ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ԳԻՏԱԿԱՆ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄ НАУЧНОЕ СООБЩЕНИЕ

Научное сообщение ЕФИ-224(16)-77

А.Ц.АМАТУНИ, К.З.АЦАГОРЦЯН
С.С.ЭЛБАКЯН

# ИЗЛУЧЕНИЕ РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩЕЙСЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В НЕЛИНЕЙНОМ ОДНООСНОМ КРИСТАЛЛЕ, НАХОДЯЩЕМСЯ В ПОЛЕ СИЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ



АРУС
ԵՐԵՎԱՆ 1977 ЕРЕВАН

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Научное сообщение ЕФИ-224(16)-77

А.Ц.АМАТУНИ, К.З.АЦАГОРЦЯН
С.С.ЭЛБАКЯН

# ИЗЛУЧЕНИЕ РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩЕЙСЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В НЕЛИНЕЙНОМ ОДНООСНОМ КРИСТАЛЛЕ, НАХОДЯЩЕМСЯ В ПОЛЕ СИЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Ереван 1977

При прохождении заряженных частиц через нелинейные среды, кроме излучения Вавилова-Черенкова, возникающего в линейной среде, появляется добавочное излучение, обязанное дополнительному взаимодействию электромагнитного излучения с неоднородностями, вызванными самим полем излучения [1] .

Присутствие сильной электромагнитной волны должно привести к увеличению этого излучения.

В настоящей работе рассмотрен вопрос о зависимости излучения заряженной релятивистской частицы в нелинейной среде в поле сильной электромагнитной волны от её энергии.

1. Пусть заряженная частица движется с постоянной скоростью $v$ вдоль оптической оси одноосного кристалла в присутствии внешней электромагнитной волны произвольной поляризации

$$\vec{E}_0(\vec{r}, t) = \vec{e}\, E_0 \cos(\vec{K}_0 \vec{r} - \omega_0 t) \tag{1}$$

В этом случае при учете лишь частотной дисперсии связь индукции и электрического поля дается формулой

$$\mathcal{D}_i(\vec{K},\omega) = \sum_{K=1}^{3} \varepsilon_{iK}(\omega) E_K(\vec{K},\omega) + \sum_{j,K=1}^{3} \{ \alpha_{ijK}(\omega,\omega_0) E_j(\vec{K}-\vec{K}_0, \omega-\omega_0) + \alpha_{ijK}(\omega,-\omega_0) E_j(\vec{K}+\vec{K}_0, \omega+\omega_0) \} \mathcal{E}_{0K}, \tag{2}$$

где $\mathcal{D}_i(\vec{K},\omega)$ , $E_i(\vec{K},\omega)$ – фурье-компоненты соответствующих величин, определенные как

$$E_i(\vec{r},t)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int e^{i(\vec{K}\vec{r}-\omega t)}E_i(\vec{K},\omega)\,d\vec{K}\,d\omega \tag{3}$$

В формуле (2) тензор диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{ik}(\omega)$ диагонален в системе, где ось $z$ направлена вдоль оптической оси кристалла, а оси $x$ и $y$ выбраны произвольно, причем

$$\varepsilon_x(\omega)=\varepsilon_y(\omega)=\varepsilon_\rho(\omega), \qquad \varepsilon_z(\omega)\neq\varepsilon_\rho(\omega).$$

Величины $\alpha_{ijk}(\omega,\omega_0)$ и $\alpha_{ijk}(\omega,-\omega_0)$ являются в общем случае компонентами тензора третьего ранга. В системах с центром инверсии они равны нулю. В кристаллах без центра инверсии имеются отличные от нуля компоненты. Вид этого тензора для различных точечных групп симметрии рассматривался многими авторами (см.. например , [2] ).

