

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ԻՆՏԻՏՈՒՏ  
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ԳԻՏԱԿԱՆ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄ ՆԱՎՈՒԵ ՏՈՅԵՆԻԵ

ЕФИ—196(42)-76

547704369

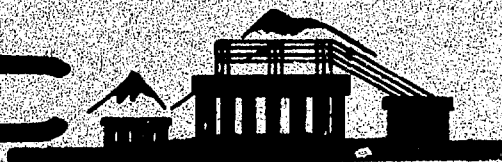
Վ.Ա. ՄԵԼԿՄՅԱՆԸ

НОВЫЕ МЕТОДЫ КАЛИБРОВКИ  
ШИРОКОАПЕРТУРНЫХ МАГНИТОВ

ԱՐՄՍ

ԵՐԵՎԱՆ

1976



ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Научное сообщение ЕФИ-196(42)-76

В.А.МЕЛКУМЯНЦ

НОВЫЕ МЕТОДЫ КАЛИБРОВКИ  
ШИРОКОАПЕРТУРНЫХ МАГНИТОВ

Ереван 1976

© *Ереванский физический институт, 1976*

### Введение

Эксперименты с большими апертурными углами потребовали использования широкозазорных анализирующих магнитов с сильно неоднородными полями. Неоднородные поля вносят существенный вклад в  $\frac{\int (\vec{B} d\vec{\ell})}{\sin \theta_2 - \sin \theta_1}$  и делают формулу

$$P \sim \frac{B_0 \cdot L_{\text{эф}}}{\sin \theta_2 - \sin \theta_1} \quad (1)$$

( $B_0$  - поле в центре зазора магнита,  $L_{\text{эф}}$  - эффективная длина магнитного поля,  $\theta_2$  - угол выхода частицы из магнитного поля,  $\theta_1$  - угол входа) практически непригодной для вычисления импульса заряженных частиц, проходящих через магнитное поле, поскольку  $L_{\text{эф}}$  зависит от угла, места влета и траектории частицы.

Поскольку формулу (1) невозможно использовать непосредственно для вычисления импульса частицы, проходящей через неоднородное поле, решают уравнения движения частицы с использованием детальной карты поля с учетом всех его трех компонент.

В связи с этим возникают следующие два вопроса:

- 1) как получить карту поля (техника и стратегия обмера сильно неоднородных магнитных полей) и
- 2) как использовать это поле в дальнейшем при вычислении импульса заряженных частиц.

### Техника обмера сильно неоднородных полей

Для непосредственного обмера каждой из компонент магнитного поля используется датчик Холла. Напряжение, снимаемое с датчика Холла, пропорционально (в первом приближении) компоненте  $B_n$ , перпендикулярной к поверхности датчика (нормальный эффект Холла)

$$U_H = R_H B_n, \quad (2)$$

где  $R_H$  - коэффициент Холла.

Если датчик Холла поместить в неоднородное магнитное поле, в котором, наряду с измеряемой, присутствует и тангенциальная составляющая, то в измерении компоненты поля появятся ошибки, которые необходимо учитывать. Ошибки, в основном, обусловлены:

а) неточной юстировкой датчика Холла (неперпендикулярность датчика измеряемой компоненте) и

б) планарным эффектом [1,2,3].

а) Ошибка в определении измеряемой компоненты из-за неточной юстировки датчика

$$\frac{\Delta B_z}{B_z} = 1 - \left( \cos \alpha - \frac{B_x}{B_z} \sin \alpha \right), \quad (3)$$

где  $\alpha$  - угол между измеряемой компонентой и нормалью к поверхности датчика. При  $\alpha < 5^\circ$

$$\frac{\Delta B_z}{B_z} \approx \frac{\alpha^2}{2} + \frac{B_x}{B_z} \alpha.$$

Так, при  $\alpha \approx 1^\circ$  ошибка в определении  $B_z$ -компоненты лежит в пределах  $\pm 0,015\%$  (из-за вклада от  $B_z$ -компоненты) и  $\pm 0,6\%$  от  $B_x$ -компоненты (при  $\frac{B_x}{B_z} \sim \frac{1}{3}$ ).

При измерении же  $V_x$  - компоненты в том же поле  $\frac{\Delta V_x}{V_x} \sim 5\%$ .

