

БРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

НАУЧНОЕ СООБЩЕНИЕ

SV4904571
БФИ-247(40)-77

С.Г.МАТИНЯН

МНОГОЧАСТИЧНЫЕ ПОЛЮСА РЕДЖЕ
КАК ОБРАЗ ПОМЕРОНА

АРУС



БРЕВАНСКИЙ

1977

БРЕВАНСКИЙ

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ФМ-247(40)-77

С.Г.МАТИНЯН

МНОГОЧАСТИЧНЫЕ ПОЛОСА РЕДКЕ КАК ОБРАЗ ПОМЕРОНА

Ереван 1977

§ I. Введение

Настоящие лекции основаны на работах А.Г.Седракия и автора /1-5/, выполненных в прошлом году и посвященных выяснению роли многочастичных состояний в t -канале в процессе рассеяния адронов высокой энергии.

Мы, естественно, начнем с рассмотрения многочастичных полюсов Редже, возникающих в φ^3 -теории, которая с самого начала возникновения и на всех этапах развития реджевской схемы служила для нее своеобразной "теоретической лабораторией", где апробировались, а зачастую и предсказывались ее многие феноменологические аспекты.

В частности, давно уже стало привычным представлять реджеон в виде суммы вкладов лестничных диаграмм, хотя $g\varphi^3$ -теория приводит к интересу полюса $\alpha(j)$ вблизи $j = -1$

$$\left(\alpha(j) = -1 + g^2 C(j), \quad C(j) = \frac{1}{16\pi^2} \frac{1}{m^2} \right).$$

В этой связи всегда представлялась привлекательной возможность получения положительного интереса за счет учета многочастичных состояний в неасимптотическом канале I).

Важным этапом в развитии схемы явился анализ непланарных лестничных диаграмм φ^3 -теории с тремя и более частицами в t -канале /7/, который привел к понятию о точках ветвления в j -плоскости. Применение и исследование реджеонных t -канальных условий унитарности /8/ позволило понять свойства движущихся ветвлений и их роль в амплитудах рассеяния, что, в конечном счете, привело к созданию эффектив-

I) За счет таких состояний надеялись также получить бесконечно растущие линейные траектории /6/ (см. ниже, п.6).

ного феноменологического аппарата исследования взаимодействий адронов при высоких энергиях - реджеонной диаграммной техники /9/.

Тем временем продолжалось тщательное исследование асимптотики непланарных диаграмм, содержащих лестницы и приводящих к точкам ветвления в j -плоскости, на базе φ^3 -теории.

В работах /10-11/ методом фейнмановской параметризации интегралов в главном логарифмическом приближении была найдена асимптотика суммы вкладов в амплитуду упругого рассеяния непланарных диаграмм типа рис.1, включающих две лестницы с m и n перекладинами соответственно:

$$-i s^{-3} \frac{g^{2(m+n+4)}}{(m+1)!(n+1)!} \ln \left(\frac{s}{m^2} \right) K(q), \quad (1,1)$$

где q - поперечный импульс.

Здесь $K(q)$ - "поперечный интеграл":

$$K(q) = \int d^2k C^{m+1}(k) C^{n+1}(q-k),$$

$$C(q) = \frac{1}{16\pi^3} \int \frac{d^2k}{(k^2+m^2)((q-k)^2+m^2)}, \quad (1,2)$$

которому можно сопоставить диаграмму " φ^4 -теории", получаемую из диаграммы рис.1 скатыванием всех горизонтальных линий в точки (рис.2).

Суммирование по m и n дает для интереса:

$$d_c^{(2,2)}(0) = -3 + 2 \frac{g^2}{16\pi^2 m^2}. \quad (1,3)$$

Очевидно, что мандельштамовские диаграммы рис.1 с точки зрения четырехчастичного условия унитарности не достаточны. Они соответствуют конфигурациям, когда частицы, попарно взаимодействуя, образуют два "связанных" состояния-реджеона.

Однако, в принципе, в теории с притяжением возможны связанные состояния из трех и четырех частиц, если взаимодействие не дает "насыщения". Соответствующие непланарные лестничные диаграммы изображены на рис. 3 а,б.

Значительное усложнение задачи нахождения асимптотики таких диаграмм по сравнению с мандельштамовскими связано с тем, что в первом случае мы имеем "проблему многих тел" в t -канале, тогда как во втором - "проблему двух тел".

Впервые эта задача изучалась в φ^3 -теории Мак-Косм и Бу [12,13], исследовавших в главном логарифмическом приближении асимптотику лестничных диаграмм с тремя частицами в t -канале (рис.4 а,б). Им показано, что вклад в асимптотику диаграмм типа рис.4б доминирует над вкладом мандельштамовских диаграмм типа рис.4а, дающих ветвление реджеон-частица. Если положение последнего $\alpha_c^{(2,1)}(z)$, то при малых $|z|$ особенность, соответствующая диаграммам типа рис.4б ("связанное состояние" трех частиц), является полюсом и расположена правее ветвления

$$\alpha_c^{(2,1)}(0) + 2 > 2,23(\alpha_c^{(2,1)}(0) + 2). \quad (1,4)$$

Это важное неравенство получено с помощью анализа интегрального уравнения для "поперечного интеграла", соответствующего диаграмме " φ^4 "-теории, получающейся из диаграммы рис.4б

стягиванием каждой из горизонтальных линий в точку (см. рис.5).

Найденный результат чрезвычайно интересен и требует обобщения на случай произвольного числа обменов частицами в t -канале.

Очевидная сложность такой задачи требует применения более наглядного, чем фейнмановская параметризация (использованная в работе /12/), метода исследования асимптотики диаграмм, приводящих к многочастичным полюсам Редже²⁾.

В настоящем разделе вычисляется асимптотика непланарных диаграмм, обобщающих диаграммы рис. 3б, 4б на случай обмена в t -канале произвольным числом частиц со взаимодействием $-g^2$.

