

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ԻՆՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ԳԻՏԱԿԱՆ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄ ՆԱՍԿԻՆԵ ՍՈՑԻԱԼԻԶՄԻ
НАУЧНОЕ СООБЩЕНИЕ

ЕФИ—165-(76)

Г.А.НАГОРСКИЙ

О ВЛИЯНИИ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ НА
УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В ПОЛЕ ДВУХ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ГАЗОВОЙ СРЕДЕ

ԱՐՄՍ

ԵՐԵՎԱՆ

1976



ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Научное сообщение ЕФИ-165-(76)

Г.А.НАГОРСКИЙ

О ВЛИЯНИИ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ НА
УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В ПОЛЕ ДВУХ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ГАЗОВОЙ СРЕДЕ

Ереван 1976

Ереванский Физический
ИНСТИТУТ
Зал преприатов

В работе [1] рассматривалась устойчивость движения частиц в поле двух электромагнитных волн, распространяющихся в среде с показателем преломления $n > 1$.

Взаимодействие частиц с атомами среды не учитывалось. Такое приближение справедливо, если длина траектории частицы меньше длины свободного пробега $1/\epsilon N$. Однако, существенный прирост энергии частица получает на длине много большей $1/\epsilon N$, где ϵ - полное сечение взаимодействия, N - плотность атомов. При этом столкновения с атомами приводят, вообще говоря, к раскачке фазовых колебаний, частицы покидают область устойчивости, ускорение прекращается [2].

В настоящей работе показано, что потери частиц из-за кулоновских соударений с атомами среды уменьшаются при увеличении интенсивности внешнего поля.

В дальнейшем предполагается, что время соударения частицы с атомами газовой среды (при давлении $< 10^4$ бар) много меньше времени свободного движения; длина волны внешнего поля λ много меньше размеров области столкновения; всеми неупругими каналами взаимодействия и отдачей атомов можно пренебречь. Тогда после каждого акта рассеяния меняется только направление движения частицы.

Эти предположения позволяют вычислить статистические характеристики движения методом последовательных соударений.

История движения частицы однозначно определяется полным временем движения t , числом соударений ν , временами соударений t_1, \dots, t_ν , 2γ - углами рассеяния и уравнениями движения, из которых может быть найдена траектория частицы в промежутках между двумя последовательными соударениями.

Вероятность реализации определенной истории движения зависит от сечения рассеяния σ , которое можно записать в виде

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma^{(c)} \frac{\varepsilon (1 + \varepsilon/2)}{8\pi (\sin^2 \nu/2 + \varepsilon/2)^2}, \quad (1)$$

где

$$\varepsilon = 2 \sin^2(\nu_{\min}/2), \quad \nu_{\min} = \hbar/mc\beta\gamma\alpha(Z) \quad (2)$$

- $\alpha(Z)$ - радиус атома,
- Z - атомный номер,
- ν - полярный угол рассеяния,
- $d\Omega$ - элемент телесного угла,
- m - масса частицы,
- γ - лоренц-фактор,
- β - скорость в единицах c ,
- $\sigma^{(c)}$ - полное сечение кулоновского рассеяния с учетом экранировки.

Полное сечение кулоновского рассеяния $\sigma^{(c)}$ имеет вид

$$\sigma^{(c)} = \frac{7\pi}{3} \left(\frac{Z Z e^2 \alpha(Z)}{\hbar c \beta} \right)^2, \quad (3)$$

где Z - заряд частицы в единицах e .

Представляющая интерес физическая величина $\mathcal{F}(t)$ усредняется по историям движения частицы с помощью соотношения

$$\langle \mathcal{F}(t) \rangle = \sum_{\nu=0}^{\infty} \int_0^t dt_1 \dots \int_{t_{\nu-1}}^{t_\nu} dt_\nu \int d\Omega_1 \dots \int d\Omega_\nu \exp \left\{ - \sum_{i=0}^{\nu} \int_{t_i}^{t_{i+1}} c N \sigma_c^{(c)} \beta_c d\tau \right\} \left(\prod_{j=1}^{\nu} C N \cdot \frac{d\sigma_j}{d\Omega_j} \beta_j \right) \mathcal{F}(t). \quad (4)$$

Эта формула эквивалентна решению кинетического уравнения. Функция распределения частиц по координатам и скоростям может быть получена усреднением функционала $\delta(\vec{R} - \vec{R}_{\nu+1}(t)) \delta(\vec{v} - \vec{v}_{\nu+1}(t))$ и интегрированием по распределению частиц в начальный момент времени. Однако, непосредственное применение формулы (4) значительно сокращает вычисления. Пусть, например, внешние поля малы, или совсем отсутствуют. Частица движется по ломанной траектории. В момент времени t её радиус-вектор имеет вид

$$\vec{r}_{\nu+1} = \vec{r}_0 + c\beta t + \sum_{j=1}^{\nu} c \Delta \beta_j (t - t_j). \quad (5)$$