При определении влияния ошибок в измерении боковых компонент на общую точность определения поля  $\vec{V}$ , необходимо учитывать вклад компонент в общее  $\vec{V}$ . Если  $V_x, V_y \ll V_z$ , то

$$V \cong V_z \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{V_x^2 + V_y^2}{V_z^2} + \frac{V_x \Delta V_x + V_y \Delta V_y}{V_z^2} \right) \quad (4)$$

откуда

$$\frac{\Delta V}{V} \cong \left( \frac{V_x}{V_z} \right)^2 \frac{\Delta V_x}{V_x} + \left( \frac{V_y}{V_z} \right)^2 \frac{\Delta V_y}{V_y} \quad (4a)$$

Если  $V_x, V_y$  определить с точностью  $\sim 5\%$ , то ошибка в определении  $|\vec{V}|$ , вызванная ошибками в  $V_x, V_y$  составит каждая  $\sim 0,6\%$  (при  $\frac{V_x}{V_z} \sim \frac{1}{3}$ ). Для прецизионных ( $\sim 0,1\%$ ) измерений сильно неоднородных ( $V_t \approx V_z$ ) магнитных полей неточность установки датчика Холла должна быть не хуже  $0,5$  мрад.

б) Дополнительная ошибка, которая накладывается на результат измерения компоненты поля при наличии тангенциальной составляющей  $V_t$ , возникает из-за планарного эффекта, который зависит от  $V_t^2$  и угла  $\psi$  между этой составляющей и током питания датчика  $I$ .

Планарный эффект можно оценить, выставив датчик Холла в однородную часть поля, параллельно его силовым линиям (планарное положение  $\vec{V}_t \parallel \vec{V}$ , рис.1). В этом случае электрическое поле в кристалле полупроводника можно представить в виде

$$\vec{E} = \rho_{\parallel \vec{V}} \vec{J}_{\parallel \vec{V}} + \rho_{\perp \vec{V}} \cdot \vec{J}_{\perp \vec{V}} \quad (\vec{V} \parallel \vec{V}_t), \quad (5)$$

где  $J$  - плотность электрического тока, протекающего через датчик.

$\rho$  - удельное электрическое сопротивление полупроводника - изменяется анизотропно под действием магнитного поля [1,2]

$$\rho_{\perp} \vec{B} = \rho_0 (1 + \alpha_{\perp} B^2) \quad (6)$$

$$\rho_{\parallel} \vec{B} = \rho_0 (1 + \alpha_{\parallel} B^2).$$

Измеряемой величиной является ЭДС Холла

$$U_H = \int_3^4 (\vec{E} d\vec{l}), \quad (7)$$

где интегрирование производится между точками (3,4) контактов датчика (рис.1). Подставляя (5) в (7), получим:

$$\int_3^4 (\vec{E} d\vec{l}) = \int_3^4 [\rho_0 (1 + \alpha_{\parallel} B_t^2) J d\ell \cos \psi \cdot \sin \psi - \rho_0 (1 + \alpha_{\perp} B_t^2) J d\ell \sin \psi \cos \psi]. \quad (8)$$

Вынося за знак интеграла среднее значение поля ( для прецизионных измерений в сильно неоднородных полях необходимы датчики Холла с малой областью чувствительности ), получим

$$U_H = \frac{\rho_0 (\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp})}{2} J \sin [2\psi] \cdot B_t^2 \ell. \quad (8a)$$

Для датчика прямоугольной формы  $J = \frac{I}{b\ell}$ , где  $b$  - толщина датчика. Окончательно имеем для планарного эффекта

$$U_H(\rho) = \frac{\rho_0 (\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp})}{2b} B_t^2 I \sin 2\psi, \quad (9)$$

→ В общем случае, при произвольной ориентации поля  $\vec{B}$  в пространстве,  $\vec{E}$  и  $J$  связаны соотношением [1].

$$\vec{E} = \rho_0 \vec{J} + R_H [\vec{J} \vec{B}] + (\alpha_{||} - \alpha_{\perp}) \rho_0 \vec{B} (\vec{B} \vec{J}) + \alpha_{\perp} B^2 \vec{J} + \rho \hat{T} \vec{J}, \quad (10)$$

где

$$T_{ke} = B_k^2 \delta_{ke}.$$

Первый член в (10) дает вклад в  $U_H$  при наличии геометрического сдвига холловских электродов (3,4) в направлении тока. Второй член представляет нормальный эффект Холла. Третий член описывает планарный эффект Холла. Главной трудностью точных измерений неоднородных магнитных полей является правильный учет планарного эффекта.

Так, например, для датчика [1] при  $B_z = 1T$  ( $1T = 10^4$  гаусс) и  $B_x = 0,35$  т ошибка из-за планарного эффекта при измерении  $B_z$  - компоненты составляет 0,08%, при измерении  $B_x$  - компоненты  $\sim 2\%$  (угол  $\psi = 45^\circ$ ). Если боковые компоненты равны измеряемой, то ошибка в измерении  $B_z$  - компоненты из-за  $B_x$  - планарного составит (тем же датчиком)  $\sim 0,7\%$  (при  $B_z = 1T$ ).

