

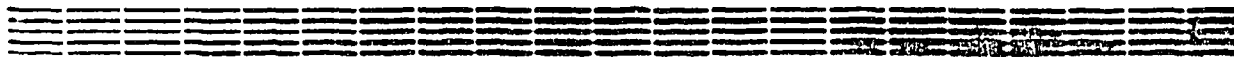
73

AM 9600016

Препринт ЕрФИ-1422(97)-96

GZ114

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
YEREVAN PHYSICS INSTITUTE



Х. А. СИМОНЯН

ВЛИЯНИЕ РАЗБРОСА ПО ИМПУЛЬСАМ НА МЕДЛЕННЫЙ
ВЫВОД ЧАСТИЦ ИЗ СИНХРОТРОНА

Kh.A.SIMONIAN

THE PULSE SPREAD EFFECT ON PARTICLES SLOW
EXTRACTION FROM SYNCHROTRON

The investigation of beam dynamics near by third order resonance with due account of particle scatter along the pulses is made.

β -function particle dependence upon the quadratic component of magnetic field is found.

The optimization necessity of particle extraction system from the synchrotron on one more parameter is shown.

Two variation of particle system extraction from Yerevan synchrotron are suggested.

Yerevan Physics Institute

Yerevan-1994

ԽԱՍԻՄՈՆՅԱՆ

**Ցրվածության ազդեցությունը ըստ իմպուլսների, սինքրոտրոնից
մասնիկների դանդաղ դուրսբերման վրա**

Երրորդ կարգի ռեզոնանսի մոտակայքում, հաշվի առնելով մասնիկների ցրվածությունը, կատարված է փնջի դինամիկայի հետազոտություն:

Գտնված է մասնիկի β -ֆունկցիայի կախվածությունը մագնիսական դաշտի քառակիսաչման կոմպոնենտից: Ցույց է տված, որ այս կախվածությունը տվյալ ազիմուտում զգալիորեն անդրադառնում է փնջի փուլային պատկերի վրա:

Ցույց է տված, որ անհրաժեշտ է սինքրոտրոնից մասնիկի դուրսբերման համակարգի օպտիմիզացում ևս մեկ պարամետրով:

Առաջարկված են Երևանյան սինքրոտրոնից մասնիկների դուրսբերման համակարգի օպտիմիզացման երկու տարբերակ:

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՑԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ԵՐԵՎԱՆ, 1990

Х. А. СИМОНЯН

ВЛИЯНИЕ РАЗБРОСА ПО ИМПУЛЬСАМ НА МЕДЛЕННЫЙ
ВЫВОД ЧАСТИЦ ИЗ СИНХРОТРОНА

Проведено исследование динамики пучка вблизи резонанса третьего порядка с учетом разброса частиц по импульсам.

Найдена зависимость β - функции частицы от квадратичной компоненты магнитного поля. Показано, что эта зависимость существенно отражается на фазовой картине пучка на данном азимуте.

Показана необходимость оптимизации систем вывода частиц из синхротрона еще по одному параметру.

Предложены два варианта оптимизации системы вывода частиц из Ереванского синхротрона.

Ереванский Физический Институт

Ереван 1994

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1,2,3] нами было показано, что для оптимального режима вывода на квадратичном резонансе, параметры используемых шестиполей (их число и расстановка по кольцу) должны удовлетворять строго заданным условиям: $A=B=C=0$. При этих условиях шесть полей не вносят вклада в частоту радиальных колебаний Ω , и, тем самым, обеспечивают необходимую фазовую картину пучка на азимуте септум-магнита.

Выводы работ [1,2,3] основаны на допущении, что все частицы циркулирующего пучка имеют один и тот же равновесный импульс P_0 . На самом же деле в каждом ускорителе существует определенный допустимый разброс по импульсам ($\Delta P/P_0$), который, как известно [4], приводит, с одной стороны, к новым равновесным орбитам, а с другой - к зависимости бетатронных частот каждой отдельной частицы от его импульса. Кроме того, отличие импульса частицы P от равновесного значения P_0 приводит к изменениям значений и β -функций.

