78 AM9600006

Препринт ЕФИ-1434(40)-95

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
YEREVAN PHYSICS INSTITUTE

ВОЗБУЖДЕНИЕ КИЛЬВАТЕРНЫХ ПОЛЕЙ ЭЛЕКТРОННЫМ СГУСТКОМ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ПЛАЗМЕННОМ ВОЛНОВОДЕ

АМАТУНИ А.Ц., СЕХПОСЯН Э.В., ХАЧАТРЯН А.Г.,
ЭЛБАКЯН С.С.

Ереван

Препринт ЕФИ-1434(4)-95

EFI-1434-4-95

ВОЗБУЖДЕНИЕ КИЛЬВАТЕРНЫХ ПОЛЕЙ ЭЛЕКТРОННЫМ СГУСТКОМ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ПЛАЗМЕННОМ ВОЛНОВОДЕ

АМАТУНИ А.Ц., СЕХПОСЯН Э.В., ХАЧАТРЯН А.Г., ЭЛБАКЯН С.С.

В линейном приближении вычислены электромагнитные поля, возбуждаемые в плазменном волноводе электронным сгустком с симметричным относительно оси волновода распределением частиц в сгустке. Для однородного сгустка цилиндрической формы рассмотрено поведение полей при различных параметрах задачи. Показано, что учет "кулоновских" полей приводит к отсутствию самофокусировки коротких сгустков и ускорению электронов головной части сгустка. Влияние ограниченности плазмы существенно в случае $a \approx R$ (a и R -радиусы сгустка и волновода) в плотной плазме и при $R \gg a$ - в разреженной плазме.

Возбуждение кильватерных полей электронным сгустком в цилиндрическом плазменном волноводе

Аматуни А.Ц., Сехпосян Э.В., Хачатрян А.Г., Элбакян С.С.

(на русск. языке)

Технический редактор А.С. Абрамян

Подписано в печать 05.10.94	Формат 64x84/16
Офсетная печать Уч.изд.л. 0,5	Тираж 100
Зак.тип. N 053	Индекс

Отпечатано в Ереванском физическом институте
Ереван-36, ул.Братьев Алиханян 2.

Նախատիպ ԵրՖԻ-1434(4)-95

ԿԻԼՎԱՏԵՐԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԳՐԳՌՈՒՄԸ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՓՆՋԵՐՈՎ ԳԼԱՆԱՁԵՎ ՊԼԱԶՄԱՅԻՆ ԱԼԻՔԱՏԱՐՈՒՄ

Ա.Ց.Ամատունի, Ս.Ս.Էլբակյան, Ա.Գ.Խաչատրյան, Է.Մ.Սեխպոսյան

Գծային մոտավորությամբ ստացված են էլեկտրամագնիսական դաշտերը, որոնք գրգռվում են պլազմային ալիքատարում էլեկտրոնային փնջով: Ցույց է տրված, որ կողմնային ուժերի առկայությունը բերում է ինքնաֆոկուսացման բացակայությանը կարճ փնջերում և էլեկտրոնների արագացմանը փնջի գլխային մասում: Ալիքատարի առկայությունը էական է, երբ $a \approx R$ (a-ն և R-ը փնջի և ալիքատարի շառավիղներն են) խիտ պլազմայում և երբ $R \gg a$՝ նոսր պլազմայում:

Երևանի ֆիզիկայի ինստիտուտ

Preprint YerPhI-1434(4)-95

WAVE FIELD GENERATION BY ELECTRON BUNCH MOVING
IN CYLINDRICAL PLASMA WAVEGUIDE

AMATUNI A.TS., SEKHPOSIAN E.V., KHACHATRYAN A.G., ELBAKIAN S.S.

Electromagnetic fields generated in plasma waveguide by electron bunch with the symmetrical along the waveguide axis distribution of bunch particles are calculated. The field dependence on different parameters for uniform distribution of the cylindrical bunch is considered. In particular, it is shown that Coulomb component of the fields causes the absence of the selffocusing of short bunches and acceleration of the electrons in the head part of the bunch. The limited dimentions of the plasma are essential, when $a \approx R$ (a and R are radii of bunch and waveguide respectively) in overdense plasma case and when $a \ll R$ - in underdense plasma case.