Планарный эффект можно ослабить предварительной юстировкой, выставив ток  $I$  датчика параллельно одной из боковых компонент. Тогда при измерении в области, где сильная тангенциальная составляющая совпадает с направлением одной из боковых компонент, угол  $\psi$  между  $B_z$  и  $I$  составит  $0^\circ$  или  $90^\circ$ .

Восстановление компонент поля  $\vec{B}$  по экспериментальным значениям ЭДС Холла

Уравнение (10), записанное в компонентах поля, имеет вид полинома второй степени по  $B_x, B_y, B_z$ ;

основной вклад в (10) дает нормальный эффект Холла. В сильных полях (больше 1 т) в разложении  $U_H$  по степеням  $B_z$  необходим учет степеней больших, чем вторая (в [2]  $B_z$  входит в разложение (10) со степенью 7). Зависимость  $U_H$  от боковых компонент, параллельных плоскости датчика, слабее и может быть описана линейными и квадратичными членами (в зависимости от точности измерения поля). Полином, аппроксимирующий зависимость ЭДС Холла от компонент поля можно записать в виде

$$U_H(B_x, B_y, B_z) \approx \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J \sum_{k=0}^N \alpha_{ijk} B_x^i B_y^j B_z^k. \quad (11)$$

В измерениях, где пренебрегают влиянием боковых компонент,  $B_z$  определяют из нормальной калибровочной кривой

$$U_H \approx \sum_{k=0}^N \alpha_{00k} B_z^k. \quad (12)$$

Для этого датчиком, отъюстированным перпендикулярно к однородному полю ( $\vec{B} = \vec{B}_z$ ), в сочетании с датчиком ЯМР снимают (в диапазоне от  $-B_{\max}$  до  $+B_{\max}$ ) калибровочную кривую (нормальная калибровка). Коэффициенты  $\alpha_{00k}$ , оптимизированные по статистическому критерию Фишера, вычисляются на ЭВМ методом наименьших квадратов [4].

Для учета влияния боковых компонент датчик необходимо комплексно проградуировать [5]. Для этого в двух положениях датчика (планарном и под фиксированным углом к магнитным силовым линиям) в однородном поле вычисляются по методу наименьших квадратов (МНК) коэффициенты при боковых компонентах в разложении (11) заложив известные из нормальной калибровки коэффициенты  $\alpha_{00k}$ . Задачу определения поля по измеренным

напряжениям  $U_n$  можно решить методом последовательных приближений [5].

В первом приближении  $V_{x_1}, V_{y_1}, V_{z_1}$  определяем из измеренных напряжений  $U_{nx}, U_{ny}, U_{nz}$  с помощью нормальных калибровочных кривых по формулам, обратным (12). Вторые приближения  $V_{x_2}, V_{y_2}, V_{z_2}$  определяем из измеренных напряжений  $U_{nx}, U_{ny}, U_{nz}$  с помощью комплексных градуировочных кривых в предположении, что боковые компоненты определены в первом приближении (поскольку коэффициенты при боковых компонентах сильно подавлены по сравнению с коэффициентами, ответственными за нормальную калибровку, т.е. ищем вторые приближения по итерационным формулам, обратным (например, для  $V_x$  - компоненты)

$$\sum a_{k00} V_{x_2}^k = U_{nx} - (a_{001} V_{z_1} + a_{002} V_{z_1}^2 + a_{010} V_{y_1} + a_{020} V_{y_1}^2 + \dots) \quad (13)$$

Другой метод - линейризация задачи. Функции  $U_n(V_x, V_y, V_z)$  разлагаем в ряд Тейлора в окрестности точки  $(V_{x_0}, V_{y_0}, V_{z_0})$ , сохранив лишь члены, линейные по  $\Delta V_x, \Delta V_y, \Delta V_z$ . Получаем

$$U_{nx} = A_0 + A_1 \Delta V_x + A_2 \Delta V_y + A_3 \Delta V_z, \quad (14)$$

где

$$A_0 \equiv U_{nx}(V_{x_0}, V_{y_0}, V_{z_0}) = \sum_{ijk} a_{ijk} V_{x_0}^i V_{y_0}^j V_{z_0}^k \quad (15)$$

$V_{x_0}, V_{y_0}, V_{z_0}$  определяются из нормальной калибровочной кривой, по формулам, обратным (12) для каждой компоненты поля.