Эти факты, несомненно, должны отразиться и на процессе медленного вывода частиц на резонансе третьего порядка, который основан на медленном движении рабочей частоты Ω к его резонансному значению $m/3$. (m -целое положительное число). Значения β -функции в местах расположения шестиполей непосредственно определяют силу резонанса и входят в коэффициенты A, B, C . Так что, существенное изменение β -функции может привести к нарушению условий $A=B=C=0$ для неравновесных частиц, и, тем самым, к неконтролируемому изменению фазовой картины пучка на азимуте септум-магнита.

В связи с этим в настоящей работе проведено исследование γ -движения частиц вблизи квадратичного резонанса $m/3$ с учетом

отклонений импульса частиц от равновесного значения, в линейном приближении по малому параметру $\Delta P/P_0$.

1. Уравнение движения

Учет разброса по импульсам в синхротроне с шестипольными линзами при $r^2 \gg z^2$ приводит к уравнению :

$$r_x'' + [K_0(x) + \Delta K_p]r = \Delta P/P_0 \rho - g(x)r^2 \quad (1.1)$$

где $x = s + (k-1)L$; s -координата вдоль реперной кривой (орбиты, длиной L): $0 \leq s \leq L$; k - номер оборота частицы ; r - отклонение частицы от плоскости орбиты :

$$K_0(x) = (1-n(x))/\rho^2 ; \quad K_0(s+kL) = K_0(s) \quad (1.2)$$

$$\Delta K_p(x) = -(1-n(x)) \cdot \Delta P/P_0 \rho ; \quad \Delta K_p(s+kL) = \Delta K_p(s) \quad (1.3)$$

$$g(x) = \frac{1}{2} \frac{H_0^2}{H_0 \rho} ; \quad g(s+kL) = g(s) \quad (1.4)$$

n - показатель слабеющего магнитного поля ; $H_0 \rho$ - магнитная жесткость ; ρ - радиус кривизны орбиты внутри магнитных блоков.

Решение (1.1) ищем в виде :

$$r(x) = z(x) + \Gamma_{\text{зам}}(s) \quad (1.5)$$

где

$$\Gamma_{\text{зам}}(s) = \frac{1}{2} \frac{\Delta P}{P_0} \rho \quad (1.6)$$

есть решение уравнения :

$$r_{\text{зам}}'' + (K_0 + \Delta K_p) \Gamma_{\text{зам}} = \Delta P/P_0 \rho \quad (1.7)$$

то есть $\Phi(s)$ есть "пополненная" дисперсионная функция.

Подставляя (1.5) в (1.1) и отбрасывая члены, квадратичные по $\Delta p/p_0$, получим:

$$\frac{d^2 z}{dx^2} + [K_0 + \Delta K_p + 2g\Gamma_{\text{зам}}] z = -gz^2 \quad (1.8)$$

или

$$z'' + K_n z = -gz^2 \quad (1.8')$$

Если теперь ввести "поправленные" функции β_n , $\Psi_n = \int ds/\beta$ где β_n есть решение уравнения

$$\frac{1}{2} \beta_n \cdot \beta_n'' - \frac{1}{4} \beta_n'^2 + K_n \beta_n^2 = 1 \quad (1.9)$$

то мы приходим к уравнению, подробно исследованному в работах [1,3].

Формальной заменой $\beta \rightarrow \beta_n$; $\psi \rightarrow \Psi_n$, $Q \rightarrow Q_n$ в результатах работ [1,3], мы переходим от частиц с импульсом P_0 к частицам с импульсом β .

Выпишем для полноты решение (1.8) в переменных $\eta = R \cos \alpha$; $\dot{\eta} = R \sin \alpha$ где

$$\eta = z \cdot \beta_n^{-1/2}; \quad \dot{\eta} = \frac{d\eta}{d\Psi} = \left(\frac{dz}{dx} - \alpha_n(x) z \right) \beta_n^{1/2}(x) \quad (1.10)$$

Спуская индекс "n" в виде рекуррентных формул:

$$\begin{aligned} R_{k+1} &= R_k \cdot \sqrt{U_k^2 + V_k^2} \\ \alpha_{k+1} &= \alpha_k - 2\pi Q - \tau_k \end{aligned} \quad (1.11)$$

