

Ն. Ա. ԱՆԱՆԻԿՅԱՆ, Ն. Հ. ԻՋՄԱԻԼՅԱՆ, Ռ. Ռ. ՀՉԵՐԲԱԿՈՎ

ԲԼՑՈՒՄ-ԷՄԵՐԻ-ԳՐԻՖԻՔՍԻ ՄՈԴԵԼԻ ՃՇՊՐԻՏ ԼՈՒԾՈՒՄԸ ԲԵՔԵՐ ԾԱՆՑԻ ՎՐԱ:

Աշխատանքում կատարված է ԲԼՂՈՒՄ-ԷՄԵՐԻ-ԳՐԻՖԻՔՍԻ մոդելի հետազոտությունը ԲԵՔԵՐ ցանցի վրա այն դեպքում, երբ դիպոլային (J) և բևադրուպոլային (K) հաստատունները բավարարում են $K = -\ln \cosh J$ պայմանին:

*
Երևանի պետական համալսարան

Երևանի Ֆիզիկայի ինստիտուտ

Երևան 1993

При исследовании модели Изинга со спином 1, предложенной Блюмом, Эмери и Гриффитсом (БЭГ) [1] на шестиугольной и КагOME решетках, Хоригучи показал, что, когда константы дипольного (J) и квадрупольного (K) обменных взаимодействий удовлетворяют условию:

$$K = -\ln \cosh J, \quad (1)$$

модель сводится к модели Изинга со спином 1/2, но вместо одной критической точки фазового перехода второго рода существует целая линия [2,3,4]. Этот же результат, при условии (1), получен на квадратной решетке [5].

В настоящей работе продолжено исследование БЭГ модели на решетке Бете, имеющей бесконечномерную хаусдорфову размерность [6, 7, 8, 9, 10]. Рассмотрены критические свойства модели при условии Хоригучи (1). Найдено аналитически точное выражение для λ -линии и проведено сравнение с результатами, полученными для других решеток.

Статистическая сумма БЭГ модели имеет вид:

$$Z = \sum_{\{S\}} \exp \left[\sum_{\langle 11' \rangle} (JS_1 S_{1'} + KS_1^2 S_{1'}^2) + \sum_i (hS_i - \Delta S_i^2) \right]. \quad (2)$$

где $S_i = 0, \pm 1$, первое суммирование под знаком экспоненты выполняется по всем линиям решетки, второе - по всем узлам, а внешнее - по всем конфигурациям системы.

На решетке Бете статистическую сумму (2) можно записать в виде:

$$Z_1 = \sum_{S_0} \exp [hS_0 - \Delta S_0^2] [g_1(S_0)]^q. \quad (3)$$

где q - координационное число решетки, S_0 - значение спина в центральном узле, $g_1(S_0)$ является статистической суммой на отдельной ветви решетки Бете, а l - число оболочек решетки [11].

Для $g_1(S_0)$ имеем рекуррентное соотношение:

$$g_1(S_0) = \sum_{S_1} \exp[JS_1S_0 + KS_1^2S_0^2 + hS_1 - \Delta S_1^2] [g_{1-1}(S_1)]^{q-1}. \quad (4)$$

где S_1 - значение спина в узле ближайшем к S_0 .

В термодинамическом пределе ($l \rightarrow \infty$) (4) принимает вид:

$$x_+ = \exp(J+K-\Delta+h) x_+^\gamma + x_0^\gamma + \exp(-J+K-\Delta-h) x_-^\gamma, \quad (5)$$

$$x_0 = \exp(-\Delta+h) x_+^\gamma + x_0^\gamma + \exp(-\Delta-h) x_-^\gamma, \quad (6)$$

$$x_- = \exp(-J+K-\Delta+h) x_+^\gamma + x_0^\gamma + \exp(J+K-\Delta-h) x_-^\gamma, \quad (7)$$

где $x_+ = g(+1)$, $x_0 = g(0)$, $x_- = g(-1)$ и $\gamma = q - 1$.

Из уравнений (5)-(7) найдем:

$$x_+ + x_- - 2x_0 = 2(\exp(K) \cosh J - 1)(x_0 - x_0^\gamma) \quad (8)$$

Поэтому условие Хоригучи (1) можно записать в виде

$$x_+ + x_- - 2x_0 = 0.$$

При нулевом поле h , что соответствует экстремумам свободной энергии, из уравнений (5)-(7) получим:

$$(x_+ - x_-)(x_+^\gamma + x_-^\gamma) = 2 \tanh J (x_+^\gamma - x_-^\gamma)(x_0 - x_0^\gamma) \quad (9)$$

Это уравнение имеет два решения:

$$x_+ = x_-, \quad (10a)$$

$$x_+^\gamma + x_-^\gamma = 2 \tanh J (x_0 - x_0^\gamma) (x_+^{\gamma-1} + x_+^{\gamma-2} x_- + \dots + x_+ x_-^{\gamma-2} + x_-^{\gamma-1}). \quad (10b)$$