Из уравнений Максвелла для фурье-компонент электрического поля получим следующие уравнения:

$$K^2\vec{E}(\vec{K},\omega)-\frac{\omega^2}{c^2}\vec{\mathcal{D}}(\vec{K},\omega)-\vec{K}(\vec{K}\vec{E}(\vec{K},\omega))=\frac{2iev}{c^2}\omega\,\delta(\omega-\vec{K}\vec{v}), \tag{4}$$

где $\vec{\mathcal{D}}(\vec{K},\omega)$ определяется выражением (2).
Считая $\alpha_{ijk}(\omega,\omega_0)$ и $\alpha_{ijk}(\omega,-\omega_0)$ малыми, для решения уравнений (4) можно воспользоваться методом последовательных приближений, положив

$$E_i(\vec{K},\omega)=E_i^{(0)}(\vec{K},\omega)+E_i^{(1)}(\vec{K},\omega)+E_i^{(2)}(\vec{K},\omega) \tag{5}$$

$$E_i^{(2)}(\vec{K},\omega)=\alpha(\omega)\,\tilde{E}_i^{(2)}(\vec{K},\omega) ,$$

где $E_i^{(0)}(\vec{K},\omega)$ – внешнее поле, а $\alpha_i(\omega)$ безразмерный параметр, который будет оценен в дальнейшем.
В первом приближении, т.е. при $\alpha_{ijk}(\omega, \pm\omega_0) = 0$ имеем

$$E_3^{(1)}(\vec{K},\omega) = \frac{2iev\lambda^2(\omega)}{\omega\,\varepsilon_3(\omega)}\;\frac{\delta(\omega-\vec{K}\vec{V})}{K_\rho^2-\lambda^2(\omega)}\,, \tag{6}$$

$$E_\nu^{(1)}(K,\omega) = -\frac{2ie\,K_\nu}{\varepsilon_\rho(\omega)}\;\frac{\delta(\omega-\vec{K}\vec{V})}{K_\rho^2-\lambda^2(\omega)}\,, \qquad \nu = 1,2\,,$$

где $\lambda^2(\omega) = \frac{\omega^2}{v^2}\,\frac{\varepsilon_3(\omega)}{\varepsilon_\rho(\omega)}\left(\beta^2\varepsilon_\rho(\omega)-1\right), \quad \beta = \frac{v}{c}$.

Во втором приближении уравнения (4) можно написать в виде

$$\left(K^2-\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_i(\omega)\right)E_i^{(2)}(\vec{K},\omega) - K_i\left(\vec{K}\,\vec{E}^{(2)}(\vec{K},\omega)\right) = \frac{\omega^2}{c^2}\alpha_i(\vec{K},\omega), \tag{7}$$

где

$$\alpha_i(\vec{K},\omega) = \sum_{j,k=1}^{3}\vec{e}_k E_0\Big\{\alpha_{ijk}(\omega,\omega_0)\,E_j^{(1)}(\vec{K}-\vec{K}_0,\,\omega-\omega_0) + \tag{8}$$

$$+\,\alpha_{ijk}(\omega,-\omega_0)\,E_j^{(1)}(\vec{K}+\vec{K}_0,\,\omega+\omega_0)\Big\}.$$

Поля излучаемых волн в анизотропной среде вместо соотношения $(\vec{K}\,\vec{E}) = 0$ должны удовлетворять условию

$$\sum_i K_i\,\varepsilon_i\,E_i = 0\,.$$

Решения уравнений (7), удовлетворяющие этому условию, имеют вид

$$E_3^{(2)}(\vec{K},\omega) = \frac{\frac{\omega^2}{c^2}\left[K_\rho^2 S_3(\vec{K},\omega) - K_3 \sum_{\nu=1,2} K_\nu S_\nu(\vec{K},\omega)\right]}{K^2\left[K_\rho^2 - \frac{\varepsilon_3(\omega)}{\varepsilon_\rho(\omega)}\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_\rho(\omega) - K_3^2\right)\right]}, \quad (10)$$

$$E_\nu^{(2)}(\vec{K},\omega) = \frac{\omega^2/c^2}{K^2\varepsilon_\rho(\omega)\left[K_\rho^2 - \frac{\varepsilon_3(\omega)}{\varepsilon_\rho(\omega)}\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_\rho(\omega) - K_3^2\right)\right]} \times$$

$$\times\left[K_3\varepsilon_3(\omega)\left(K_3 S_\nu(\vec{K},\omega) - K_\nu S_3(\vec{K},\omega)\right) +\right.$$

$$\left.+ \frac{K^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_3(\omega)}{K^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_\rho(\omega)}\left(K_\nu S_\mu(\vec{K},\omega) - K_\mu S_\nu(\vec{K},\omega)\right)\right],$$