где

$$U_k = 1 - FR_k [\sin(\varphi + 3\alpha_k) - A \cos \alpha_k + B \sin \alpha_k]$$

$$V_k = E \cdot R_k [\cos(\varphi + 3\alpha_k) + 3A \sin \alpha_k + 3B \cos \alpha_k]$$

$$\tau_k = \arctg (V_k/U_k)$$

$$A = \frac{1}{4E} \sum_{i=1}^j g_i \Delta s_i \beta_i^{3/2} \sin \Psi_i$$

$$B = \frac{1}{4E} \sum_{i=1}^j g_i \Delta s_i \beta_i^{3/2} \cos \Psi_i$$

$$C = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^j g_i \Delta s_i \beta_i^{3/2} \cos 3\Psi_i$$

$$D = -\frac{1}{4} \sum_{i=1}^j g_i \Delta s_i \beta_i^{3/2} \sin 3\Psi_i$$

$$E = \sqrt{C^2 + D^2}$$

$$\varphi = \arctg (D/C)$$

j - число шестиполей на кольце; $\Delta\beta_i$ - длина i -того шестиполя.

Для того, чтобы на азимуте септум-магнита $\beta_{\text{сеп}}$ фазовая картина пучка имела оптимальную форму (существование треугольной сепаратрисы) для частиц с импульсом P_0 , необходимо выполнение условий $A=B=C=0$.

Для того, чтобы такая же картина имела место и для частиц с импульсом $P = P_0 + \Delta P$, необходимо выполнение условий $A_n = B_n = C_n = 0$ одновременно с условиями $A=B=C=0$.

Только в этом случае мы будем иметь одинаковый характер заброса всех частиц реального пучка, поскольку только в этом случае мы будем иметь на азимуте септум-магнита набор сепаратрис с параллельными друг другу ветвями, одна из которых (каждой сепаратрисы) направлена в сторону септума. Центры этих сепаратрис будут сдвинуты на величину относительно равновесной частицы в ту или другую сторону вдоль оси в зависимости от знака ΔP .

$$r_{\text{зам}} = r_{\text{зам}} \cdot \beta_n^{-1/2} (S_{\text{сеп}})$$

Таким образом, задача свелась к вычислению β_n в местах расположения септум-магнита и шестипольных линз и выбору параметров шестиполей так, чтобы выполнялись указанные условия для всего пучка.

2. Влияние $\frac{\Delta P}{P_0}$ и шестиполей на β -функцию

Для нахождения β_n воспользуемся результатами работы [4], где показано, что если β соответствует уравнению

$$r'' + K \cdot r = 0 \quad (2.1)$$

а β_n соответствует уравнению

$$r'' + (K + \Delta K) r = 0 \quad (2.2)$$

то $\Delta\beta = \beta_n - \beta$ подчиняется уравнению:

$$\frac{d^2}{d\psi^2} \left(\frac{\Delta\beta}{\beta} \right) + 4 \frac{\Delta\beta}{\beta} = -2\beta^2 \cdot \Delta K \quad (2.3)$$

замкнутое решение которого есть:

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = - \frac{1}{2\sin 2\pi Q} \cdot \int_s^{s+L} \beta(s_1) \cdot \Delta K \cdot \cos 2[\pi Q + \Psi(s) - \Psi(s_1)] ds_1 \quad (2.4)$$

В нашем случае

$$\Delta K = \Delta K_p + 2g \cdot r_{\text{зам}}. \quad (2.5)$$

Для удобства расчетов запишем (2.4) в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\beta}{\beta}(s) = & - \int_0^L \Delta K \cdot \beta(s_1) \cdot \sin 2[\Psi(s) - \Psi(s_1)] ds_1 - \\ & - \frac{1}{2\sin 2\pi Q} \cdot \int_0^L \Delta K \cdot \beta(s_1) \cdot \cos 2[\pi Q + \Psi(s) - \Psi(s_1)] ds_1 \end{aligned} \quad (2.6)$$

или

$$\frac{\Delta\beta}{\beta}(s) = \left[\frac{\Delta\beta}{\beta}(s) \right]_p + \left[\frac{\Delta\beta}{\beta}(s) \right]_g$$

$$\left[\frac{\Delta\beta}{\beta}(s) \right]_{p,g} = - \int_0^s \Delta K_{p,g} \beta(s_1) \sin 2[\Psi(s) - \Psi(s_1)] ds_1 - \quad (2.7)$$

$$- \frac{1}{2\sin 2\pi Q} \cdot \int_0^L \Delta K_{p,g} \beta(s_1) \cos 2[\pi Q + \Psi(s) - \Psi(s_1)] ds_1 \quad (2.8)$$