Yerevan Physical Institute

Նախատպիս ԵրՖԻ-1434(4)-95

ԿԻԼՎԱՏԵՐԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԳՐԳՌՈՒՄԸ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՓՆՋԵՐՈՎ ԳԼԱՆԱՁԵՎ ՊԼԱԶՄԱՅԻՆ ԱԼԻՔԱՏԱՐՈՒՄ

Ա.Ց.Ամատունի, Ս.Ս.Էլբակյան, Ա.Գ.Խաչատրյան, Է.Վ.Սեկոյան

Գծային մոտավորությամբ ստացված են էլեկտրամագնիսական դաշտերը, որոնք գրգռվում են պլազմային ալիքատարում էլեկտրոնային փնջով: Ցույց է տրված, որ կողմնային ուժերի առկայությունը բերում է ինքնաֆոկուսացման բացակայությանը կարճ փնջերում և էլեկտրոնների արագացմանը փնջի գլխային մասում: Ալիքատարի առկայությունը էական է, երբ $a \approx R$ (a-ն և R-ը փնջի և ալիքատարի շառավիղներն են) խիտ պլազմայում և երբ $R \gg a$՝ նոսր պլազմայում:

Երևանի ֆիզիկայի ինստիտուտ

1. ВВЕДЕНИЕ

Плазменные методы ускорения заряженных частиц интенсивно развиваются на протяжении последнего десятилетия и в настоящее время занимают заметное место в ряду новых методов ускорения (см. напр., обзорные статьи Я.Б. Файнберга [1, 2] и цитируемую там литературу). Генерация кильватерных волн сгустками заряженных частиц является одним из способов получения сильных электромагнитных полей (до $E \sim 1$ ГВ/м) в плазме. Возбуждаемые кильватерные поля могут быть использованы как для ускорения зарядов, так и для фокусировки сгустков электронов (позитронов) [3] с целью получения пучков большой плотности, и обеспечения высокой светимости в линейных коллайдерах следующего поколения.

Линейная теория кильватерных полей в безграничной плазме в приближении заданного сгустка рассмотрена во многих работах (см. [3-6] и цитируемую там литературу). Для этого приближения показано, что самофокусировка сгустка наиболее эффективна в случае $\omega_p a/v_0 \ll 1$ (здесь ω_p - плазменная частота электронов, a и v_0 - радиус и скорость сгустка). Большие ускоряющие поля получаются за широкими сгустками ($\omega_p a/v_0 \gg 1$).

Вопрос о возбуждении заданным электронным сгустком потенциальных плазменных волн (без учета непериодических решений) в цилиндрическом волноводе с проводящими стенками рассматривался в [7]. В [8] решена задача о возбуждении кильватерных полей в волноводе в присутствии сильного внешнего магнитного поля (при этом поперечная скорость электронов плазмы равна нулю) и при равенстве радиусов сгустка и волновода. В настоящей работе учтены как поперечное движение электронов плазмы, так и "кулоновские" поля.

2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ РЕШЕНИЕ

Пусть в однородной холодной плазме, заключенной в проводящий цилиндр радиуса R, вдоль оси цилиндра с постоянной скоростью $\vec{v}_0$ $(c,\ 0\ v_0)$ летит сгусток электронов. Распределение плотности электронов сгустка симметрично относительно оси волновода и описывается заданной функцией от цилиндрических координат r и $z = Z - v_0 t$: $n_b = n_b(r,z)$. Ионы плазмы считаем неподвижными. Возбуждаемые сгустком линейные стационарные (зависящие от r и z; зависимость от азимутального угла θ, вследствии симметрии задачи, отсутствует) кильватерные поля описываются следующей системой уравнений:

$$
\begin{aligned}
&(\Delta-\beta^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2})\,\varphi = 4\pi e(n_b+n_e),\\
&(\Delta-\beta^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2})\,\vec{A} = \frac{4\pi e}{c}(n_b\vec{v}_0 + n_0\vec{v}_e),\\
&\frac{\partial n_e}{\partial z} = \frac{n_0}{v_0}\, div\, \vec{v}_e\ , \qquad\qquad (1)\\
&\frac{\partial \vec{v}_e}{\partial z} = \frac{e}{m v_0}(-\vec{\nabla}\varphi + \beta\frac{\partial \vec{A}}{\partial z}),
\end{aligned}
$$