где

$$S_i = d_i(\vec{K},\omega) - K_i\varepsilon_i \frac{(\vec{K}\vec{d}(\vec{K},\omega))}{\vec{K}\hat{\varepsilon}\vec{K}} \qquad \mu,\nu = 1,2, \quad \mu \neq \nu \qquad (11)$$

Интенсивность излучения определяется формулой ( см. например, [3] )

$$\frac{\partial W^{(2)}}{\partial z} = -\int \vec{E}^{(2)}(\vec{r},t)\vec{j}(\vec{r},t)\,dx\,dy\,dt = \qquad (12)$$

$$= -\int \vec{E}^{(2)}(\omega, \vec{K}_\rho, z)\vec{j}(-\omega, -\vec{K}_\rho\, z)\, d\vec{K}_\rho d\omega =$$

$$= -\int \vec{E}^{(2)}(\omega, K_\rho, z)\vec{j}(-\omega, -\vec{K}_\rho, z) K_\rho dK_\rho d\varphi d\omega ,$$

где

$$\vec{j}(\omega, \vec{K}_\rho, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \vec{j}(\vec{K}, \omega)\, e^{iK_3 z} dK_3$$

$$\vec{j}(\vec{K}, \omega) = \frac{\vec{V}}{2\pi}\, \delta(\omega - \vec{K}\vec{V}) - \frac{i\omega}{4\pi}\, \vec{\mathcal{L}}(\vec{K}, \omega) \tag{13}$$

Из формул (12 ) и (13) видно, что в нелинейной среде , кроме излучения заряженной частицы в нелинейной среде, обязанной первому члену в формуле ( 13), появляется излучение от распределенного в пространстве дипольного момента (второй член в (13) ), который движется в пространстве со скоростью $\vec{V}$ и , частота его кратна $\Omega = \omega_0 - \vec{K}_0 \vec{V}$

После интегрирования по $\varphi$ и $K_\rho$ , поправки к интенсивности излучения будут иметь вид:

$$\frac{\partial W^{(2)}}{\partial z} = e^2 \int d\omega \Big\{ \big( f_1^i(\omega, \omega_0\, \Omega) + f_1^i(\omega, -\omega_0 - \Omega) \big) \cos\Omega t +$$

$$+ \big( f_2^i(\omega, \omega_0, \Omega) - f_2^i(\omega, -\omega_0, -\Omega) \big) \sin\Omega t + \tag{14}$$

$$+ F^i(\omega, \omega_0, \Omega) + F^i(\omega, -\omega_0, -\Omega) +$$

$$+\left(F_1^i(\omega,\omega_0,\Omega)+F_1^i(\omega,-\omega_0,-\Omega)\right)\cos 2\Omega t+$$

$$+\left(F_2^i(\omega,\omega_0,\Omega)-F_2^i(\omega,-\omega_0,-\Omega)\right)\sin 2\Omega t\Big\}.$$

Верхний индекс принимает значения $o$ и $e$ соответствующие обыкновенным и необыкновенным волнам.

В формуле (14) $f_1$ и $f_2$ – функции пропорциональные $\alpha(\omega)$, а $F$ и $F_1$, $F_2$ – пропорциональны $\alpha^2(\omega)$.

Вид этих функций определяется симметрией кристалла и будет приведен ниже, при рассмотрении конкретных случаев.

Из формулы (15) видно, что кроме постоянных во времени членов в излучении имеются члены, осциллирующие с частотой, кратной $\Omega$. В работах [4-5] было проведено усреднение интенсивности излучения по периоду осцилляций $\Omega$, в результате чего эти осциллирующие члены оказались равными нулю. Однако при $\Omega T \ll 1$ можно провести усреднение по времени измерения $T$, тогда эти члены не будут равны нулю. Ниже мы обсудим при каких условиях время измерения $T$ может оказаться не слишком малым.