Здесь обозначено $\left[\frac{\Delta\beta}{\beta} \right]_g$ - шестиполям, а $\left[\frac{\Delta\beta}{\beta} \right]_p$ - $\frac{\Delta P}{P}$.
 Преобразуем интегралы $\int_0^L \beta \cdot \Delta K \begin{pmatrix} \sin \Psi_1 \\ \cos \Psi_1 \end{pmatrix} ds_1$ используя в одном случае, что кольцо состоит из M одинаковых периодов, длиной ℓ , а в другом - дискретность расположения шестиполей по кольцу и малость величин ΔS_i .

Представим интегралы

$$\int_0^L \beta \cdot \Delta K_p \begin{pmatrix} \sin 2\psi_1 \\ \cos 2\psi_1 \end{pmatrix} ds_1 = \int_0^L f(x) dx \quad (2.9)$$

В виде суммы интегралов

$$\int_0^L f(x) dx = \int_0^{\ell} f(x) dx + \int_{\ell}^{2\ell} f(x) dx + \dots + \int_{(M-1)\ell}^{M\ell} f(x) dx \quad (2.10)$$

Заменой переменных

$$x \rightarrow x + \ell; \quad x \rightarrow x + 2\ell; \quad \dots \quad x \rightarrow x + (M-1)\ell$$

в соответствующих интегралах (2.10) (начиная со второго) и используя свойство $\Psi(s+n\ell) = n\mu + \Psi(s)$, где $\mu = 2\pi\nu$ — набег фазы на периоде ℓ , а также периодичность $\beta \cdot \Delta K_p$ (с периодом ℓ), получим:

$$\int_0^L \Delta K_p \cdot \beta \cdot \sin 2\Psi(s) ds = I_s \cdot \sum_{m=0}^{M-1} \cos(2\mu \cdot m) + I_c \cdot \sum_{m=0}^{M-1} \sin(2\mu \cdot m)$$

$$\int_0^L \Delta K_p \cdot \beta \cdot \cos 2\Psi(s) ds = I_c \cdot \sum_{m=0}^{M-1} \cos(2\mu \cdot m) - I_s \cdot \sum_{m=0}^{M-1} \sin(2\mu \cdot m) \quad (2.11)$$

где введены следующие обозначения:

$$I_{s,c} = \int_0^{\ell} \Delta K_p \cdot \beta(s) \begin{pmatrix} \sin 2\Psi(s) \\ \cos 2\Psi(s) \end{pmatrix} ds \quad (2.12)$$

и, наконец, используя формулы [5]:

$$\sum_{m=0}^{M-1} \cos(\alpha + m\mu) = \cos\left(\alpha + \frac{(M-1)\mu}{2}\right) \cdot \sin \frac{M \cdot \mu}{2} \operatorname{cosec} \frac{\mu}{2}$$

$$\sum_{m=0}^{M-1} \sin(\alpha + m\mu) = \sin\left(\alpha + \frac{(M-1)\mu}{2}\right) \cdot \sin \frac{M \cdot \mu}{2} \operatorname{cosec} \frac{\mu}{2} \quad (2.13)$$

получим%

$$\left[\frac{\Delta \beta}{\beta} (s) \right] = - \int_{s_1}^s \Delta K_p \cdot \beta(s) \sin 2[\Psi(s) - \Psi(s_1)] ds_1 -$$

$$- \frac{1}{2 \sin \mu} \left\{ I_c \cos [2\Psi(s) + \mu] + I_s \sin [2\Psi(s) + \mu] \right\}. \quad (2.14)$$

Нетрудно убедиться, что во всех точках $S_k = k\ell$ ($k=0, 1, \dots, M-1$) $[\Delta\beta/\beta]_p$ имеет одно и то же значение, равное

$$\left[\frac{\Delta\beta}{\beta} (k \cdot \ell) \right]_p = -\frac{1}{2} [I_c \operatorname{ctg} \mu + I_s] \quad (2.15)$$

Это говорит о том, что $[\Delta\beta/\beta]_p$ периодична с периодом ℓ (как и следовало ожидать) и, следовательно, если шестиполи расположены в точках $S_k = k\ell$ (как, например, на АРУС) и обеспечивают условия $A=B=C=0$ для частиц с p_0 , то изменения (2.15) не нарушат таких же условий для частиц с импульсом $p = p_0 + \Delta p$.