где φ и $\vec{A}$ - скалярный и векторный потенциалы, связанные с электромагнитным полем соотношениями $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi + \beta\partial\vec{A}/\partial z$, $\vec{B} = rot\vec{A}$, $\vec{v}_0$ и n_e - соответственно, скорость электронов плазмы и отклонение их плотности от невозмущенного значения n_0, m и e - масса и абсолютное значение заряда электрона, $\beta = v_0/c$, Δ - лапласиан. Потенциалы удовлетворяют калибровке Лоренца:

$$div\vec{A} = \beta\frac{\partial\varphi}{\partial z}. \qquad (2)$$

Перейдем в (1) к Фурье-образам по z. Далее, исключая Фурье-образы $\tilde{n}_e(r, \lambda)$ и $\tilde{\vec{v}}_e(r, \lambda)$, с учетом (2), для отличных от нуля компонент потенциалов, получим:

$$(\Delta_\perp - \frac{\lambda^2}{\gamma^2})\,\tilde{\varphi} = 4\pi e\tilde{n}_b\,\frac{\lambda^2}{\lambda^2-k_p^2},$$

$$(\Delta_\perp - \Lambda^2)\,\tilde{A}_z = 4\pi e\beta\tilde{n}_b - k_p^2\beta\tilde{\varphi}, \qquad (3)$$

$$(\Delta_\perp - \frac{1}{r^2} - \Lambda^2)\,\tilde{A}_r = i\,\frac{k_p^2\beta}{\lambda}\,\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial r}.$$

В (3) $\Delta_\perp = (1/r)(\partial/\partial r)(r\partial/\partial r)$, $\Lambda^2 = k_p^2\beta^2 + \lambda^2/\gamma^2$, $k_p = \omega_p/v_o$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$-релятивистский фактор электронов сгустка. Т.к. на стенках волновода $E_z = 0$, то

$$\tilde{\varphi}(r=R,\lambda) = 0, \ \tilde{A}_z(r=R,\lambda) = 0. \qquad (4)$$

Учитывая граничные условия (4) будем искать решения для $\tilde{\varphi}$ и $\tilde{A}_z$ в виде рядов по функциям Бесселя $J_o(r\mu_i/R)$ (μ_i - нули функции $J_o(x)$ в порядке возрастания), т.е. перейдем к трансформантам Ганкеля в конечных пределах [9].

Потенциалы найдем при помощи обратных преобразований Ганкеля и Фурье. Для отличных от нуля компонент электромагнитного поля E_z, E_r и B_θ, а также радиальной силы, действующей на электроны сгустка $F_r = -e(E_r - \beta B_\theta) = e(\partial/\partial r)(\varphi - \beta A_z)$, после некоторых преобразований получим (напомним, что при интегрировании по λ полюса $\lambda = \pm k_p$ нужно обходить на комплексной плоскости сверху):

$$E_z=\varepsilon\alpha(-L'(z)T(r)+k_p\frac{\partial W}{\partial z}),$$

$$E_r=\varepsilon\alpha(-L(z)T'(r)+k_p\frac{\partial}{\partial r}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(\mu_i r/R)}{S_i^2 J_1^2(\mu_i)}f_i G_i),$$

$$B_\theta=\varepsilon\alpha k_p\beta\gamma^2\frac{\partial}{\partial r}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(\mu_i r/R)}{R^2 q_i^2 J_1^2(\mu_i)}f_i G_i, \qquad (5)$$

$$F_r = -e\varepsilon\alpha\,(-L(z)T'(r)+k_p\frac{\partial W}{\partial r}),$$

где плотность электронов сгустка выбрана в виде $n_b(r,z)=n_{bo}f_1(z)f_2(r)$, $0 \le f_{1,2} \le 1$,

$$L(z)=k_p\int_z^{\infty} f_1(z')\sin k_p(z'-z)dz',$$

$$T(r)=2k_p^2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(\mu_i r/R)}{S_i^2 J_1^2(\mu_i)}f_i,$$

$$W=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_0(\mu_i r/R)(\mu_i/R)^2}{S_i^2 q_i^2 J_1^2(\mu_i)}f_i G_i, \qquad (6)$$

$$f_i=\int_0^R f_2(r')J_0(\mu_i r'/R)r'dr',$$

$$G_i=q_i\int_{-\infty}^{\infty} f_1(z')\exp[-q_i|z-z'|]dz',$$

$$q_i=(\gamma/R)\sqrt{k_p^2\beta^2R^2+\mu i^2}\quad,\quad S_i=\sqrt{k_p^2R^2+\mu_i^2}\ ,$$

$$L'=\partial L/\partial(k_p z)\quad,\quad T'=\partial T/\partial(k_p r)\ ,$$

$$\varepsilon=m\omega_p v_o/e\quad,\quad \alpha=n_{bo}/n_o\ .$$

Представим $T(r)$ в виде

$$T(r)=k_p^2\int_0^R f_2(r')t(r,r')r'dr'\quad . \tag{7}$$

Согласно (6)

$$t(r,r')=2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{J_o(\mu_i r/R)J_o(\mu_i r'/R)}{S_i^2J_1^2(\mu_i)}. \tag{8}$$