В формуле (14) частота излучения удовлетворяет соотношению (ср. с [4])

$$\omega=\frac{\omega_0-p\Omega}{1-\beta n\cos\theta}\qquad p=\pm 1, \tag{15}$$

где $\theta$ -угол излучения, $n$ -показатель преломления в данном направлении. Подставляя в (15) значение $n$ получим следующие выражения для угла излучения:

для обыкновенных волн

$$\cos^2 \Theta_o = \frac{(\omega - p\Omega)^2}{\omega^2 \beta^2 \varepsilon_\rho(\omega)} \tag{16}$$

для необыкновенных волн

$$\cos^2 \Theta_e = \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon_3(\omega)}{\varepsilon_\rho(\omega)} \left( \frac{\omega^2 \beta^2 \varepsilon_\rho(\omega)}{(\omega - p\Omega)^2} - 1 \right)} \tag{17}$$

Условие $\cos^2\Theta \leq 1$ приводит к следующему спектру излучения для обыкновенных волн

$$\lambda^2(\omega, \Omega) = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_\rho(\omega) - \frac{(\omega - p\Omega)^2}{V^2} \geq 0 \tag{18}$$

для необыкновенных волн

$$\tilde{\lambda}^2(\omega, \Omega) = \frac{\varepsilon_3(\omega)}{\varepsilon_\rho(\omega)} \left[ \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_\rho(\omega) - \frac{(\omega - p\Omega)^2}{V^2} \right] \geq 0. \tag{19}$$

1. Рассмотрим кристаллы тетрагональной симметрии. У них отличны от нуля следующие компоненты тензора нелинейной поляризуемости [2]

$$\alpha_{311} = \alpha_{322}, \qquad \alpha_{333}, \qquad \alpha_{113} = \alpha_{223}$$

В качестве внешнего поля выберем необыкновенную волну, распространяющуюся в кристалле под углом $\theta_0$ к оптической оси кристалла.
Учитывая симметрию $d_{ijk}$, получим следующие выражения для функций $f_1^i(\omega,\omega_0,\Omega)$ и $f_2^i(\omega,\omega_0\Omega)$

$$f_1^o(\omega,\omega_0,\Omega)=f_2^o(\omega,\omega_0\Omega)=0 \tag{20}$$

$$f_1^e(\omega,\omega_0\Omega)=\frac{\tilde\lambda^2(\omega,\Omega)\,A(\omega,\omega_0\Omega)}{\sqrt{\left[\tilde\lambda^2(\omega,\Omega)-K_{\rho_0}^2-\lambda^2(\omega-\omega_0)\right]^2-4\lambda^2(\omega-\omega_0)K_{\rho_0}^2}}$$

$$f_2^e(\omega,\omega_0\Omega)=\frac{A(\omega,\omega_0,\Omega)}{V^2}\left[\frac{J_1\,\tilde\lambda^2(\omega,\Omega)}{\sqrt{[\tilde\lambda^2-K_{\rho_0}^2-\lambda^2]^2-4\lambda^2K_{\rho_0}^2}}+\frac{J_2\,\frac{(\omega-\Omega)^2}{V^2}\,\frac{\varepsilon_3(\omega)}{\varepsilon_\rho(\omega)}}{\sqrt{\left[\frac{(\omega-\Omega)^2}{V^2}-K_{\rho_0}^2-\lambda^2\right]^2-4\lambda^2K_{\rho_0}^2}}\right]$$

$$A(\omega,\omega_0,\Omega)=\left[\frac{d_{333}(\omega,\omega_0)\,e_z\,\lambda^2(\omega-\omega_0)}{(\omega-\omega_0)\varepsilon_3(\omega)\,\varepsilon_3(\omega-\omega_0)}-\frac{d_{113}(\omega,\omega_0)(\omega-\Omega)\,e_z}{V^2\varepsilon_\rho(\omega)\,\varepsilon_\rho(\omega-\omega_0)}-\right.$$