Таким образом, нарушение условий $A=B=C=0$ для частиц с импульсом p можно ожидать только из-за $\left[\frac{\Delta\beta}{\beta} (s) \right]_g$.

Используя результаты работы [6] для локального возмущения, $[\Delta\beta/\beta]_g$ можно записать в виде:

$$\left[\frac{\Delta\beta}{\beta} (s) \right]_g = \frac{1}{2 \sin \mu} \sum_{i=1}^J (-1)^i \beta_i \cos 2[\pi Q - (\Psi(s) - \Psi(s_i))] \quad (2.16)$$

отражающий тот факт, что i -тый шестиполь дает вклад в $\left[\frac{\Delta\beta}{\beta} (s) \right]_g$ по закону $\cos 2[\pi Q + \Psi(s) - \Psi(s_i)]$ если $\Psi(s) < \Psi(s_i)$ и по закону $\cos 2[\pi Q - (\Psi(s) - \Psi(s_i))]$ если $\Psi(s) > \Psi(s_i)$ (см. формулы (57) и (58) работы [6]).

Заметим, что $[\Delta\beta/\beta]_g$ периодична с периодом ℓ , в то время как $[\Delta\beta/\beta]_p$ имеет период ℓ .

Отсюда следует неутешительный результат: выбором параметров шестиполей невозможно осуществить взаимную компенсацию $[\Delta\beta/\beta]_p$ и $[\Delta\beta/\beta]_g$ даже хотя бы в точках расположения шестиполей.

Поэтому для выполнения условий $A_n = B_n = C_n = 0$ остается одна надежда, чтобы изменения $\frac{\Delta\beta}{\beta}(S_i)$ в самих коэффициентах А, В, С либо компенсировали друг друга, либо приводили к пренебрежимо малым значениям А, В, С.

3. Значения $\left[\frac{\Delta\beta}{\beta}(S_i)\right]_g$ для АРУС.

Рассмотрим предложенный мной [2] вариант расположения шестиполей по кольцу АРУС, обеспечивающий условия $A=B=C=0$ для частиц с импульсом $p = p_0$.

В этом варианте во всех шести шестиполях значения $|q_i| = |g_i \Delta S_i|$ одинаковы, а знаки q_i чередуются (+, -, +, -, +, -).

Значения $\Psi_i = \Psi(S_i)$ в точках расположения линий есть:

$$\Psi_1 = 7\mu; \quad \Psi_2 = 8\mu; \quad \Psi_3 = 10\mu; \quad \Psi_4 = 11\mu; \quad \Psi_5 = 13\mu; \quad \Psi_6 = 14\mu \quad (3.1)$$

Учитывая, что $\Gamma_{зам}$ имеет период ℓ и в указанных точках достигает своего максимального значения $\Gamma_{зам}^{max}$ и что $2\pi Q = 24\mu$ получим:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\Delta\beta}{\beta}(0)\right]_g &= -G \cdot 2 \sin \mu \cdot \sin 9\mu \\ \left[\frac{\Delta\beta}{\beta}(7\mu)\right]_g &= -\left[\frac{\Delta\beta}{\beta}(14\mu)\right]_g = G \cdot 2 \sin \mu \cdot \sin 17\mu \cdot (2 \cos 6\mu + 1) \\ \left[\frac{\Delta\beta}{\beta}(8\mu)\right]_g &= -\left[\frac{\Delta\beta}{\beta}(13\mu)\right]_g = -G \cdot 2 \sin \mu (\sin 23\mu - \sin 19\mu - \sin 13\mu) \\ \left[\frac{\Delta\beta}{\beta}(10\mu)\right]_g &= -\left[\frac{\Delta\beta}{\beta}(11\mu)\right]_g = -G \cdot 2 \sin \mu (\sin 19\mu - \sin 23\mu - \sin 17\mu) \end{aligned} \quad (3.2)$$