Мы будем использовать технику параметров Судакова, обладающую сравнительной простотой и большой наглядностью, способствующей выявлению ряда существенных моментов, которые могут остаться незамеченными при исследовании асимптотики методом параметров Фейнмана в общем случае обмена любым числом частиц в t -канале и взаимодействия друг с другом

2) Очевидно, что вопреки утверждению работы /12/, многочастичные особенности (полюса и построенные из них ветвления) ни в какой мере не противоречат реджеонной диаграммной технике, ибо никаких новых особенностей, не содержащихся в ней, мы не получаем. Изучаемая проблема затрагивает механизм возникновения неотрицательного интереса в теории поля, структуру реджевского полюса и т.п.

любой пары частиц в этом канале 3).

2. Асимптотика диаграмм с четырьмя частицами

в t -канале /1,2/

В интересах наглядности мы подробно рассмотрим случай четырех частиц в t -канале и на примере конкретной диаграммы рис.6 четырнадцатого порядка покажем как возникают наиболее существенные вклады в асимптотику амплитуды упругого рассеяния.

На рис.7 стрелками, направленными вниз (вверх), снабжены вертикальные линии, которые испускают (поглощают) частицы. Обозначения импульсов на линиях диаграммы даны на рисунке.

Новым моментом по сравнению с мандельштамовскими диаграммами типа рг .I является здесь добавление линии, соединяющей вертикальные линии I и 3.

Введем переменные Судакова /15/ α и β :

$$K_i = \alpha_i \bar{p}_1 + \beta_i \bar{p}_2 + K_{i\perp} \quad (i = 1, 2, \dots, 6)$$

$$q = \alpha_2 \bar{p}_1 + \beta_2 \bar{p}_2 + q_{\perp} \quad (|\beta_2| \sim |\alpha_2| \sim m^2/s),$$

3) В работах /14/, появившихся после того, как данная работа была закончена, также использованы параметры Судакова для исследования асимптотики диаграмм с тремя и четырьмя частицами в t -канале. Эти авторы вновь получили результат работы /12/ и показали, что четырехчастичный полюс доминирует над мандельштамовскими ветвлениями.

где

$$\begin{aligned} \bar{p}_1 &= p_1 - \frac{m^2}{s} p_2, \quad \bar{p}_2 = p_2 - \frac{m^2}{s} p_1, \quad S = (p_1 + p_2)^2 \\ \bar{p}_1^2 &= \bar{p}_2^2 \approx 0 \quad (S \rightarrow \infty), \quad p_i^2 = m^2, \quad p_i'^2 = m^2 \\ t &= (p_1 - p_1')^2 = -\bar{q}^2, \quad d^4 k_i = \frac{S}{2} d\alpha_i d\beta_i d^2 k_{i\perp}. \end{aligned}$$

Выясним условия на α_i и β_i , при которых интересующая нас диаграмма содержит максимальную степень $\ln S/m^2$.

Проанализируем особенности пропагаторов.

Для знаменателей "вертикальных" пропагаторов имеем:

$$k_i^2 - m^2 + i\varepsilon = \alpha_i \beta_i S - m^2 - k_{i\perp}^2 + i\varepsilon, \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (2,2a)$$

$$\begin{aligned} (k_1 + k_5 - q - k_6)^2 - m^2 &= (\alpha_2 - \alpha_1 - \alpha_5 + \alpha_6) (\beta_2 - \beta_1 - \\ &\quad - \beta_5 + \beta_6) S - m^2 + (k_1 + k_5 - q - k_6)_\perp^2, \end{aligned} \quad (2,2b)$$

$$\begin{aligned} (-q + k_1 + k_5 - k_6 - k_2 + k_3)^2 - m^2 &= (-\alpha_2 + \alpha_1 + \alpha_5 - \\ &\quad - \alpha_6 - \alpha_2 + \alpha_3) (-\beta_2 + \beta_1 + \beta_5 - \beta_6 - \beta_2 + \beta_3) S - m^2 + \\ &\quad + (-q + k_1 + k_5 - k_6 - k_2 + k_3)_\perp^2, \end{aligned} \quad (2,2b)$$

$$\begin{aligned} (k_6 + k_2 - k_1)^2 - m^2 &= (\alpha_6 + \alpha_2 - \alpha_1) (\beta_6 + \beta_2 - \beta_1) S - \\ &\quad - m^2 + (k_6 + k_2 - k_1)_\perp^2, \end{aligned} \quad (2,2r)$$

$$\begin{aligned} (k_6 + k_2 - k_1 + k_4 - k_3)^2 - m^2 &= (\alpha_6 + \alpha_2 - \alpha_1 + \alpha_4 - \\ &\quad - \alpha_3) (\beta_6 + \beta_2 - \beta_1 + \beta_4 - \beta_3) S - m^2 + (k_6 + k_2 - k_1 + k_4 - k_3)_\perp^2. \end{aligned} \quad (2,2d)$$

Для "горизонтальных" пропагаторов получим:

$$(p_1 - k_1)^2 - m^2 = -(1 - \alpha_1) \beta_1 S - m^2 - k_{1\perp}^2, \quad (2,3a)$$

$$(k_1 - k_2)^2 - m^2 = (\alpha_1 - \alpha_2) (\beta_1 - \beta_2) S - m^2 - (k_1 - k_2)_\perp^2, \quad (2,3б)$$

$$(p_1 - k_1 - k_5)^2 - m^2 = -(1 - \alpha_1 - \alpha_2) (\beta_1 + \beta_5) S' - m^2 - (k_1 + k_5)_\perp^2, \quad (2,3в)$$

$$(p_1 - q - k_6)^2 - m^2 = -(1 - \alpha_2 - \alpha_6) (\beta_2 + \beta_6) S' - m^2 - (q + k_6)_\perp^2, \quad (2,3г)$$

$$(k_2 - k_3)^2 - m^2 = (\alpha_2 - \alpha_3) (\beta_2 - \beta_3) S - m^2 - (k_2 - k_3)_\perp^2, \quad (2,3д)$$