$$\left.-\frac{d_{311}(\omega,\omega_0)(K_{\rho_0}\vec e_\rho)}{\varepsilon_3(\omega)\,\varepsilon_\rho(\omega-\omega_0)V}\right]E_0 \tag{21}$$

$$J_1=\ln\left|\frac{1}{2\lambda^2\tilde\lambda^2}\left[(\tilde\lambda^2-K_{\rho_0}^2-\lambda^2)\sqrt{(\tilde\lambda^2-K_{\rho_0}^2-\lambda^2)^2-4\lambda^2K_{\rho_0}^2}-(\tilde\lambda^2-K_{\rho_0}^2-\lambda^2)^2+2\lambda^2\tilde\lambda^2\right]\right|$$

$$J_2=\ln\left|\frac{V^2}{2\lambda^2(\omega-\Omega)^2}\left[\left(\frac{(\omega-\Omega)^2}{V^2}-K_{\rho_0}^2-\lambda^2\right)\sqrt{\left(\frac{(\omega-\Omega)^2}{V^2}-K_{\rho_0}^2-\lambda^2\right)^2-4\lambda^2K_{\rho_0}^2}\right.\right.+$$

$$\left.\left.+2\frac{(\omega-\Omega)^2}{V^2}\lambda^2+\left(\frac{(\omega-\Omega)^2}{V^2}-K_{\rho_0}^2-\lambda^2\right)^2\right]\right|$$

Выражения (20) и (21) были получены при условии

$$\lambda^2(\omega\pm\omega_0)=\frac{\varepsilon_з(\omega\pm\omega_0)}{\varepsilon_\rho(\omega\pm\omega_0)}\;\frac{(\omega\pm\omega_0)^2}{V^2}-(\beta^2\varepsilon_\rho(\omega\pm\omega_0)-1)\leq 0 \qquad (22)$$

В этом случае поправка к интенсивности излучения, зависящая линейно от параметра разложения $\alpha(\omega)$, осциллирует во времени с частотой $\Omega$. Её необходимо усреднить по времени измерения $T$, для которого будем считать выполненным условие:

$$(\omega_0-\vec{K}_0\vec{V})\,T<<1 \qquad (23)$$

где $\omega_0$ и $\vec{K}_0$ соответственно частота и волновой вектор внешнего поля, связанные соотношением $\vec{K}_0=\frac{\omega_0}{c}\vec{n}$

В рентгеновской области частот показатель преломления в данном направлении $\vec{n}$ близок к единице, полагая угол падения внешнего поля $\theta_0$ меньше единицы $\theta_0<<1$, выражение (23) можно привести к виду

$$\frac{\omega_0}{2}\left(1-\beta^2+\frac{\omega_L^2}{\omega_0^2}+\theta_0^2\right)T<<1 \qquad (24)$$

где $\omega_L^2=\dfrac{4\pi n_e^2 e}{m}$

Пусть выполняются условия

$$\frac{\omega_L^2}{\omega_0^2}<<1-\beta^2<<\theta_0^2\;,\qquad \frac{\omega_L^2}{\omega_0^2}<<1-\beta^2 \qquad (25)$$

При $\omega_0 = 10^{18}$ сек$^{-1}$, $\omega_L = 10^{14}$ сек$^{-1}$

$$\theta_0^2 \sim 10^{-7}.$$

Время измерения будет порядка $10^{-11}$ сек. Таким образом при толщине кристалла в несколько мм осциллирующие члены дадут заметный вклад в интенсивность излучения.