где

$$G = |q| \cdot \beta_{max} \cdot \Gamma_{зам}^{max} / \sin 2\pi Q \quad (3.3)$$

При $|q| = 0.5 \text{ м}^{-2}$; $\beta_{max} = 12 \text{ м}$; $\Gamma_{зам}^{max} = 1,7 \frac{\Delta p}{p} \text{ м}$.
 $Q = 16/3$; $\mu = 4\pi/9$ имеем: $G = 11,78 \frac{\Delta p}{p}$

$$\left[\frac{\Delta\beta}{\beta}(0)\right]_g = \left[\frac{\Delta\beta}{\beta}(7\mu)\right]_g = \left[\frac{\Delta\beta}{\beta}(14\mu)\right]_g = 0$$

$$\left[\frac{\Delta\beta}{\beta} (6\mu) \right]_g = - \left[\frac{\Delta\beta}{\beta} (13\mu) \right]_g = -6,96 \frac{\Delta P}{P} \quad (3.4)$$

$$\left[\frac{\Delta\beta}{\beta} (10\mu) \right]_g = - \left[\frac{\Delta\beta}{\beta} (11\mu) \right]_g = -30,86 \frac{\Delta P}{P}$$

Видно, что в этом варианте $\left[\frac{\Delta\beta}{\beta} (s) \right]_g$ отлично от нуля только в промежутке, $S_1 < S < S_{14}$ ограниченном крайними шестиполями и имеет форму идеального бампа с двумя "горбами" по разные стороны от линии $\beta(S_1) = \beta_{\max}$. Для разных знаков кривые $\frac{\Delta\beta}{\beta}$ являются зеркальным отражением друг друга.

Из (3.4) следует, что при $\frac{\Delta P}{P} = 1\%$ максимальное изменение β -функции составляет $\sim 31\%$, т.е. достаточно большое значение.

Однако, подставляя (3.4) в

$$\begin{aligned} A_n &= A_0 + \Delta A; & C_n &= C_0 + \Delta C \\ B_n &= B_0 + \Delta B; & D_n &= D_0 + \Delta D \end{aligned} \quad (3.5)$$

получаем

$$\begin{aligned} A_n &= \Delta A = -3,38 \frac{\Delta P}{P} \\ B_n &= \Delta B = -5,82 \frac{\Delta P}{P} \\ C_n &= \Delta C = 0 \\ D_n &= D_0 \left(1 + 3,94 \frac{\Delta P}{P} \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

что при $\frac{\Delta P}{P} = 1\%$ приводит к пренебрежимо малым величинам.

Учитывая, что $\left[\frac{\Delta\beta}{\beta} (0) \right]_g = 0$ в этом варианте мы не будем иметь изменения "шага заброса за септум", из-за расстановки шестиполей. Изменение "шага" связано только изменению (2.15), значение

$$\left| \frac{\Delta\beta}{\beta} (S_k)_p \right|_{\text{АРУС}} \approx 0,04 \frac{\Delta P}{P}$$

которой для АРУС составляет:

Рассмотрим теперь второй вариант, обеспечивающий на АРУС

условия $A=B=C=0$ для частиц с импульсом $p=p_0$ без перестановки мест работающих ныне шестиполей. Так, например, если использовать шестиполи, расположенные в промежутках 24-25" 26-27" 34-35" 40-41" то при соблюдении соотношений:

$$\begin{aligned} q_{24} &= -0.879 q_{40} \\ q_{26} &= 0.468 q_{40} \\ q_{34} &= 0.815 q_{40} \end{aligned} \quad (3.7)$$

условия $A=B=C=0$ будут выполнены. При этом "сила резонанса" уменьшится лишь в 0,92 раза по сравнению с действующим вариантом.

Значения в точках расположения септума и шестиполей есть:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\Delta \beta}{\beta} (S_{септ}) \right]_g &= 1,223 G ; & \left[\frac{\Delta \beta}{\beta} (S_{24}) \right]_g &= -1,596 G \\ \left[\frac{\Delta \beta}{\beta} (S_{26}) \right]_g &= 1.5 G ; & \left[\frac{\Delta \beta}{\beta} (S_{34}) \right]_g &= 0.521 G \\ \left[\frac{\Delta \beta}{\beta} (S_{40}) \right]_g &= -0.243 G \end{aligned} \quad (3.8)$$

Подставляя (3.8) в A , B и C при $G = 11.78 \frac{\Delta C}{\beta}$ получим:

$$\Delta A = -2.64 \frac{\Delta \beta}{\beta} ; \quad \Delta B = -2.25 \frac{\Delta \beta}{\beta} ; \quad \Delta C = 0 \quad (3.9)$$

что при $\frac{\Delta \beta}{\beta} = 1\%$ также пренебрежимо малы.