$$(k_3 - k_4)^2 - m^2 = (\alpha_3 - \alpha_4) (\beta_3 - \beta_4) S - m^2 - (k_3 - k_4)_\perp^2, \quad (2,3е)$$

$$(p_2 + k_4)^2 - m^2 + i\varepsilon = (1 + \beta_4) \alpha_4 S - m^2 - k_{4\perp}^2 + i\varepsilon \quad (2,3ж)$$

$$(p_2 + k_4 + k_5)^2 - m^2 = (1 + \beta_4 + \beta_5) (\alpha_4 + \alpha_5) S' - m^2 - (k_4 + k_5)_\perp^2, \quad (2,3з)$$

$$(p_2 + q - k_1 + k_6 + k_2 - k_3 + k_4)^2 - m^2 = (\alpha_2 - \alpha_1 + \alpha_6 + \alpha_2 - \alpha_3 + \alpha_4) (1 + \beta_2 - \beta_1 + \beta_6 + \beta_2 - \beta_3 + \beta_4) S' - m^2 - (q - k_1 + k_6 + k_2 - k_3 + k_4)_\perp^2. \quad (2,3и)$$

При том выборе направлений на вертикальных линиях, который сделан на рис.6, существенный вклад в асимптотику возникает, когда β_i на линиях 1 и 2 отрицательны. В противном случае

хотя бы в одном из замкнутых контуров при интегрировании по α_i возникает малость, связанная с расположением полюсов пропагаторов по одну сторону действительной оси.

В интегралах по переменным α_i и β_i существенной является область, в которой продольные части знаменателей "вертикальных" пропагаторов (2,2) не превышает $m^2 (-2\beta_5 \leq m^2)$. Кроме того, область значений $\alpha_i, \beta_i < m^2/5$ дает малый фазовый объем, так что

$$\frac{m^2}{5} \lesssim \alpha_i, |\beta_i| \lesssim 1. \quad 4) \quad (2,4)$$

Рассмотрим теперь интегрирование по переменным α_i .

Аналогично тому, что имело место в лестничных конфигурациях, когда для получения максимальной степени логарифма S' необходима была упорядоченность продольных импульсов частиц, испущенных одной вертикальной линией, здесь также возникает упорядоченность соответствующих продольных импульсов, то есть

$$|\beta_4| \gg |\beta_3| \gg |\beta_2| \gg |\beta_1|. \quad (2,5)$$

Существенная разница по сравнению с лестничными конфигурациями состоит здесь в том, что частицы, испущенные одной вертикальной линией, не обязательно собираются все на какой-либо одной из остальных линий (на рассматриваемой диаграмме это относится к частице с импульсом $k_2 - k_3$).

4) Это не относится к переменной β_6 диаграммы, которая в отличие от остальных β_i на линиях 1 и 2, может быть меньше $m^2/5$. Если $|\beta_6| > m^2/5$, то при интегрировании по β_6 обоим знакам мы получим заупуление интеграла.

С другой стороны, конечно, собравшиеся (на одной линии) в лесенке частицы тоже упорядочены по продольным импульсам.

Оказывается, что на диаграмме рис.6 (и это является важным моментом, который становится наглядным в переменных Судакова) собравшиеся на вертикальной линии 3 частицы упорядочены по продольным импульсам:

$$|\beta_1 + \beta_5| \ll |\beta_3 - \beta_2| \approx |\beta_3|. \quad (2,6)$$

Аналогично, имеет место упорядочение продольных импульсов частиц, собравшихся на вертикальной линии 4 :

$$|\beta_6| \ll |\beta_2| \ll |\beta_4|. \quad (2,6)$$

Ниже мы увидим, что конфигурации, удовлетворяющие этим условиям, максимальным образом насыщают амплитуду степенями $\ln \frac{q}{m}$. Интегрируя по переменным α_i , замкнем контуры интегрирования на полюса "горизонтальных" пропагаторов. В результате, нетрудно видеть, все они примут вид $-\frac{1}{\beta_5}$, так что для интегрирования по β_i эти пропагаторы примут форму:

$$-\frac{1}{\beta_1 s} \frac{1}{\beta_2 s} \frac{1}{(\beta_1 + \beta_5) s} \frac{1}{\beta_3 s} \frac{1}{\beta_4 s} \frac{1}{s} \frac{1}{s} \frac{1}{s}. \quad (2,7)$$

Здесь были использованы условия (2,4)-(2,6), а также учтено, что $|\beta_6| \ll m^2/s$.

Поэтому (2,7) должно еще умножаться на поперечную часть пропагатора (2,3г).

Займемся теперь "вертикальными" пропагаторами. Покажем, что подавление в них продольных частей типа $\alpha \beta s^2$ по сравнению с поперечными после подстановки полюсов по α "горизонтальных" пропагаторов будет обеспечено при выполне-

нии условий (2,6) (условие (2,6') выполняется теперь тривиально).

В самом деле, подставляя в пропагатор (2,2б) значение полюса "горизонтального" пропагатора (2,3и)

$$\alpha_6 \approx \alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_4 + O(1/s) \quad \text{в пропагатора (2,3д)}$$

$\alpha_2 \approx \alpha_3 + m^2/(\beta_2 - \beta_3)s$, получим для его продольной части

$$\frac{\beta_1 + \beta_5}{\beta_2 - \beta_3} m^2,$$

откуда и следует условие (2,6).

Окончательно интегралы от вертикальных пропагаторов сведутся к двумерным интегралам от поперечных частей пропагаторов, соответствующих диаграмме рис.7 " φ^4 "-теории".

Обращаясь к интегрированию по β_i (2,7), легко видеть, что максимальная степень логарифма - пятая - возникает при вполне естественном условии $-\beta_1 \ll -\beta_5$.