Пренебрегая малыми членами получим следующее выражение для нелинейных поправок к интенсивности излучения в рентгеновской области частот излучения

$$\frac{\partial W}{\partial z} = \frac{e^2}{V}\int d\omega\, \alpha_{113}(\omega,\omega_0)\left(\mathcal{E}_{0z}\frac{\omega}{V} - \vec{K}_{\rho_0}\vec{\mathcal{E}}_{0\rho}\right)\left\{\frac{\omega}{\omega-\omega_0}\cos\Omega T - \right.$$
$$\left. -\sin\Omega T\left[\ln\frac{\omega^2}{(\omega-\omega_0)^2(1-\beta^2)} + \frac{\omega}{\omega-\omega_0}\ln\frac{\omega\theta_0^2}{\omega_0(1-\beta^2)}\right]\right\} \qquad (26)$$

Спектр частот определяемый выражением (26), в рентгеновской области частот имеет вид

$$\omega_L << \omega < \frac{2(\omega_0 - \vec{K}_0\vec{V})}{1-\beta^2} = \frac{\theta_0^2\,\omega_0}{1-\beta^2} \qquad (27)$$

Из формулы (26) видно, что спектральное распределение интенсивности излучения зависит логарифмически от энергии. Если рассматривать среду как газ свободных электронов, пренебрегая их взаимодействием друг с другом и с ядрами, то для нелинейной поляризуемости можно получить

$$\alpha_{ijk}(\omega,\omega_0) \approx \frac{e\,\omega_L^2}{mc\,\omega}\left[\frac{1}{(\omega-\omega_0)^2} + \frac{1}{\omega_0^2}\right] \qquad (28)$$

Тогда параметр разложения будет равен

$$\alpha(\omega) = \frac{eE_o}{mc\omega}\,\omega_L^2\left[\frac{1}{(\omega-\omega_o)^2} + \frac{1}{\omega_o^2}\right] \tag{29}$$

Для оценки величины параметра малости возьмем $E_o = 10^8$ в/см $\omega, \omega_o = 10^{18}$ сек$^{-1}$, тогда $\alpha(\omega) \approx 10^{-3}$.

Для интенсивности излучения получим:

$$\frac{\partial W}{\partial z} \approx 10^{-1}\left[1 + \Omega T \ln(1-\beta^2)\right] \text{э.в./см.} \tag{30}$$

2. Рассмотрим кристаллы гексагональной симметрии У них отличны от нуля следующие компоненты тензора $\alpha_{ijk}$

$$\alpha_{111} = -\alpha_{122} = -\alpha_{212}$$

В качестве внешнего поля возьмем обыкновенную волну, распространяющуюся вдоль оптической оси кристалла. Тогда

$$f_1^i(\omega, \omega_o\,\Omega) = f_2^i(\omega, \omega_o\,\Omega) = 0$$

Для обыкновенных волн имеем

$$F^o(\omega, \omega_o\,\Omega) = \frac{E_o^2}{2c^2}\,\frac{\alpha_{111}^2(\omega,\omega_o)\,\lambda^2(\omega,\Omega)\,\omega^3}{[\lambda^2(\omega,\Omega)-\lambda^2(\omega-\omega_o)]^2\,\varepsilon_\rho^2(\omega-\omega_o)}$$

$$F_1^o(\omega, \omega_o\,\Omega) = \tag{31}$$

$$= \frac{E_o^2}{2c^2}\,\frac{\alpha_{111}(\omega,\omega_o)\alpha_{111}(\omega,-\omega_o)\,\lambda^2(\omega,\Omega)\,\omega^3}{[\lambda^2(\omega,\Omega)-\lambda^2(\omega-\omega_o)][\lambda^2(\omega,\Omega)-\lambda^2(\omega+\omega_o)]\varepsilon_\rho(\omega-\omega_o)\varepsilon_\rho(\omega+\omega_o)}.$$

Для необыкновенных волн

$$F^{e}(\omega,\omega_0,\Omega)=\frac{E_0^2}{2V^2}\,\frac{d_{111}^2(\omega,\omega_0)\,\tilde{\lambda}^2(\omega,\Omega)(\omega-\Omega)^2\omega\,\varepsilon_3(\omega)}{[\tilde{\lambda}^2(\omega,\Omega)-\lambda^2(\omega-\omega_0)]^2\varepsilon_\rho^2(\omega-\omega_0)\varepsilon_\nu^2(\omega)}$$

$$F_1^{e}(\omega,\omega_0,\Omega)=\frac{\varepsilon_0^2}{2V^2}\times \tag{32}$$

$$\times\frac{d_{111}(\omega,\omega_0)\,d_{111}(\omega,-\omega_0)\,\tilde{\lambda}^2(\omega,\Omega)(\omega-\Omega)^2\omega\,\varepsilon_3(\omega)}{[\tilde{\lambda}^2(\omega,\Omega)-\lambda^2(\omega-\omega_0)][\tilde{\lambda}^2(\omega,\Omega)-\lambda^2(\omega+\omega_0)]\,\varepsilon_\rho^2(\omega)\,\varepsilon_\rho(\omega-\omega_0)\varepsilon_\nu(\omega+\omega_0)}$$