Добавим, что такой же результат получается, если вместо линзы из промежутка 24-25 использовать линзу из промежутка 42-43.

4. Изменения β -функции из-за наличия квадруполь.

Для полноты картины приведем также зависимость $\left[\frac{\Delta \beta}{\beta} (s) \right]_{кв}$, обусловленную наличием в кольце дополнительных квадрупольных линз.

Дискретность расположения по кольцу квадруполей позволяет воспользоваться формулой (2.15) с заменой $\Delta K_Q \rightarrow \Delta K_{KB}$ где $\Delta K_{KB} = \Delta G_{KB} / H_0 \rho$; ΔG — градиент поля квадруполя.

Имеем

$$\left[\frac{\Delta \beta}{\beta}(s) \right]_{KB} = - \frac{1}{2 \sin 2\pi Q} \sum_{i=1}^j (\Delta K_{KB})_i \beta_i \Delta S_i \cos 2[\pi Q - |\Psi(s) - \Psi(s_i)|] \quad (4.1)$$

Здесь S_i — точки расположения квадруполей; j — число квадруполей; ΔS_i — длина i -того квадруполя.

При этом, для изменения частоты ΔQ имеем соотношение [4]:

$$\Delta Q = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^j (\Delta K_{KB})_i \beta_i \Delta S_i \quad (4.2)$$

откуда следует, что для получения необходимого значения ΔQ относительно малым значениями $(\Delta K_{KB})_i$ квадруполя следует устанавливать в таких точках S , где $\beta(s_i) = \beta_{\max}$

Поэтому, единственным средством получения относительно малых значений $\left[\frac{\Delta \beta}{\beta}(s) \right]_{KB}$ является использование больше чем одной квадрупольной линзы и выбор мест их расположения по кольцу.

Рассмотрим случай, когда имеются два квадруполя с одинаковым значением $\Delta K_{KB} \cdot \beta_{\max}$ и расположенными друг относительно друга на расстоянии μ т.е.

$$\Psi(s_2) = \Psi(s_1) + \mu$$

Приведем значения $\left[\frac{\Delta \beta}{\beta}(s) \right]_{KB}$ для точек $S_j = 0, S_1, S_2$ и в из интервала $S_2 < S < L$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\Delta \beta}{\beta}(0) \right]_{KB} &= W \cdot \cos \mu \cdot \cos [2\pi Q - 2\Psi(s_1)] \\ \left[\frac{\Delta \beta}{\beta}(s_1) \right]_{KB} &= W \cdot \cos \mu \cdot \cos [2\pi Q + \mu] \\ \left[\frac{\Delta \beta}{\beta}(s_2) \right]_{KB} &= W \cdot \cos \mu \cdot \cos [2\pi Q - \mu] \\ \left[\frac{\Delta \beta}{\beta}(s) \right]_{S_2 < S < L} &= W \cos \mu \cdot \cos [2\pi Q - 2\Psi(s) + 2\Psi_1 + \mu] \end{aligned} \quad (4.3)$$

где

$$W = \frac{\Delta K_{KB} \cdot \beta_{max} \cdot \Delta S}{\sin 2\pi Q} = \frac{4\pi \Delta Q}{\sin 2\pi Q \cdot \sum_{i=1}^2 i} \quad (4.4)$$

Наличие в амплитудах коэффициента $\cos \mu$ указывает на то, что $\left[\frac{\Delta \beta}{\beta}(S) \right]_{max}$ в этом случае будет иметь минимальное значение, поскольку μ близко к $\frac{\pi}{2}$ для всех синхротронов.

На АРУС ныне квадруполь и шестиполь расположены в одних и тех же промежутках. В действующем варианте квадруполь составляют три рассмотренные выше пары.

Если при переходе к варианту с перестановкой шестиполей будут переставлены и квадруполь (На АРУС квадруполь и шестиполь собраны на одной станине), то возникает необходимость вычисления $\frac{\Delta \beta}{\beta}(S_i)$ в местах расположения шестиполей, с тем, чтобы затем вычислить A_n, B_n, C_n из-за наличия квадруполей.

