение отметим, что совпадение результатов, для значений интерсепта J/ψ , полученных различными методами, достаточно хорошее и позволяет надеяться, что оценка $\alpha_s(0) \approx 2-3$ является достаточно точной. Для b -кварка вклад α_s - поправок слишком велик, поэтому получить для них правила сумм, подобные (26) или (29) не удастся. Таким образом, для b -кварка единственным ограничением остается полученное в разделе 3 $|\alpha_s(0)| \geq 7 - 8$.

Таблица 1.

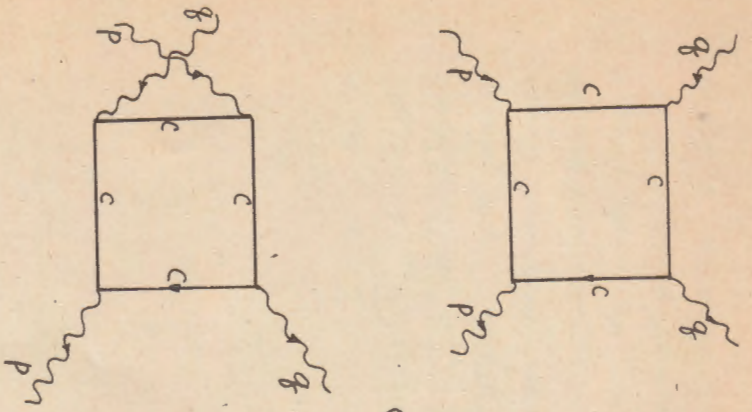
Отношение моментов r_n для структурной функции c -кварка в B -мезоне

$r_n \alpha_s$	0	-1	-2	-4	-6	
r_1	0.68	0.79	0.81	0.83	0.84	0.9 - 0.1
r_2	6.815	0.84	0.85	0.85	0.86	0.95 ± 0.1

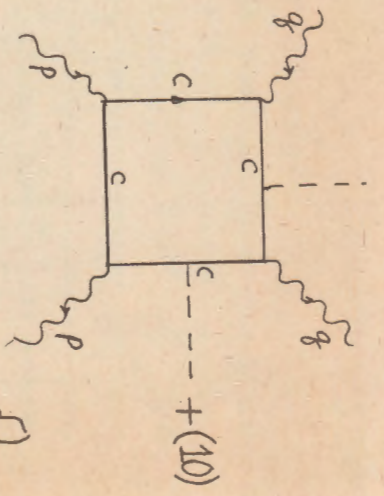
Таблица 2.

Отношение моментов r_n для структурной функции c -кварка в J/ψ -мезоне

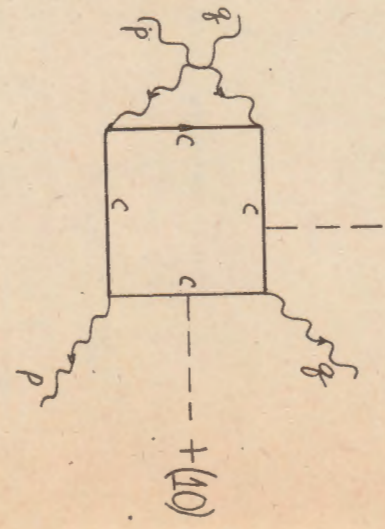
$r_n \alpha_s$	0	-1	-2	-3	-8	
r_1	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.32
r_2	0.33	0.28	0.27	0.26	0.25	0.16
r_3	0.25	0.18	0.15	0.145	0.125	0.1
r_4	0.2	0.12	0.09	0.077	0.063	0.066
r_5	0.16	0.08	0.055	0.044	0.031	0.046
r_6	0.14	0.06	0.035	0.025	0.015	0.36
r_7	0.125	0.46	0.26	0.015	0.007	0.026



a)

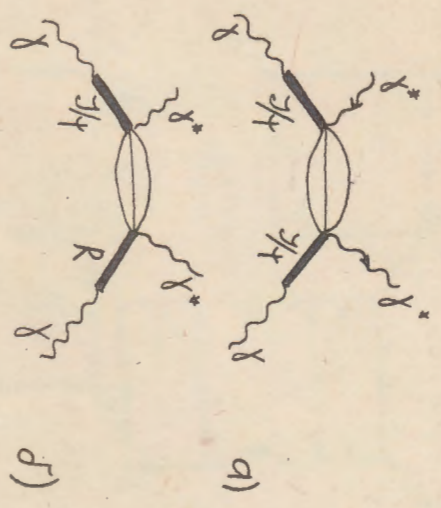


b)



c)