Общий вид функции $F_2^{i}(\omega,\omega_0,\Omega)$ мы не приводим из-за громоздкости. Рассмотрим случай, когда излучаемые частоты и частота внешнего поля $\omega_0$ лежат в рентгеновской области частот.

Полагая

$$\frac{\omega_L^2}{\omega^2}<<1\quad,\quad\frac{\omega_L^2}{\omega_0^2}<<1\quad,\quad\frac{\omega_L^2}{(\omega\pm\omega_0)^2}<<1 \tag{33}$$

получим для нелинейной поправки к интенсивности излучения:

$$\frac{\partial W^{(2)}}{\partial z}=\frac{e^2}{c^2}\int\limits_{\omega<\omega_0}\frac{d^2(\omega)\,\omega^2 d\omega}{(1-\beta^2)\,\omega_0^2}\left\{\omega^2\left[\frac{1}{\omega_0-\omega}+\frac{\cos 2\Omega t}{\omega_0+3\omega}\right]+\right.$$

$$+\sin 2\Omega t\left[\frac{\omega_0-\omega}{2}\ln(\omega_0-\omega)-\right. \tag{34}$$

$$-\frac{(\omega_0+\omega)^2}{2(\omega_0+3\omega)}\ln(\omega_0+\omega)+\frac{\omega^2}{\omega_0+3\omega}\ln\omega(\omega_0-\omega)\Big]\Big\}$$

Как видно из формулы (34), интенсивность излучения зависит квадратично от энергии пролетающей частицы $\left(\frac{E}{Mc^2}\right)^2$ В этой формуле кроме постоянного члена, есть члены зависящие от времени. Если усреднить это выражение по периоду осцилляций $\Omega$, то они обратятся в нуль. Однако мы этого не будем делать, а проведем усреднение по времени измерения определяемого как

$$2\,\Omega t \ll 1 \tag{35}$$

Оценка интенсивности излучения при $\alpha(\omega)\sim 10^{-9}$ и $\omega = 10^{18}\text{сек}^{-1}$ де

$$\frac{\partial W}{\partial z}\approx 10^{-10}\frac{E}{mc^2}\ \text{э.в./см.} \tag{36}$$

В последние годы появился ряд теоретических и экспериментальных работ(см. [5] и имеющиеся там ссылки) по нелинейным эффектам в рентгеновской области частот, в которых указывается на возможность экспериментального наблюдения таких малых эффектов.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Г.М.Гарибяну и М.Р.Магомедову за полезные обсуждения в процессе выполнения настоящей работы.

## ЛИТЕРАТУРА


1. В.С.Минеев, А.Р.Френкин. ВМУ, Физика. Астрономия, 2, 222, 1971
2. С.А.Ахманов, Р.В.Хохлов, Проблемы нелинейной оптики, Москва, 1964.
3. В.Л.Гинзбург, В.Н.Цытович. ЖЭТФ, 65, 1818, 1973.
4. К.А.Барсуков, Б.М.Болотовский. Радиофизика, 7, 291, 1964.
5. P.M.Eisenberger and McCall Phys.Rev.A3,N.3,1145.



Рукопись поступила 28-го декабря 1976г.

Редактор Л.П.Мукаян
Тех.Редактор А.С.Абрамян

Заказ 903 ВФ-03224 Тираж 299

Подписано к печати 17/У-77г. Формат издания 30 х40
1,0 уч.изд.л. Ц. 7 к.

Издано Отделом научно-технической информации Ереванского физического института, Ереван-36, пер. Маркаряна 2.

индекс 3624