$$A_1 \equiv \frac{\partial U_{nx}}{\partial B_x} = \sum_{ijk} i a_{ijk} B_{x_0}^{i-1} \cdot B_{y_0}^j B_{z_0}^k, \quad (16)$$

$$A_2 \equiv \frac{\partial U_{nx}}{\partial B_y} = \sum_{ijk} j a_{ijk} B_{x_0}^i \cdot B_{y_0}^{j-1} B_{z_0}^k, \quad (17)$$

$$A_3 \equiv \frac{\partial U_{nx}}{\partial B_z} = \sum_{ijk} k a_{ijk} B_{x_0}^i B_{y_0}^j B_{z_0}^{k-1}, \quad (18)$$

Аналогично для  $U_{ny}$ ,  $U_{nz}$ . Окончательно получим

$$U_{nx}(B_x, B_y, B_z) = A_0 + A_1 \Delta B_x + A_2 \Delta B_y + A_3 \Delta B_z,$$

$$U_{ny}(B_x, B_y, B_z) = B_0 + B_1 \Delta B_x + B_2 \Delta B_y + B_3 \Delta B_z, \quad (19)$$

$$U_{nz}(B_x, B_y, B_z) = C_0 + C_1 \Delta B_x + C_2 \Delta B_y + C_3 \Delta B_z.$$

Задача сводится к решению системы линейных относительно  $\Delta B_x$ ,  $\Delta B_y$ ,  $\Delta B_z$  уравнений. Найдя их, получим уточненные значения компонент поля, которые используются в качестве новых приближений.

Стратегия обмера магнитных полей – как и в каких точках обмерять поле

Самая простейшая стратегия – измерить поле в узлах трехмерной сетки, выбрав точки настолько близкими, чтобы была возможность их интерполяции. Недостатком этой стратегии, помимо обмера колоссального количества точек ( $\sim 10^5 - 10^6$ ), является то, что измерения не дают самосогласованных значений (не удовлетворяют

уравнению Лапласа для пространства, свободного от токов) из-за ошибок измерения.

Как сгладить их?

Одним из решений этого вопроса - использовать трехмерную полиномиальную аппроксимацию (гармонический полином) для каждой компоненты поля [6]

$$V_z = \sum_{ijk} a_{ijk} x^i y^j z^k. \quad (20)$$

При такой аппроксимации в обсчете участвуют все измеренные точки и задача вычисления коэффициентов  $a_{ijk}$  в случае большого числа точек измерения ( $\sim 10^4 - 10^5$ ) получается громоздкой, так как для вычисления этих коэффициентов (по МНК) нужно обращать матрицу. Поскольку функция (20) не ортогональна по объему, остро стоит вопрос об ошибках округления при обращении матрицы (неустойчивость решения относительно ошибок округления ЭВМ [7]). Учитывая эти трудности, рядом авторов [8-9] был предложен новый метод расчета и измерения магнитных полей.

Поскольку решение уравнения Лапласа внутри объема полностью определяется его значениями на границе (задача Дирихле), стратегия обмера состоит в измерении поля на границе объема.

Так как функция (решение уравнения Лапласа) гармонична, то отклонение вычисленного внутри объема от истинного значения (также гармоническая функция) будет максимально (по модулю) на границе (принцип максимального значения [8]), что позволяет оценить верхнюю границу погрешности при аппроксимации.

Один из возможных методов - представить решение уравнения Лапласа для каждой компоненты поля в виде линейной комбинации из произведения тригонометрических и гиперболических функций типа [8]

$$B_z(x, y, z) = \sum_{\ell} \sum_m b_{\ell m} \sin\left\{\frac{\pi \ell}{x_0}\right\} x \cdot \sin\left\{\frac{\pi m}{y_0}\right\} y \times$$

(21)

$$\times \frac{\operatorname{Sh}\left\{\left[\left(\frac{\ell}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{m}{y_0}\right)^2\right]^{1/2} \pi(z_0 - z)\right\}}{\operatorname{Sh}\left\{\left[\left(\frac{\ell}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{m}{y_0}\right)^2\right]^{1/2} \pi z_0\right\}},$$

где (21) представляет решение уравнения Лапласа для прямоугольного объема в частном случае, когда поле на всех гранях кроме грани  $z = 0$ , равно нулю.

В реальном случае, когда поле отлично от нуля на границе этого объема, решение получается в виде линейной комбинации из частных решений по 6-граням, 12-ребрам и 8-вершинам. Использование трехмерной симметризации решения [8] позволяет существенно ускорить счет, особенно в случае квазисимметричных полей. В случае симметричных полей число независимых решений будет соответственно меньше.