Среднее значение радиус-вектора и дисперсия распределения вычисляются по формуле (4) в виде

$$\langle \vec{r}_{\nu+1} \rangle = \vec{r}_0 + c\beta t \frac{1 - \exp\{-At\}}{At} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \langle (\vec{r}_{\nu+1} - \langle \vec{r}_{\nu+1} \rangle)^2 \rangle &= \\ &= (c\beta t)^2 \left[\frac{2}{At} - \frac{(1 - \exp\{-At\})(3 - \exp\{-At\})}{A^2 t^2} \right], \quad (7) \end{aligned}$$

где

$$A = cN\beta \int (1 - \cos v) d\epsilon . \quad (8)$$

Из (6) и (7) видно, что при $At \gg 1$ центр распределения частиц по координатам оказывается неподвижным, а ширина распределения растет пропорционально $t^{1/2}$, т.е. по закону броуновского движения.

Рассмотрим теперь случай сильных внешних полей. Согласно [1] движение частицы устойчиво, если поперечные отклонения y удовлетворяют неравенству

$$y < \frac{\lambda}{4} \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}} . \quad (9)$$

С учетом многократного рассеяния это условие имеет вид

$$\sqrt{\langle (y - \langle y \rangle)^2 \rangle} \ll \frac{\lambda}{4} \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}} . \quad (10)$$

Отсюда следует, что при вычислении дисперсии можно ограничиться приближением малых колебаний.

В момент времени t_1 поперечное отклонение имеет вид

$$x(\tau_1) = \chi^{(0)}(\tau_1) + \sum_{j=1}^{l-1} \Phi(j|\nu) \Delta \dot{\chi}_j , \quad (11)$$

где

$$\chi = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{n^2 - 1} y , \quad \tau = \frac{2\pi c t}{\lambda} \quad (12)$$

$$\Phi(j|\nu) = -i \left[\Omega(\tau_j) + \Omega^*(\tau_j) \right]^{-1} \left[\exp \left\{ i \int_{\tau_j}^{\tau_1} \Omega d\tau \right\} - \exp \left\{ -i \int_{\tau_j}^{\tau_1} \Omega^* d\tau \right\} \right] \quad (13)$$

⁽⁰⁾

$\chi^{(0)}(\tau_1)$ - решение без учета столкновений,
 $\Delta \dot{\chi}_j$ - скачок поперечной компоненты скорости в результате 1-го рассеяния.

Частота фазовых колебаний $\Omega(\tau)$ определяется методом ВКБ с точностью до членов порядка Q/γ в виде

$$\Omega(\tau) = \sqrt{\frac{Q}{\gamma} (n^2 - 1) \cos \phi} - i \frac{g_0}{4} \frac{Q}{\gamma} \text{tg} \phi \quad (14)$$

$$g_0 = \cos \phi_0 - 1/2 Q \gamma_0 ,$$

где

$$Q = \frac{ze E_0 \lambda}{n m c^2} \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} , \quad Q_e = \frac{e E_0 \lambda}{m_e c^2} . \quad (14^1)$$

E_0 - амплитуда электрического поля в среде,

ϕ - фаза продольного движения,

индекс ⁽⁰⁾ относится к начальному моменту времени.

Изменение частоты фазовых колебаний в результате рассеяния пренебрежимо мало.

Дисперсия поперечных колебаний с учетом (11) представляется в виде

$$D(t) = \langle (\chi_{\nu+1} - \langle \chi_{\nu+1} \rangle)^2 \rangle \approx \langle \sum_{j=1}^{\nu} \Phi^2(j|\nu+1) (\Delta \dot{\chi}_j)^2 \rangle . \quad (15)$$

Здесь отброшены члены $\sim \langle \Delta \dot{\chi} \rangle^2$, так как параметр $\epsilon \ll Q^2$ в (2) мал, при условии $Q \ll 1$, которое выполняется во всех практически важных случаях. Пос-

кольку частицы, захваченные в режим ускорения, имеют лоренц-фактор $\approx 1/2Q$, то всюду, где возможно, полагаем $\beta = 1$. Выполняя далее интегрирование по углам рассеяния с помощью соотношения

$$\int (\Delta \dot{\chi}_j)^2 d\phi_j \approx \epsilon^{(c)} (n^2 - 1) \epsilon_j (\ln^2 \epsilon_j - 2), \quad (16)$$

представим дисперсию в первом исчезающем приближении в виде

$$D(t) = \exp\left\{-\frac{\lambda N \epsilon^{(c)}}{2\pi} \tau\right\} \sum_{\nu=0}^{\infty} \int_0^{\tau} d\tau_1 \dots \int_{\tau_{\nu-1}}^{\tau} d\tau_{\nu} \left(\frac{\lambda N \epsilon^{(c)}}{2\pi}\right)^{\nu} \cdot \sum_{j=1}^{\nu} \Phi^2(j, \nu+1) (n^2 - 1) \epsilon_j (\ln^2 \epsilon_j - 2), \quad (17)$$