Приведем значения $\left[\frac{\Delta \beta}{\beta}(S_i) \right]_{KB}$ в точках s_i , где

$$\psi_0 = 0; \quad \psi(s_1) = 7\mu; \quad \psi(s_2) = 8\mu; \quad \psi(s_3) = 10\mu; \quad \psi(s_4) = 11\mu; \quad \psi_5 = 13\mu \quad \psi_6 = 14\mu$$

$$\left[\frac{\Delta \beta}{\beta}(0) \right]_{KB} = \left[\frac{\Delta \beta}{\beta}(7\mu) \right]_{KB} = \left[\frac{\Delta \beta}{\beta}(14\mu) \right]_{KB} = 0$$

$$\left[\frac{\Delta \beta}{\beta}(8\mu) \right]_{KB} = \left[\frac{\Delta \beta}{\beta}(13\mu) \right]_{KB} = 0.59 W \quad (4.5)$$

$$\left[\frac{\Delta \beta}{\beta}(10\mu) \right]_{KB} = \left[\frac{\Delta \beta}{\beta}(11\mu) \right]_{KB} = 0.29 \cdot W$$

$$W = 4\pi \cdot \Delta Q / \beta \cdot \sin 2\pi Q \quad (4.6)$$

Из (4.4) видно, что и здесь $\left[\Delta \beta / \beta \right]_{KB}$ имеет вид идеального "двугорбого" бампа, но горбы расположены по одну сторону от линии $\beta(s_i) = \beta_{max}$

Подставляя (4.4) в A_n ; B_n ; C_n ; получим:

$$\Delta A = 0,465 \cdot \Delta Q; \quad \Delta B = 0,929 \cdot \Delta Q; \quad \Delta C = 0 \quad (4.7)$$

что при $\Delta Q \sim 0,08$ так же пренебрежимо малы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, для того, чтобы на АРУС иметь эффективную и управляемую систему вывода электронов, необходимо перейти к одному из предлагаемых вариантов:

1. Переставить места трех шестиполей, согласно [2]. При этом, сохраняется общее число шестиполей-шесть- с единой системой питания.
2. Перейти к 4-х линзовому варианту, с обеспечением соотношения (3.7) для параметров указанных шестиполей.

Число используемых квадрупольей должно быть парным. Линзы каждой пары должны быть расположены в соседних (++) промежутках (через период ℓ).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. X. A. Симонян "Новые аспекты теории резонансного вывода частиц из синхротрона", препринт /ЦНИИ/ атоминформ, ЕрФИ-1114(77)-88, часть I, Ереван, 1988, 55стр.
2. X. Ф. Симонян, Л. А. Ананова "Новые аспекты теории резонансного вывода частиц из синхротрона", препринт /ЦНИИ/ атоминформ. ЕрФИ-1115(78)-88, часть II, Ереван, 1988. 49стр
3. Kh.A.Simonian "New aspect of Theory of resonant beam extraction from synchrotrons". Particle Accelerators, Proc. of 14-th HEACC conf. V.28(1990) part III, p.101/579.
4. E.D.Courant and H.S.Snayder
"Theory of Alternating-Gradient Synchrotron",
Annals of Physics, V.3, N 1,1958, p.1-48.
5. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик
"Таблицы интегралов, рядов, сумм и произведений" М.-Л. Физматгиз 1951.
6. X. A. Симонян "Возмущенное поперечное движение заряженных частиц в циклических ускорителях (накопителях)" препринт, ЕФИ-679(69)-83 Ереван-83, 57стр.

Рукопись поступила 02 февраля 1994г.

А. А. Симонян

**ВЛИЯНИЕ РАББОСА ПО ИМПУЛЬСАМ НА МЕДЛЕННЫЙ ВЫВОД ЧАСТИЦ
ИЗ СИНХРОТРОНА**

(на русском языке)

Редактор

Технический редактор А. С. Абрамян

Подписано в печать 19 12 94

Формат

Офсетная печать

Тираж 100

Зак. тип. 19.1

Индекс

Отпечатано в Ереванском физическом институте
Ереван-36, ул. Братьев Алиханян 2.