Отметим одно обстоятельство. Переменные β_2 и β_5 - относительно друг друга казались неупорядоченными (это потому, что перекладины с импульсами $-\beta_1 - \beta_5 \approx -\beta_5$ и $\beta_1 - \beta_2 \approx -\beta_2$ начинаются и кончаются на разных вертикальных линиях). Можно показать, что области $|\beta_2| \ll |\beta_5|$ и $|\beta_2| \gg |\beta_5|$ дают одинаковый вклад, и им можно сопоставить две топологически эквивалентные диаграммы, отличающиеся перестановкой перекладин с $-\beta_1 - \beta_5$ и $\beta_1 - \beta_2$. С учетом этого момента можно говорить об упорядоченности по β всех перекладин снизу вверх (или по α - сверху вниз).

Имея это ввиду, можно сказать, что главная по логарифмам S' асимптотика рассматриваемой диаграммы определяется

конфигурацией $|\beta_4\rangle \Rightarrow |\beta_3\rangle \Rightarrow |\beta_2\rangle \Rightarrow |\beta_1\rangle \Rightarrow |\beta_1\rangle$

и дается выражением

$$-i \frac{g^{-3}}{5!} g^{14} \ln^5 s/m^2 \mathcal{K}^{(24)}(z), \quad (2,8)$$

где

$$\mathcal{K}^{(24)}(z) = \int \prod_{i=1}^6 \frac{d^2 k_i}{2(2\pi)^3} \prod_{i=1}^{10} P_i^{-1}$$

"поперечный" интеграл, соответствующий диаграмме рис.7,

P_i^{-1} - пропагаторы.

Можно сказать, что асимптотика соответствующей мандельштамовской диаграммы, получающейся из рис.6 заменой перекладины, соединяющей вертикально линии 1 и 3, на перекладину между линиями 2 и 3, та же.

Аналогично, можно убедиться, что добавление перекладины между линиями 1-3, 2-4, также как и между линиями 1-4 и 2-3, всякий раз приводит к дополнительному множителю $g^2 \ln^2 s/m^2$, тогда как лишняя перекладина между линиями 1-2 или 3-4 приводит лишь к множителю порядка g^2 .

Иными словами, выгодно пустить дополнительную перекладину из таких вертикальных линий, из которых испускаются упорядоченные конфигурации частиц, и поглотить ее на одной из таких линий, где соберутся другие перекладины (не обязательно партнеры по испусканию).

Теперь можно найти асимптотику диаграммы с четырьмя частицами в t -канале с произвольным числом существенных (в указанном выше смысле) перекладин.

Пусть N_{ij} - число перекладин, соединяющих вертикальные линии i и j ($i, j = (1,4), (2,3), (1,3), (2,4)$).

Тогда порядок диаграммы будет $2L+8$, число "вертикальных" пропагаторов $2L+4$, "горизонтальных" - $L+6$, где $L = \sum N_{ij}$.

Для главной логарифмической асимптотики легко найдем⁵⁾

$$- \frac{i s^{-3}}{(L+2)!} g^{2(L+4)} \ln \frac{L+2}{s/m^2} \mathcal{K}^{(2L+8)}(s), \quad (2,9)$$

где

$$\mathcal{K}^{(2L+8)}(s) = \int \prod_{i=1}^{L+3} \frac{d^2 k_i}{2(2\pi)^3} \prod_{i=1}^{2L+4} P_i^{-1} \quad (2,9')$$

"поперечный" интеграл, соответствующий стягиванию всех горизонтальных линий в точки.

3. Оценка "поперечного" интеграла.

Четырехчастичный реджевский полюс^{12/}

Как мы отмечали в п.1, авторы работы^{12,13/} оценили положение трехчастичного полюса Редже с помощью интегрального уравнения для диаграммы типа рис.5 двумерной " φ^4 "-теории.

Однако такой подход вряд ли может быть успешно применен при исследовании многочастичных состояний в t -канале.

Мы применим значительно более простой метод оценки "поперечного" интеграла (2,9') и, тем самым, положения особенности $\alpha^{(2,2)}(s)$. В следующем разделе мы используем

5) Напомним, что мы различаем топологически эквивалентные диаграммы, отличающиеся перестановкой соседних переклади, не имеющих общих вертикальных линий. При этом продольные импульсы на этих линиях в обеих диаграммах уже не нарушают упорядоченности.

его для нахождения положения особенности, соответствующей произвольному числу частиц в t -канале.

Перейдем в (2,9') к координатному пространству, используя соотношение

$$\frac{1}{k^2 + m^2} = \frac{1}{2\pi} \int e^{i\vec{k}\vec{x}} K_0(m|\vec{x}|) d^2x, \quad (3,1)$$

где $K_0(x)$ - функция Макдональда.

После несложных преобразований для (2,9') получим ($\vec{q} = 0$):

$$\mathcal{K}^{(2L+8)}(0) = \frac{1}{64\pi^4} \int \prod_{i=1}^{L+1} \frac{d^2x_i}{2(2\pi)^2} \prod K_0(m|\vec{x}_i - \vec{x}_{i+1}|), \quad (3,2)$$

где X_i - точки на плоскости, соответствующие вершинам диаграммы типа рис.7.

$K_0(m|\vec{x}_i - \vec{x}_{i+1}|)$ играют роль пропагаторов, соединяющих точки \vec{x}_i и \vec{x}_{i+1} . 6) Число этих пропагаторов $2L+4$. Для оценки (3,2) снизу ограничим область интегрирования по каждой переменной X_i кругом радиуса γ/m , где γ - произвольная постоянная: $|\vec{x}_i - \vec{x}_{i+1}| \leq 2\gamma/m$. Используя монотонное убывание $K_0(x)$, легко найти, что

$$\mathcal{K}^{(2L+8)}(0) > (2\pi)^2 \left(\frac{1}{2(2\pi)^2} \right)^{L+3} \left(\frac{\pi\gamma^2}{m^2} \right)^{L+1} [K_0(2\gamma)]^{2L+4}. \quad (3,3)$$

6) Заметим, что каждая точка X_i (кроме крайних) входит независимо от количества частиц в t -канале в четыре пропагатора.