С другой стороны, (8) можно представить в виде [9]:

$$t(r,r')=\frac{2}{R^2}\sum_{n=1}^{\infty}t_i\frac{J_o(\mu_i r/R)}{J_1^2(\mu_i)}\ , \tag{9}$$

$$t_i=\int_0^R t(r,r')J_o(\mu_i r/R)rdr\ .$$

Из (8) и (9) имеем

$$\int_0^R t(r,r')J_o(\mu_i r/R)rdr=\frac{J_o(\mu_i r'/R)}{R^2S_i^2}\ . \tag{10}$$

Исходя из вида формулы (10), будем искать $t(r,r')$ в виде [10]:

$$t_\pm(r,r')=A_\pm J_o(k_p r)+B_\pm K_o(k_p r)\ , \tag{11}$$

где знак плюс относится к случаю $r \geq r'$, и минус - к случаю $r \leq r'$; I_0 и K_0 - модифицированные функции Бесселя.

Из (10) и (11) получим

$$l(r,r') = I_0(X_{min})\,[K_0(X_{max}) - \varkappa I_0(X_{max})]\,, \qquad (12)$$

где X_{min} и X_{max} означают, соответственно, наименьшее и наибольшее из величин $k_p r$ и $k_p r'$, $\varkappa = K_0(k_p R)/I_0(k_p R)$.

Формулы (5)-(7) и (12) дают решение поставленной задачи. Возбуждаемое сгустком поле, описываемое (5), представляет собой сумму периодических решений (будем называть эту часть поля кильватерными волнами), и непериодических членов, содержащих G_i (назовем их кулоновскими членами). Заметим, что магнитное поле B_θ не содержит периодических решений (это имеет место в линейном приближении и в случае безграничной плазмы [5,6]), и достаточно далеко за сгустком, где кулоновские члены пренебрежимо малы, кильватерные волны являются потенциальными. Отметим также, что линейное приближение применимо при $\alpha \ll 1$ (или, при $\sum_{i=1}^{N} \alpha_i \ll 1$ для последовательнности N сгустков).

3. СГУСТОК С ОДНОРОДНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ПЛОТНОСТИ ЭЛЕКТРОНОВ

Рассмотрим цилиндрический сгусток ($r \leq a \leq R$, $-d \leq z \leq 0$) с однородным распределением плотности электронов. В этом случае из (6), (7) и (12) получим

$$L(z) = \begin{cases} 0, & z > 0 \\ 1 - \cos k_p z, & -d \leq z \leq 0, \\ -2\sin\dfrac{k_p d}{2}\,\sin k_p\left(z + \dfrac{d}{2}\right), & z \leq -d, \end{cases}$$

$$T(r) = \begin{cases} 1 - A I_0(\rho)[K_1(A) + \varkappa I_1(A)], & \rho \leq A, \\ A I_1(A)[K_0(\rho) - \varkappa I_0(\rho)], & A < \rho \leq B, \end{cases} \qquad (13)$$

$$G_i = \begin{cases} e^{-q_i z} - e^{-q_i(z+d)}, & z > 0, \\ 2-e^{q_i z}-e^{-q_i(z+d)}, & -d \le z \le 0, \\ e^{q_i(z+d)}-e^{q_i z}, & z < -d, \end{cases}$$

где $A = k_p a$, $B = k_p R$, $\rho = k_p r$.

В пределе неограниченной плазмы ($B \to \infty$, $\varkappa \to 0$) $T(r)$ согласуется с результатами [5]. G_i – непрерывные функции, симметричные относительно середины сгустка, где они достигают своего максимального значения $G_i(-d/2) = 2(1-exp(-q_i\, d/2))$, и монотонно убывают в обе стороны; $G_i(o) = G_i(-d) = 1-exp(-q_i d)$.