Пользуясь измеренными эквидистантно (по каждому из  $x$ ,  $y$ ,  $z$  -направлений) на границе прямоугольного объема значениями компоненты поля, вычисляем коэффициенты разложения Фурье и определяем поле в любой, наперед заданной точке внутри объема.

Вследствие ортогональности тригонометрических функций (на эквидистантном по каждому из  $x$ ,  $y$ ,  $z$  направлений множестве точек).

1. Решение устойчиво относительно ошибок ЭВМ при округлении (так как матрица для вычисления коэффициентов диагональна).

2. Вычисление коэффициентов занимает мало машинного времени ( $\sim 20$  сек на вычисление 1200 коэффициентов на ЭВМ типа СДС-6600 [8]).

Поле вычисляется в узлах трехмерной решетки за 1 мин на СДС-6600 [8].

3. Равномерная сходимость автоматически гарантирована, что приводит к надежности определения поля.

Поскольку для вычисления коэффициентов Фурье используются все измеренные (на границе) значения, решение задачи представляет собой усредненное по всем измеренным точкам значение поля (случайные выбросы сглаживаются, см. рис. 2).

При оптимизации числа коэффициентов Фурье решение получается и статистически сглаженным.

Важным достоинством указанного метода [8] является и то, что он автоматически решает и другую проблему - хранение карты поля, так как достаточно запомнить его коэффициенты (число которых  $\sim$  на порядок меньше числа измеренных на границе объема точек).

Существует и другой подход [9-10] к указанной проблеме, в котором используется свойство потенциальности магнитных полей. Уравнение Лапласа для скалярного магнитного потенциала

$$\Delta \psi = 0 \quad (22)$$

решается конечно-разностным методом сеток с применением последовательной оптимальной верхней релаксации [11]. Для этого рассматриваемый объем (шар, цилиндр, прямоугольный параллелепипед) разбивается эквидистантно (по каждому из  $x$ ,  $y$ ,  $z$  - направлений) сеткой, в каждом узле которой итерационным способом ищется решение конечно-разностного уравнения Лапласа по граничным значениям. Потенциал  $\psi$  на границе объема определяется из свойств потенциальности магнитного поля

$$\psi - \psi_0 = \int_{\ell} (\vec{B} d\vec{\ell}), \quad (23)$$

где  $\vec{B}$  - поле на границе объема,  $d\vec{\ell}$  - элемент пути интегрирования. Найденный по (23) потенциал является

сглаженным ( лишенным экспериментальных выбросов в отдельных точках ) [ 9 ] .

Недостаток итерационного метода сеток -- в необходимости хранить промежуточные значения  $\Psi ( x_i , y_j , z_k )$  в каждом узле сетки, а память ЭВМ накладывает ограничение на число точек. Чтобы обойти эту трудность, используется альтернирующий метод Шварца [12] , суть которого заключается в решении итерационным методом уравнения Лапласа для сегментированных областей правильной формы ( шар, параллелепипед, цилиндр ). Использование сегментирования по-Шварцу позволяет определять поля в практически любых измеренных объемах, что показано при вычислении на ЭВМ с малой памятью.

В силу того, что каждая из компонент магнитного поля удовлетворяет уравнению Лапласа независимо от других компонент, решение можно получить по одной и той же программе [8-9] для каждой компоненты поля. При таком подходе необходимо произвести измерение всех 3 -х компонент поля на границе объема.

В случае симметричных полей достаточно ограничиться измерением одной компоненты, две другие вычислить, пользуясь измеренной.

Действительно, из условия (23) потенциал поля в любой точке объема

$$\Psi(x, y, z) = \int_{z_0}^z B_z(x, y, z) dz + \int_{y_0}^y B_y(x, y, z_0) dy + \int_{x_0}^x B_x(x, y, z_0) dx + \Psi_0 . \quad (24)$$

Если  $z_0 = 0$  плоскость симметрии магнита, то  $B_x(x, y, 0) = B_y(x, y, 0) = 0$  и

$$\Psi(x, y, z) = \int_0^z B_z(x, y, z) dz + \Psi(x, y, 0) \quad (24a)$$

Пользуясь измеренными на границе объема значениями  $V_z$ , вычисляем  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  внутри объема [8,10] где

$$V_x = \frac{\partial \psi}{\partial x} = \int_0^z \frac{\partial V_z}{\partial x} (x, y, z) dz \quad (25)$$

$$V_y = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \int_0^z \frac{\partial V_z}{\partial y} (x, y, z) dz.$$

Для несимметричных полей в принципе можно избежать измерения всех 3-компонент на границе объема, ограничившись измерением  $V_z$  - компоненты на границе (по 6 граням),  $V_y$  - компоненты по контуру плоскости ( $z_0=0$ ) и  $V_x$  - в точке ( $x_0, y_0, z_0=0$ ). Однако такое определение поля может оказаться ненадежным.