где $\tau_{\nu+1} \equiv \tau$

После вычисления интегралов и суммирования по j и ν получим

$$D(t) = \frac{\lambda N \epsilon^{(c)}}{2\pi} \int_0^t \Phi^2(\tau' | \tau) (n^2 - 1) \epsilon(\tau') (\ln^2 \epsilon(\tau') - 2) d\tau' \quad (18)$$

Используя (2), (13) и уравнения движения, этот результат можно представить в виде

$$D(\gamma) = \frac{\lambda N \epsilon^{(c)} q^2}{4\pi Q^2} \int_{\delta_0}^{\gamma} \frac{dx}{x^{1/2}} \left(\ln \frac{2x}{q} - 1\right) (q_0 \gamma + 1/2 Q)^{-1/2}. \quad (19)$$

$$\cdot (q_0 + 1/2 Q x)^{-1/2} [1 - (q_0 + 1/2 Q x)^2]^{-1/2}$$

где

$$q = \hbar / m c a(z).$$

Заметим, что множитель перед интегралом в (19) не зависит от плотности атомов среды и сорта частиц.

$$\frac{\lambda N \epsilon^{(c)} q^2}{4\pi Q^2} = \frac{7\pi}{48} z^2 \left(\frac{\alpha}{Q_e}\right)^2 \frac{\lambda \alpha^3}{\lambda_e} \cdot \frac{1}{\alpha_{ae}} \frac{3n^2}{n^2 + 2}, \quad (20)$$

$$\text{где } \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi N}{3} \left(\frac{\lambda_e}{d}\right)^3 \alpha_{ae}$$

λ_e - комптоновская длина волны электрона

d - постоянная Зоммерфельда

α_{ae} - динамическая поляризуемость атома среды в атомных единицах.

Вычислим интеграл в (19) в предположении $\cos \phi_0 \gg 1/2 Q \delta_0$ что соответствует случаю, когда энергия инжектируемых частиц много больше пороговой

$$\int_{\delta_0}^{\gamma} \frac{dx}{x^{1/2}} \dots \approx 2 \frac{\ln \frac{\gamma}{\delta_0} + (1 - \sqrt{\frac{\delta_0}{\gamma}}) (\ln \frac{2\delta_0}{q} - 3)}{|\sin \phi_0| \cos \phi_0}. \quad (21)$$

Логарифмический рост возникает из-за рассеяния на большие углы. Учитывая конечные размеры ядра можно показать, что при энергиях $\gamma \gg \lambda_e / R$, где R - радиус ядра, в формулах (19), (21) следует заменить $\ln \gamma$ на $\ln \frac{\lambda_e}{R}$. В этом случае вместо (21) получается

$$\int_{\delta_0}^{\gamma} \frac{dx}{x^{1/2}} \dots \approx 2 \frac{(1 - \sqrt{\frac{\delta_0}{\gamma}}) (\ln \frac{2\lambda_e}{qR} - 3)}{|\sin \phi_0| \cos \phi_0}. \quad (22)$$

при $\gamma, \gamma_0 \gg \lambda_e/R$

Для водорода: $Z = 1, R \approx 0,5 \alpha \lambda_e, Q_e \approx 9/2, \frac{3n^2}{n^2+2} \approx 1.$

Из (19), (22) следует:

$$D(\gamma) = \frac{7\pi}{108} \left(\frac{\alpha}{Q_e}\right)^2 \frac{\lambda \alpha^3}{\lambda_e} \frac{(\ln \frac{4m}{\alpha^2 m_e} - 3)}{|\sin \phi_0 / \cos \phi_0|} \left(1 - \sqrt{\frac{\gamma_0}{\gamma}}\right). \quad (23)$$

Полагая далее $|\sin \phi_0 / \cos \phi_0| \approx 0,5; \lambda \approx \frac{\lambda_e}{\alpha^3} = 0,992 \cdot 10^{-4} \text{ см}, m = m_e, \gamma \gg \gamma_0$; получим для параметра $\delta = \frac{4D(\gamma)}{\pi^2}$ выражение вида

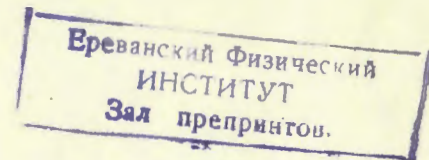
$$\delta \approx 1,3 \left(\frac{\alpha}{Q_e}\right)^2. \quad (24)$$

Отсюда следует, что влияние многократного рассеяния на динамику частиц при длительном ускорении уменьшается при $Q_e > \alpha$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.А.Нагорский, М.Л.Петросян. ИС ЕФИ-154 (1975)
2. Г.А.Нагорский, Ю.Ф.Орлов. ЖЭТФ, 64, 761 (1973).

Рукопись поступила 16-го декабря 1975г.



Редактор Л.П.Мукаян
Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 542 Вф- 03796 Тираж 299
Подписано к печати 19/1У-76г Формат издания 30х40
0,7 уч. изд.л. Ц. 5 к.

Отпечатано на ротапринте
Ереванского физического института, Ереван-36, пер. Марк-
ряна 2