3.1. КУЛОНОВСКИЕ ПОЛЯ

Рассмотрим действие кулоновских полей на электроны сгустка. Предположим, что $exp(-\beta\gamma k_p d/2) \ll 1$. Учитывая, что основной вклад в W дают первые несколько членов, для приближенных вычислений можем положить $G_i(z) \approx g(z) = G_i(z;\ \mu_i \equiv 0)$; $g(-d/2) \approx 2$, $g(o) = g(-d) \approx 1$. Тогда силы, действующие на сгусток, примут вид:

$$\begin{aligned} F_z &\approx -e\varepsilon\alpha[-L'T+(\beta\gamma/2)g'(T-T_\beta)], \\ F_r &\approx -e\varepsilon\alpha[-LT'+(g/2)(T'-\beta T'_\beta)]. \end{aligned} \tag{14}$$

Функция $T_\beta(r)$ получается из $T(r)$ заменой k_p на βk_p, $g'=dg/d(\beta\gamma k_p z)$, $T'_\beta = dT_\beta/d(\beta k_p r)$. $g'(z)$ монотонно убывает на отрезке $[-d,\ 0]$; $g'(-d) = -g'(o) = 1$, $g'(-d/2) = 0$. Заметим, что (14) справедливо для произвольных $f_2(r)$.

Для релятивистских сгустков, когда $1-\beta^2 \ll 1$, согласно (6) $T_\beta \approx \beta^2 T$. В этом случае

$$F_z \approx e\varepsilon\alpha T[L'-(\beta/2\gamma)g'],$$

$$F_r \approx e\varepsilon\alpha T'[L-(1/2\gamma^2)g]\ . \tag{15}$$

Для однородного сгустка из (13) и (15) следует, что учет кулоновских полей ведет к появлению дополнительной продольной силы для электронов сгустка в областти $-d/2 < z \le 0$, и тормозящей силе - в области $-d \le z \le -d/2$. Радиальная сила приобретает дефокусирующую добавку (отметим, что $T' \le 0$).

Несмотря на то, что кулоновские поля малы для больших γ, они существенны для коротких сгустков ($d \ll \lambda_p$), а также в головной части сгустка, в области $-d_* < z < 0$, $d_* = (k_p\gamma)^{-1}$. В частности, для сгустков с $d < d_*$ радиальная сила дефокусирующая, и такие сгустки непригодны для самофокусировки. Это связано с тем, что для коротких сгустков $L(z) \ll 1$, и кулоновские члены сравнимы с периодическими.

Для нерелятивистских сгустков ($\gamma \approx 1$) кулоновскими полями внутри сгустка пренебречь нельзя.

3.2. КИЛЬВАТЕРНЫЕ ВОЛНЫ

Таким образом, в случае $\gamma^2 \gg 1$, для сгустков с длиной $d \gg d_*$ кулоновскими членами можно пренебречь. Кулоновские слагаемые несущественны также за сгустком, где $k_p \beta\gamma|z| \gg 1$. При этом компоненты электрического поля приобретают, согласно (6), - более простой вид

$$E_z = -\varepsilon\alpha L'T, \quad E_r = -\varepsilon\alpha LT'. \tag{16}$$

Поведение функции $L(z)$ такое же, как и для случая безграничной плазмы (см., например, [3, 5]). Согласно (14), для однородного сгустка амплитуда кильватерной волны за сгустком максимальна, когда длина сгустка d равна нечетному числу полуволн. Когда d кратна λ_p, кильватерные волны за сгустком отсутствуют $(L(z) = 0)$. Это обстоятельство может быть использовано для транспортировки сгустков через плазму без потерь на излучение кильватерных волн.

Рассмотрим радиальное поведение поля кильватерной волны, определяемое функцией $T(r)$ и ее производной. Для однородного сгустка $T(r)$ задается (14). При этом всюду $T(r) \geq 0$, $T'(r) \leq 0$. Из (13) и (16) видно, что продольная компонента электрического поля максимальна на оси волновода и монотонно падает с ростом ρ, достигая нулевого значения на стенке волновода. E_r монотонно убывает внутри сгустка от нуля на оси волновода до своего минимального значения при $\rho = A$ и растет на интервале $A \leq \rho \leq B$, достигая на стенке волновода ненулевого отрицательного значения.

"Волноводный" параметр $\varkappa(B)$ монотонно убывает с ростом B. На практике обычно $B \gg 1$. В этом случае $\varkappa \approx \pi exp(-2B)$. Полагая B большим, для узких сгустков $(\rho \leq A \ll 1)$ из (13) имеем:

$$T \approx \frac{A^2}{2} \left(1 - \frac{\rho^2}{A^2} + \ln \frac{2}{\Gamma A} - \pi e^{-2B}\right),$$

$$T' \approx - \frac{\rho}{2} \left(1 + \frac{A^2}{2} \pi e^{-2B}\right), \tag{17}$$

где $\ln\Gamma \approx 0,577$ – постоянная Эйлера.