Можно, хотя это не необходимо, иметь более сильное неравенство, если аргумент функции Макдональда 2γ заменить на $a\gamma$, где a связано со средним расстоянием между двумя точками внутри круга ($a = 2/\pi$).

Тогда

$$\mathcal{K}^{(2L+8)}_{(0)} > (2\pi)^2 \left(\frac{1}{2(2\pi)^2}\right)^{L+3} \left(\frac{\pi\gamma^2}{m^2}\right)^{L+1} [K_0(a\gamma)]^{2L+4} \quad (3,3)$$

Мы используем (3,3') лишь для численных оценок в этом разделе. Подставив нижнюю границу (3,3) для $\mathcal{K}^{(2L+8)}_{(0)}$ в формулу (2,9), для вклада рассматриваемой совокупности диаграмм в асимптотику амплитуды упругого рассеяния вперед получим:

$$-i g^4 s^{-3} \frac{m^2}{4\pi^2 \gamma^2 (L+2)!} \left[\frac{g^2}{16\pi^2 m^2} \gamma^2 K_0^2(2\gamma) \ln g/m^2 \right]^{L+2} \quad (3,4)$$

Теперь надо сложить все топологически разные диаграммы $2L+8$ -го порядка (с учетом сноски 5), получающиеся перестановкой перекладки, а также перекрестом вертикальных линий 1 с 2 и 3 с 4.

Число всех таких диаграмм равно

$$\frac{(L+2)!}{(N_{14}+1)! (N_{23}+1)! N_{13}! N_{24}!} \quad (3,5)$$

Все они имеют асимптотику (3,4), так что их сумма дается умножением формулы (3,4) на (3,5). Суммируя теперь полученное выражение по числу всех существенных перекладки найдем:

$$-i \frac{g^4}{m^4} \frac{1}{4\pi^2 \gamma^2} \left(\frac{s}{m^2}\right)^{-3+4} \frac{g^2}{16\pi^2} \frac{\gamma^2}{m^2} K_0^2(2\gamma) \quad (3,6)$$

Мы не учли еще диаграммы, получающиеся всевозможными перекрестами вертикальных линий 1 и 2 с 3 и 4. Такие перекресты эквивалентны переходу из ζ -канала в η -канал, поэтому их учет приводит, как нетрудно убедиться непосредственным вычислением, к появлению сигнатурного множителя.

$$\left[1 + \exp\left(i\pi\left(-1 + \frac{g^2}{16\pi^2 m^2} \gamma^2 K_0^2(2\gamma)\right)\right)\right]^4. \quad (3,7)$$

Окончательно главная асимптотика диаграммы с четырьмя частницами в ζ -канале, взаимодействующих между собой с помощью испускания любого числа частиц по ζ -каналу, выражается в виде произведения множителя (3,7) на (3,6).

Обращает на себя внимание следующее обстоятельство. Полученный результат соответствует эффективно четырем (а не двум, как это было для четырехчастичного мандельштамовского ветвления) лесенкам, зацепленным между собой по всей длине своих ребер. Несмотря на такое зацепление, каждая из них сохраняет индивидуальность в виде своего сигнатурного множителя.

Как мы уже говорили, соответствующая (3,6) особенность является реджевским полюсом $|12,14|$ с пересечением

$$\alpha^{(2,2)}(0) \approx -3 + 4 \frac{g^2 \gamma^2}{16\pi^2 m^2} K_0^2(2\gamma) \quad (3,8)$$

конечно знак неравенства в (3,8) связан с нашим неумением точно вычислить поперечный интеграл (2,9'), что и привело к множителю $\gamma^2 K_0^2(2\gamma)$. Сравним $\alpha^{(2,2)}(0)$ с пересечением мандельштамовского ветвления $\alpha_c^{(2,2)}(0)$ (1.3).

При сравнении используем неравенство (3,3'), что сводится к замене $K.(2\gamma)$ на $K.(a\gamma)$.

Произвольную постоянную γ выберем так, чтобы $\gamma K.(a\gamma)$ было максимальным. Тогда легко видеть, что полюс лежит правее ветвления

$$\alpha^{(2,2)}(0) + 3 > 1,15(\alpha^{(2,2)}(0) + 3) \quad (3,9)$$

Аналогичные оценки для трехчастичного полюса, исследованного в /12,13/, дают

$$\alpha^{(2,1)}(0) + 2 > 1,8(\alpha^{(2,1)}(0) + 2). \quad (3,9)$$

(ср. с (I,4)).

Уход полюсов вправо еще более ярко проявляется при рассмотрении произвольного многочастичного состояния в неасимптотическом канале, к чему мы сейчас и переходим.

Многочастичные t -канальные состояния /I,2/

Полученные в предыдущем разделе результаты обобщаются на случай произвольного числа частиц в t -канале.

Пусть в t -канале имеется $n_1 + n_2$ частиц, из которых n_1 испускают, а n_2 - поглощают произвольное число частиц. На рис.8 приведен пример диаграммы, на которой проведены некоторые, только существенные для асимптотики перекладки. Любая линия из группы n_1 может быть соединена с любой частицей из группы n_2 , причем в соответствии с тем, что было сказано в разделе 2 для четырехчастичного случая, каждое такое соединение приводит к множителю $g^{2 \ln 2/m^2}$, а соединения между линиями внутри каждой из групп не существенны в главной по логарифмам асимптотике.

Обозначим через N_{ij} , количество перекладин, соединяющих i -ую линию из группы n_1 , с j -ой линией из группы n_2 ($i \in C(1, 2, \dots, n_1)$, $j \in C(1, 2, \dots, n_2)$).

Тогда порядок диаграммы, как легко видеть, будет $2L + 2(n_1 + n_2)$, где $L = \sum N_{ij}$ - число всех "существенных" перекладин.

Число "вертикальных" пропагаторов будет $2L + n_1 + n_2$, "горизонтальных" - $L + 2(n_1 + n_2 - 1)$.