В точке фазового перехода второго рода экстремумы свободной энергии совпадают. Следовательно, из пересечения решений (10a) и (10b) находим:

$$x_+ = x_- = x_0, \quad (11a)$$

$$\gamma \tanh J (1 - x_0^{\gamma-1}) = 1. \quad (11b)$$

Подставляя (11a) и (11b) в одно из уравнений системы (5)-(7), при нулевом поле h , получим:

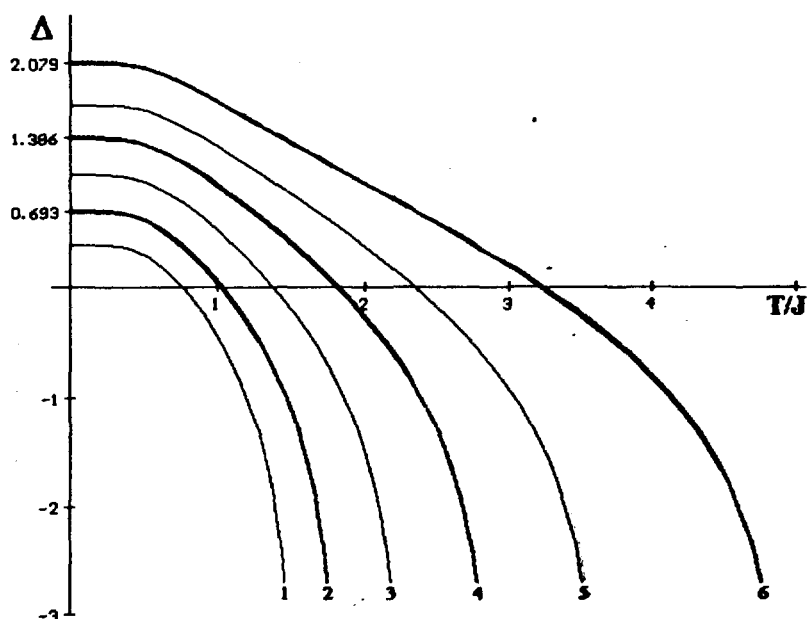
$$\Delta = \ln[2(\gamma \tanh J - 1)] \quad (12)$$

Этим уравнением, при $-\infty \leq \Delta < \ln 2(\gamma - 1)$, определяется линия фазовых переходов второго рода. В случае, когда $\Delta \geq \ln 2(\gamma - 1)$, не существует фазовых переходов второго рода в БЭГ модели.

Если поле $\Delta = -\infty$, то спин $S = 0$ оказывается подавленным, и мы снова приходим к модели Изинга со спином $1/2$, для которой критическая точка определяется соотношением $\tanh J = \gamma^{-1}$.

Эта работа частично поддерживалась Американским Физическим Обществом по программе Сороса.

Мы также благодарны Федеральному министерству исследований и технологий ФРГ.



На рисунке приведены линии фазовых переходов второго рода для различных решеток. Линии 2, 4, 6 получены для решетки Бете с координационным числом $q = 3, 4, 6$ соответственно. Линии 1, 3, 5 соответствуют шестиугольной, квадратной и треугольной решеткам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Blume M., Emery V. and Griffiths R., Phys. Rev., A4(1971), p.1071.
2. Horiguchi T., Phys. Lett., 1986, A113, p.423.
3. Wu F.Y., Phys. Lett., 1986, A116, p.245.
4. Wu X.N., Wu F.Y., J. Stat. Phys., 1988, v.50, p.41.
5. Tang K.F., Phys. Lett., 1988, A133, p.183.
6. Chakraborty K.G., Tucker J.M., Phys. Lett., 1985, A111, p.205.
7. Chakraborty K.G., Tucker J.M., Physica, 1986, A137, p.112.
8. Avakian H.R., Ananikian N.S., Izmailian N.Sh., Phys. Lett., 1990, A150, p.163.
9. Ananikian N.S., Avakian H.R., Izmailian N.Sh., Physica, 1991, A172, p.391.
10. Ананикян Н.С., Измаилян Н.Ш., Щербаков Р.Р., ФТТ, 1992, том 34, №11, стр. 3448.
11. Бэкстер Р., Точно решаемые модели в статистической механике, М. Мир, 1985, с. 58.

Рукопись поступила 22 апреля 1993 г.

Н. С. АНАНИКЯН, Н. Ш. ИЗМАИЛЯН, Р. Р. ЩЕРБАКОВ

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ БЛУМ-ЭМЕРИ-ГРИФФИТС МОДЕЛИ НА РЕШЕТКЕ БЕТЕ

Редактор А. С. Есин

Технический редактор А. С. Абрамян

Подписано в печать 28/04/1993

Формат 60x84x16

Офсетная печать. Уч. изд. л. 0,25

Тираж 100 экз.

Зак. тип. N 130

Индекс 3649

Отпечатано в Ереванском физическом институте
375036 Ереван-36, ул. Братьев Алиханян, 2

The address for requests:
Information Department
Yerevan Physics Institute
Alikhanian Brothers 2,
Yerevan, 375036
Armenia,

ИНДЕКС 3649



ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