Для широких сгустков $(A \gg 1)$:

$$T \approx \begin{cases} 1 - \sqrt{\pi A/2}\, e^{-A} b, & \rho \ll 1, \\ 1 - \sqrt{A/4\rho}\, e^{-(A-\rho)} b, & \rho \gg 1, \end{cases} \tag{18}$$

$$T' \approx \begin{cases} -(\rho/2)\sqrt{\pi A/2}\; e^{-\Lambda}\, b, & \rho \ll 1, \\ -\sqrt{A/4\rho}\; e^{-(\Lambda-\rho)}\, b, & \rho \gg 1, \\ b = 1 + exp[-2(B-A)]. \end{cases}$$

Как видно из (17) радиальная зависимость полей в узком сгустке практически такая же, как и в пределе безграничной плазмы (сгусток не "чувствует" границ плазмы). Влияние ограниченности плазмы наиболее заметно для широких сгустков, в случае $2(B-A) \ll 1$ ($b \approx 2$). При этом радиальное электрическое поле (а следовательно, и фокусирующая сила F_r) примерно в 2 раза больше по абсолютному значению по сравнению со случаем безграничной плазмы.

Для узкого волновода (или плазмы малой плотности, $B \ll 1$) из (13) имеем:

$$T \approx \frac{A^2}{2}\left(1 - \frac{\rho^2}{A^2} + \ln\frac{B}{A}\right),$$

$$T' \approx -\frac{\rho}{2}\left(1 + \frac{A^2}{2}\ln\frac{2}{\Gamma B}\right). \qquad (19)$$

В этом пределе, как следует из (16) и (19), влияние ограниченности плазмы наиболее заметно для продольной составляющей поля в случае $B \gg A$. При этом амплитуда продольного электрического поля в $\ln(B/A)$ раз больше по сравнению со случаем безграничной плазмы.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе аналитически решена задача о возбуждении электронным сгустком линейных кильватерных полей в цилиндрическом плазменном волноводе. При этом, для периодических решений удалось свести возникающие в подобного рода задачах суммы по бесселевым функциям к удобному аналитическому виду. Вычисления показали, что учет кулоновских полей (даже в релятивистском пределе) важно, по крайней мере, для коротких сгустков ($d \lesssim d_*$). В наиболее интересном случае плотной плазмы ($B \gg 1$) влияние ограниченности плазмы заметно лишь вблизи стенок волновода.

Для увеличения амплитуды кильватерной волны можно использовать последовательность сгустков. Как было показано в [11], в этом случае учет продольной динамики сгустков приводит к существенному ограничению полей за ними. Однако, для тонких сгустков ($A \ll 1$), когда $|E_z^{max}| \ll |E_r^{max}|$ (см. (16), (17)) сильная фокусировка в поле последовательности сгустков возможна. При этом нужно потребовать, чтобы продольный сдвиг сгустков за время пролета цепочки через плазму был много меньше $\lambda_p/2$. В этом случае имеем условие

$$(A^2/2\pi\gamma)(k_p l)^2 \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \ll 1 ,$$

где l - длина плазменного столба.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Файнберг Я.Б. Физика плазмы, т. 13, N5, с. 607-625(1987).

[2] Файнберг Я.Б. Физика плазмы, т.20, N7,8, с. 613-619(1994).

[3] *Chen P. Part. Acc.*, *v.* 20, 171 (1986).

[4] *Chen P., Dawson J.M., Huff R.W., Katsouleas T. Phys. Rev. Lett.*, *v.* 54, *N* 7, 693-696 (1985).

[5] *Keinigs R., Jones M.E. Phys. Fluids, v.*30, *N*1, 252-263 (1987).

[6] *Amatuni A.Ts., Elbakian S.S., Khachatryan A.G., Sekhposian E.V., Proc. 6th Workshop on Adv. Acc. Concepts, Abby on Lake Geneva, Wisconsin, June*, 1994.

[7] Балакирев В.А. Препринт ХФТИ 87-40, 9 с. (1987).

[8] *Amatuni A.Ts., Elbakian S.S., Sekhpossian E.V. Preprint EPhI-* 1418(5)-94, *Yerevan* (1994).

[9] Снеддон И. Преобразования Фурье. М., ИЛ, 1955.

[10] Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Специальные функции. М., Наука, 1983.

[11] Файнберг Я.Б., Балакирев В.А., Онищенко И.Н., Сидельников Г.Л., Сотников Г.В. Физика плазмы, т. 20, *N* 7,8, 674-681 (1994).