Обобщением уравнения (2,9) на общий случай для главной асимптотики диаграммы с L такими перекладинами является следующее выражение:

$$\frac{-i S^{-n_1 - n_2 + 1}}{(L + n_2)!} g^{2(L + n_1 + n_2)} \ln^{L + n_1} \left(\frac{S}{m_2} \right) \mathcal{K}^{(2L + 2n_1 + 2n_2)} \quad (9)$$

(4, I)

где $m_2(\epsilon) = \max(\min)\{n_1, n_2\}$.

В (4, I)

$$\mathcal{K}^{(2L + 2n_1 + 2n_2)} \quad (9) = \int \prod_{i=1}^{L + n_1 + n_2 - 1} \frac{d^2 k_i}{2(2\pi)^2} \prod_{i=1}^{2L + n_1 + n_2} P_i^{-1} \quad (4, I')$$

"поперечный" интеграл, соответствующий стягиванию всех горизонтальных линий в точки (ср. с (2,9)), $P_i^{-1} = (k_i^2 + m_2^2)^{-2}$ - пропагаторы. Действуя совершенно аналогично тому, как это делалось при оценке "поперечного" интеграла (2,9) в п.3, получим:

$$\mathcal{K}^{(2L + 2n_1 + 2n_2)} \quad (9) > (2\pi)^{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{2(2\pi)^2} \right)^{L + n_1 + n_2 - 1} \quad (4, 2)$$

$$\cdot \left(\frac{\pi \gamma^2}{2} \right)^{L+1} \left[K_0(2\gamma) \right]^{2L + n_1 + n_2}$$

Подставляя эту нижнюю границу (4,2) в (4,1), для вклада диаграмм рассматриваемого типа в асимптотику упругого рассеяния вперед будем иметь:

$$-i \left(\frac{g^2}{m^2} \right)^{m_2} \left(\frac{g^2}{m^2} \right)^{-n_1 - n_2 + 1} [K_0(2\gamma)]^{m_2 - m_1} \left(\frac{2}{\gamma^2} \right)^{m_1 - 1} \cdot \frac{1}{(8\pi^2)^{m_2 - 1}} \frac{1}{(L + m_1)!} \left[\frac{g^2}{16\pi^2} \frac{\gamma^2}{m^2} K_0^2(2\gamma) \ln \frac{g^2}{m^2} \right]^{L + m_1} \quad (4,3)$$

Складывая теперь все топологически разные диаграммы

$2(L + n_1 + n_2)$ -го порядка, получающиеся перестановкой перекладин, а также всевозможными перекрестами вертикальных линий внутри групп n_1 и n_2 ⁷⁾ и суммируя по всем L , получим следующее обобщение уравнения (3,6), дающее оценку снизу для амплитуды

$$-i \left(\frac{g^2}{m^2} \right)^{m_2} K_0^{m_2 - m_1}(2\gamma) \left(\frac{2}{\gamma^2} \right)^{m_1 - 1} \frac{1}{(8\pi^2)^{m_2 - 1}} \left(\frac{g^2}{m^2} \right)^{\alpha^{(n_1, n_2)}(0)}, \quad (4,4)$$

где $\alpha^{(n_1, n_2)}(0) = -n_1 - n_2 + 1 + \frac{n_1 n_2 g^2 \gamma^2 K_0^2(2\gamma)}{16\pi^2 m^2} \quad (4,5)$

Как и в п.3, учет всевозможных перекрестов вертикальных линий из группы n_1 с линиями группы n_2 приводит к сигнатурному множителю

$$\left[1 + \exp \left\{ i\alpha \left(-1 + \frac{g^2}{16\pi^2} \frac{\gamma^2}{m^2} K_0^2(2\gamma) \right) \right\} \right]^{n_1 n_2} \quad (4,6)$$

⁷⁾ Число таких диаграмм равно $\frac{(L + m_1)!}{\prod' N_{ij}!}$, где штрих

над знаком произведения означает, что в m_j факториальных множителях должно стоять $(N_{ij} + 1)$ (ср. с (3,5)).

Самым существенным здесь является возникновение в (4,5) члена с n, n_2 , означающее, что учет многочастичных состояний в t -канале может привести, в принципе, к положительному интерсепту даже в теории возмущений со скалярными частицами.

Как и в случае с четырьмя частицами, (4,4) и (4,6) означает, что мы имеем дело с n, n_2 эффективными лестницами, зацепленными между собой вдоль всей длины своих ребер.

Можно сказать, что на языке фейнмановских диаграмм померон вовсе не описывается совокупностью диаграмм лестничного типа, а скорее определяется диаграммами, содержащими большое число связанных лестниц (см. также /16/), где развита феноменологическая картина тяжелого померона.

Это обстоятельство может оказаться существенным для целого ряда характеристик множественного рождения.

Сделаем одно замечание. Мы вычисляли асимптотику диаграмм в главном логарифмическом приближении.

Учет не "главных" логарифмов (также, как и взаимодействия между перекладинами), вообще говоря, приводит к поправкам к траектории полюса порядка g^4 .

Еще одно замечание касается сведения нашей задачи вычисления асимптотики к исследованию поперечного интеграла $\mathcal{K}(g)$, соответствующего стягиванию всех горизонтальных линий диаграммы в точку. Как видно из выражения (4,1) и диаграмм типа рис.5 и рис.7, мы приходим к задаче о системе из n частиц в двумерном пространстве, взаимодействующих посредством δ -образного потенциала
$$V = -g \sum_{i,j=1}^n \delta(x_i - x_j).$$

Если учесть также известную связь между энергией реджеона и

его угловым моментом в двумерном импульсном пространстве, то можно сказать, что задача сводится к нахождению зависимости от n энергии связанного состояния такой гипотетической системы из n частиц в двумерном пространстве, взаимодействующих с помощью δ -потенциала.