В уравнении (24)  $V_z$  можно определить по измерениям его на границе [8,9]. Чтобы вычислить  $V_y$  в плоскости  $z=0$  решаем уравнение Пуассона для  $V_y(x, y, 0)$ , которое получается из уравнения Лапласа  $\Delta V_y = 0$ , используя условие потенциальности поля  $\frac{\partial V_y}{\partial z} = \frac{\partial V_z}{\partial y}$ , а именно:

$$\frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} (x, y, 0) + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} (x, y, 0) = - \frac{\partial^2 V_z}{\partial y \cdot \partial z} (x, y, 0), \quad (26)$$

где в правую часть входит известная функция  $V_z(x, y, 0)$ .

Решение уравнения Пуассона (26) единственно, устойчиво и полностью определяется граничными (по контуру плоскости  $z=0$ ) значениями  $V_y$ . Однако для уравнения Пуассона принцип максимального значения не выполняется, и мы заранее не можем оценить ошибку в определении поля.

Для определения  $V_x(x, y_0, 0)$  используем уравнение Максвелла

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (27)$$

для ребра  $x$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} (x, y_0, 0) = - \left( \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \right) (x, y_0, 0) \quad (28)$$

откуда определяем  $B_x$ ,

$$B_x(x, y_0, 0) = - \left[ \int_{x_0}^x \frac{\partial B_y}{\partial y} (x, y_0, 0) dx + \int_{x_0}^x \frac{\partial B_z}{\partial z} (x, y_0, 0) dx \right] + B_x(x_0, y_0, 0),$$

где в правую часть входят известные функции.

Как указывалось выше, метод граничных измерений даёт быстрый и надёжный способ определения поля. Однако при практическом применении его возникают трудности, связанные с техникой обмера: метод хорош тогда, когда компоненты поля измерены корректно в достаточном количестве точек. Поскольку поле внутри объёма более гладкое, чем на границе, метод граничных измерений в отличие от обычных методов измерения внутри объёма более чувствителен к ошибкам измерения, так как сами ошибки велики на границе. Так, в [9] приводится систематическое отклонение ( $\sim 0,2\%$ ) вычисленного от измеренного внутри объёма значения поля, которое приписывается неучету, при вычислении, планарного эффекта, который достигает максимального значения на границе.

Рассмотренные вопросы решают проблемы получения карты поля.

Как использовать карту поля при вычислении импульсов заряженных частиц, проходящих через это поле?

Пусть из результатов измерения известны отдельные экспериментальные точки на траектории заряженных частиц, проходящих через магнитное поле. Как найти импульс частиц?

В принципе можно было бы, задавшись произвольными значениями импульса и направлением в какой-либо измеренной точке траектории, вычислить траекторию частицы, интегрируя уравнения движения методом Рунге-Кутты (Р-К), а затем, изменяя импульс и направление, методом итерации подогнать траекторию к экспериментально измеренным точкам [13-15].

Этот метод в применении к широкоапертурным магнитам трудоемкий, требует непрерывного обращения к карте поля, которую нужно хранить в памяти ЭВМ вместе с экспериментальным массивом точек. Кроме того, при угле отклонения частицы  $\sim 90^\circ$  его нельзя применять ( $\frac{dy}{dx} \sim \infty$ ).

Метод Р-К используется при небольшом объеме экспериментальных данных, так как на вычисление одной траектории требуется  $\sim 1$  сек на ЭВМ типа СДС-6600 [17].

При статистике же эксперимента  $\sim 10^5 - 10^6$  событий, по 3-5 траекторий в каждом; для обсчета таких траекторий потребуется  $\sim 10^3$  часов вычисления на ЭВМ, что конечно, неприемлемо.

Правда, импульс частицы можно вычислить методом сплайнов [17], что дает выигрыш во времени по сравнению с методом Р-К, однако он также требует хранения в памяти ЭВМ карты поля.

Метод параметризации треков, предложенный рядом авторов [16,18,19,20] (а также в нашей лаборатории ЕрФИ Харитоновым В.М. и др.) - позволяет обойти

эти трудности. Суть его в том, чтобы, предварительно разыграв пробные траектории частиц (в заданном магнитном поле), получить функциональную зависимость, связывающую экспериментальные величины (измеренные координаты) с импульсом частицы.