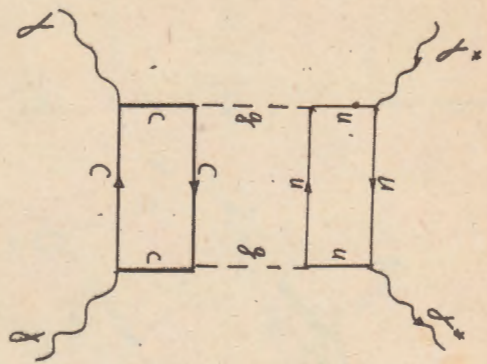
FIG. 1



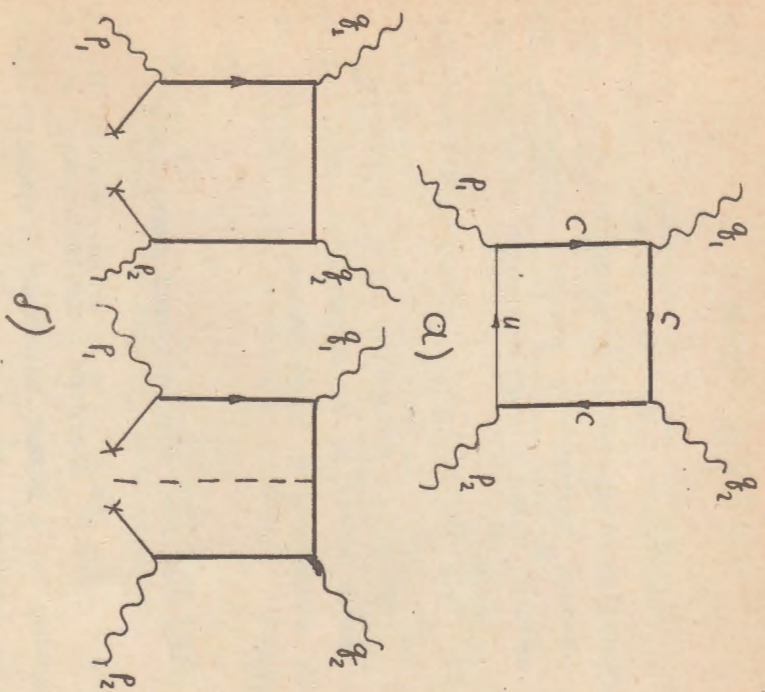
a)

b)

FIG. 2



Pnc.3



Pnc.4

ПОДПИСИ К РИСУНКАМ

Рис.1а,б - примеры прямых диаграмм, соответствующих вкладу единичного оператора и вкладу глюонного конденсата, в коррелятор (I), в) - примеры кроссинговых диаграмм. Штриховые линии соответствуют внешнему полю, в скобках указано число возможных перестановок этих линий.

Рис.2а,б - вклады в коррелятор (I) соответственно: а)-упругого рассеяния фотона на J/ψ -мезоне, б)- недиагональных переходов между J/ψ -мезоном и возбужденными состояниями выше порога континуума.

Рис.3 - пример диаграммы, соответствующей обмену померонам.

Рис.4а,б - примеры диаграмм, соответствующих вкладу единичного оператора (а) и вкладу кваркового и кварк-глюонного конденсатов (б) в коррелятор (I). Штриховые линии соответствуют глюонам, тонкие линии - легкому кварку.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. // Nucl.Phys. B147 (1979), 385,448.
2. Кайдалов А.Б. // ЯФ, 1981. Т.3.С.1369
3. Cohen-Tannoudji G. et al// Phys.Rev. 1980. V.D27. P.105
4. Кайдалов А.Б., Пискунова О.И. // ЯФ. 1986. Т.43,С.1545
5. Бореэсков К.Г., Кайдалов А.Б. // ЯФ. 1983. Т.37,С.174
6. Картвелашвили В.Г., Лихоход А.К. // ЯФ.1985. Т.42, С.1306
7. Балаян Г.Л., Оганесян А.Г., Ходжамирян А.Ю. // ЯФ. 1989. Т.49. С.1125.
8. Khodjamirian A.Yu., Oganessian A.G.//Nucl. Physics B. 1992, в печати
9. Belyaev V.M., Ioffe B.L.// Nucl.Phys.B 1988. V.310. P.548
10. A.S.Goralski, B.L.Ioffe, A.Yu.Khodjamirian, A.Oganessian, Z.Phys.C- Particles and Fields 44 (1989) 523; ZhETF 97 (1990) 47

Рукопись поступила 10 июля 1992