Аналогичная задача в одномерном пространстве имеет точное решение и энергия связанного состояния дается формулой^{/17/}

$$E_n(\vec{q}=0) = -g^2 n(n^2-1)/4g.$$

В двумерном случае точного решения задачи не существует и найти точную формулу для $\alpha^{(n_1, n_2)}(0)$ (4,5) не удастся. С этим связана неопределенность множителя перед $n_1 n_2$ в (4,5).

§ 5. Обсуждение полученных результатов.

Некоторые замечания

Мы показали, что асимптотика амплитуды рассеяния определяется обобщенными лестничными конфигурациями с определенной упорядоченностью по продольным импульсам, где каждая из лестниц взаимодействует с любой другой лестницей с помощью максимального числа обменов. Соответствующая особенность лежит правее всех мандельштамовских ветвлений, а также полюсов, образованных из меньшего числа частиц в t -канале.

К сожалению, сложность проблемы не позволяет нам строго исследовать характер этой особенности для произвольных n_1, n_2 , хотя для $n_1 = n_2 = 2$ полюсной ее характер строго доказан^{/12,14/}.

Можно привести физические соображения, показывающие, что мы и в общем случае имеем дело с полюсом — "связанным состоянием" многих частиц.

Рассмотрим диффузию двух лесенок - флуктуаций, сопровождающих быстрый адрон^{/18/} в плоскости прицельных параметров. Лесенки диффундируют независимо и расходятся в поперечной плоскости, соответствуя обычным неусиленным ветвлениям. Пропустим теперь между этими лестницами частицу. Если она испущена из той части лестницы, где ее энергия \mathcal{E} , то она будет участвовать в процессе время $\sim \mathcal{E}/m^2$ 8). В пространстве прицельных параметров при этом эти две лестницы сближаются, ибо испущенная частица не может уйти по x_1 на расстояния, большие чем $1/m$.

В результате, пропуская между лестницами одну, две и т.д. перекладки, мы получим усиленные ветвления реджеонной диаграммной техники. Если же испустить между лестницами порядка $\ln s/m^2$ частиц по всей их длине, то для всех быстрое лесенки сближаются на расстояние $\approx 1/m$, и мы получаем четыре зацепленные лестницы - четырехчастичный реджевский полюс (3,8).

Аналогично можно рассуждать и для системы N лесенок, так что выгодно (за счет множителей $g^2 \ln s/m^2$), чтобы они были сближенными на всем пути их диффузии по быстрой; в результате возникает полюс с интерсептом, как мы видели, равным

$$\alpha^{(N,N)}(0) = -2N + 1 + \text{const} \frac{g^2}{m^2} N^2 \quad (n_1 = n_2 = N).$$

8) Как можно видеть, мы часто в статье используем язык протонной модели, и это не удивительно, ибо φ^3 -теория со своим обрезанным характером по поперечным импульсам, является по сути дела единственной теоретико-полевой ее основой, да и сама мультипериферическая модель фактически есть модель партонов^{/18/}.

В этом свете интересно выяснить, чему равна "подвижность" такой сложной системы. В следующем разделе мы найдем наклон найденного здесь полюса и свяжем его с наклоном "затравочного" реджеона. На языке N "затравочных" реджеонов - лестниц появление важного слагаемого с N^2 в $\alpha^{(N,N)}(0)$ можно понять как результат $N(N-1)/2$ независимых взаимодействий ("потенциалов") с учетом N потенциалов между ребрами этих "реджеонов" ($N^2 = 2 \frac{N(N-1)}{2} + N$)⁹⁾.

Притяжение, обеспечиваемое φ^3 -теорией, дает отсутствие насыщения в системе N "затравочных" реджеонов-лестниц. В этой связи можно думать, что полученный эффект имеет место не только в φ^3 -теории, а и в других теориях с притяжением.

При этом другие теории могут привести в задачу новые аспекты. Например, φ^4 -теория с притяжением даст начало многолестничным, а не только парным, как в φ^3 -теории, "взаимодействиям".

В заключение остановимся на одном важном моменте, связанном с тем, что при достаточно больших n_1 и n_2 $\alpha^{(n_1, n_2)}(0)$ становится очень большим.

До каких n_1 , n_2 можно доверять полученным результатам?

Возможно, что большие n_1 , n_2 соответствуют области неустойчивости φ^3 -теории и полученной нами зависимости $\alpha^{(n_1, n_2)}(0)$ от n_1 , n_2 при таких n_1 , n_2 нельзя доверять.

В этом свете также представляется важным исследование возможности существования эффекта n_1, n_2 , полученного в φ^3 -теории, в других теориях. Ниже мы покажем, что он существует и

9) В этой связи надо упомянуть цикл работ Бланкенбеклера и сотрудников /19, 20/, в которых слагаемое с N^2 возникло в эйзенштейновских унитарных моделях.

в теориях с устойчивостью (см. п.7). Однако, прежде, чем рассмотреть этот вопрос, мы найдем, как зависит от n_1, n_2 наклон найденного здесь многочастичного полюса Редже.

§ 6. Траектории многочастичных полюсов Редже^{/3/}

В предыдущих разделах на примере φ^3 -теории было показано существование полюсов Редже, генерированных многочастичными состояниями в t -канале.

Интерсепт этих полюсов - в отличие от случая мандельштамовских ветвлений, также возникающих из-за многочастичных t -канальных состояний, - растет квадратично с числом частиц в t -канале. Тем самым мы имеем механизм смещения вправо полюсов Редже в теории возмущений даже для бесспиновых частиц. С другой стороны, как уже отмечалось в п.1, давно ожидалось, что последовательный учет t -канальных многочастичных состояний должен обеспечивать прямолинейность реджевских траекторий в довольно большом интервале t .

Наиболее четкие доводы в пользу этого были высказаны Мандельштамом в 1966г.^{/6/}.

В настоящем разделе мы покажем, что многочастичные полюса Редже реализуют идею Мандельштама о роли многочастичных t -канальных состояний в обеспечении прямолинейности реджевских траекторий.

Мы будем исходить из формулы (4,1), дающей главную логарифмическую асимптотику диаграммы для упругого бинарного рассеяния с $n \equiv n_1 + n_2$ частицами в t -канале.