На ЭВМ запоминаются коэффициенты разложения этой функциональной зависимости, и при обсчете реальных событий карта поля не используется. При этом получается выигрыш как в памяти (поскольку поле не хранится в ЭВМ), так и во времени, так как процесс определения траектории в каждой точке заменяется функциональным разложением в ряд по известным уже коэффициентам.

Выбор того или иного метода определяется реальной установкой. Для детекторов, расположенных вне магнитного поля, удобно выбрать разложение в виде пяти-мерного ряда по полиномам Чебышева 1 рода [16], выбрав в качестве независимых переменных четыре координаты на входе (выходе) частицы в магнитное поле (по две координаты на каждый детектор), а в качестве пятой — величину угла азимутального отклонения частицы в магнитном поле (или величину обратного радиуса). Полученный набор коэффициентов разложения соответствует фиксированному положению детекторов.

Для детекторов, расположенных в магнитном поле, удобнее использовать методы [18-20], где опять, априоре, разыгрываются пробные траектории, и запоминаются коэффициенты степенного разложения импульса от измеренных координат (либо координаты в каждом детекторе от импульса частицы  $\vec{p}$  [20]).

При обработке реальных событий карта поля не используется.

Автору приятно поблагодарить В.М.Харитонову (ЕрФИ) за иницирование данной работы и ценные замечания, доктора Хенка Винда (ЦЕРН), за любезно предоставленные программы по калибровке полей и многие полезные

советы по внедрению их, сотрудников ОИЯИ О.А.Займидорогу, С.Б.Ворожцова, Л.К.Лыткина, Л.Н.Сомова, а также В.А.Мурысова и Ю.Т.Киселева (ИТЭФ), - за полезные обсуждения и помощь при проведении расчетов на ЭВМ.

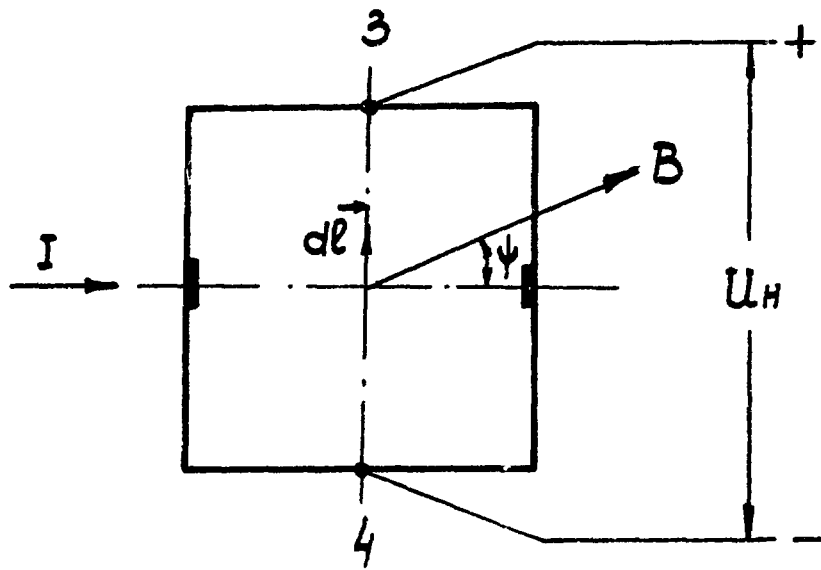


Рис. 1

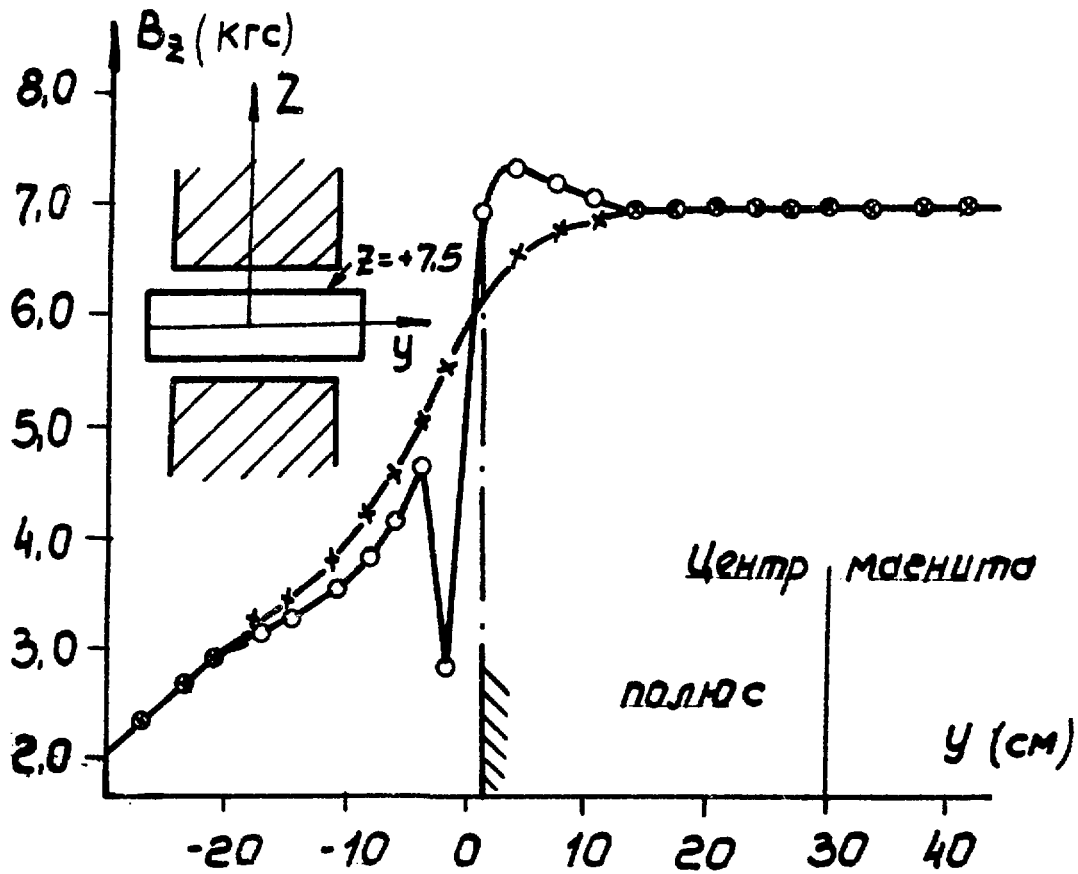


Рис. 2

- o - измеренные (не сглаженные) значения поля на границе объёма (вдоль линии  $x=0$ ,  $z = +7,5$ ); в точке  $y = -3$  см случайный выброс
- x - вычисленные внутри объёма (вдоль линии  $X=0$ ,  $Z = 0$ ) значения поля, согласно лучше 0,3% (ошибка измерения)

## ЛИТЕРАТУРА

1. M.Turin. NIM 91, 621, 1971.
2. J.Bilian, J.P.Grillet, K.N.Henrichsen, F.Schaff. CERN ISR-MA/74-47.
3. M.Polak and I.Hlasnin. Solid-State Electronics Pergamon Press 13, 219, 1970.
4. Фортран Е 202 в БСП БЭСМ-6
5. Ю.Бетко, И.В.Богуславский и др. ОИЯИ, депонированная публикация Б 2-13-7464.
6. H.Wind. J.Comp.Phys., 2,3 274, 1968.
7. H.Wind, CERN 72-21, 55, 1972.
8. H.Wind. NIM, 84, 117, 1970.
9. С.Б.Ворожцов, Р.М.Лебедев, Л.К.Лыткин, Л.Н.Сомов. Препринт ОИЯИ Р-13-7610, Дубна 1973.
10. F.Schaff. CERN ISR-MA/74-48.
11. С.Б.Ворожцов. Препринт ОИЯИ Р9-6755, Дубна 1972.
12. Р.Курант. Уравнения с частными производными изд. "Мир" ,1964.
13. Б.Захаров. NIM 33(1965) pp.136-141.
14. Р.В.Малышев. Препринт ОИЯИ, Р-2371, Дубна, 1965.
15. Фортран ИП БП по X500, 501, 502 в БСП БЭСМ-6.
16. C.Lechanoine, M.Martin and H.Wind. NIM, 69, 122, 1969.
17. H.Wind. NIM, 115, 431, 1974.
18. M.J.O'Connell. Comp.Phys.Comm. 8, 49, 1974.
19. H.Wind. CERN, 72-21, 81, 1972.
20. J.J.Aubert and C.Broll. NIM, 120, 137, 1974.  
Рукопись поступила 20-го июля 1976г.



Редактор Л.П.Мукаян  
Тех.редактор А.С.Абрамян

---

Заказ 723                      ВФ-03998                      Тираж 299  
Подписано к печати 2/Х1-76г      Формат издания 30х40  
1,5 уч.изд.л. Ц.10 к.

---

Издано Отделом научно-технической информации  
Ереванского физического института, Ереван 36, пер.Марка-  
ряна 2