В п.4 $\mathcal{K}(\vec{z})$ - "поперечный" интеграл, соответствующий стягиванию всех горизонтальных линий диаграммы в точки, был

исследован лишь для $\vec{q} = 0$.

Для $\vec{q} \neq 0$ $\mathcal{K}(\vec{q})$, как нетрудно показать, можно представить в виде

$$\mathcal{K}(\vec{q}) = \left(\frac{1}{2(2\pi)^2} \right)^{n-2} \int \prod_{i=1}^{L+1} \frac{d^2 x_i}{2(2\pi)^2} \prod_{i \neq j} K_0(m|\vec{x}_i - \vec{x}_j|) e^{i\frac{\vec{q}}{n}(\vec{x}_i - \vec{x}_j)}, \quad (6,1)$$

где функция Макдональда $K_0(m|\vec{x}_i - \vec{x}_j|)$ описывает "распространение" частицы с массой m в двумерном пространстве для физической области рассеяния ($t = -\vec{q}^2 < 0$). Для $t > 0$ $K_0(m|\vec{x}|)$ надо заменить на $\frac{i^n}{2} H_0^{(2)}(m|\vec{x}|)$, где $H_0^{(2)}(m|\vec{x}|)$ - функция Ганкеля первого рода.

Рассмотрим сперва в (6,1) область не очень больших \vec{q} ($|\vec{q}| < nm$). Действуя аналогично тому, как это было в п.3, 4 при оценке $\mathcal{K}(0)$, мы получим после суммирования по всем L и учета всевозможных перекрестов вертикальных линий следующую оценку для траектории n -частичного полюса Редже, являющуюся обобщением формулы (5) на случай $\vec{q} \neq 0$ ($|\vec{q}| < nm$):

$$\alpha^{(n_1, n_2)}(\vec{q}) = -n + 1 + \frac{g^2}{16\pi^2} \frac{\gamma^2}{m^2} K_0^2(2\gamma)_{n, n_2} \left[1 - \beta \frac{g^2 \gamma^2}{n^2 m^2} \right] \quad (6,2)$$

где γ - произвольная постоянная, введенная в п.3, а β возникла от усреднения по углам в (6,1).

Из (6,2) следует для наклона траектории многочастичного полюса Редже:

$$\alpha' \begin{matrix} (n_1, n_2) \\ (0) \end{matrix} = \frac{\gamma_{n_1, n_2}}{(n_1 + n_2)^2} \alpha' \begin{matrix} (1, 1) \\ (0) \end{matrix}, \quad (6,3)$$

где $\alpha^{(2,2)}(0)$ — наклон траектории полюса Редже для простой лессенки с двумя частицами в t -канале.

Отметим, что формулы (6,2) и (6,3) носят приближенный характер в связи с невозможностью найти точные множители типа γ и β (т.е. с невозможностью точно решить "задачу n тел") но они точны в смысле зависимости $\alpha^{(n_1, n_2)}(0)$ и $\alpha^{(k_1, k_2)}(0)$ от n_1, n_2 , что является наиболее важным моментом в данной задаче (см. также замечание в конце п.4).

Из (6,3) видно, что наклон траектории многочастичного полюса Редже существенно определяется конфигурациями частиц в t -канале.

Например, при наиболее оптимальной, с точки зрения асимптотики конфигурации $(n_1 = n_2)$ $\alpha^{(n_1, n_2)} = \alpha^{(2,2)}$
 но $\alpha^{(n_1, n_2)} \approx \frac{n_2}{n_1} \alpha^{(2,2)} \ll \alpha^{(2,2)}$

при $n_1 \gg n_2$. Последний случай напоминает ветвления, для которых $\alpha_c^{(N, N)} = \frac{1}{N} \alpha^{(2,2)}$.

Рассмотрим теперь большие \vec{q} ($|\vec{q}| > nm$).

В этом случае существенная область интегрирования в (6,1) определяется значениями $|\vec{x}_i - \vec{x}_j|$ порядка $n/|\vec{q}|$, и для траектории (n_1, n_2) -полюса находим

$$\text{Re } d_{(n_1, n_2)}(\vec{q}) \approx -n + 1 + n_1 n_2 n^2 \frac{g^2}{16\pi^2} \frac{1}{|\vec{q}|^2} \ln^2 \left(\frac{2g}{nm} \right). \quad (6,4)$$

Приведем для полноты аналогичное (6,4) выражение для мандельштамовского ветвления с $n_1 = n_2 = N$:

$$\text{Re } d_c^{(N, N)}(\vec{q}) \approx -2N + 1 + N^3 \frac{g^2}{16\pi^2} \frac{1}{|\vec{q}|^2} \ln^2 \left(\frac{2g}{nN} \right).$$

Таким образом траектории многочастичных полюсов Редже с n -частицами в \hat{t} -канале имеют прямолинейные участки до \hat{t} -канального порога $\vec{q}^2 = n^2 m^2$, вблизи него они начинают загибаться и при дальнейшем росте $|\vec{q}|$ падают как

$$\frac{n^4}{g^2} \ln^2 \frac{2g}{nm}, \text{ приближаясь асимптотически к значению } -n + 1.$$

Полученные выводы соответствуют картине, ожидавшейся в [6]. Рисунок 9 иллюстрирует сказанное.

§ 7. Многочастичные полюсы в суперсимметричной
теории /4/

Полученные выше результаты делают, очевидно, крайне важной задачу понимания механизма возникновения квадратичной зависимости от $n_1 + n_2$ интерсепта многочастичных полюсов и, в частности, проблему, связанную с такими n_1, n_2 , при которых полюс сдвигается сколь угодно вправо.

Вполне, например, могло бы случиться - и это отмечалось уже в конце п.5, - что такие большие n_1, n_2 соответствуют области неустойчивости φ^3 -теории, и полученным результатам при таких n_1, n_2 нельзя доверять.

Рассматривая, например, φ^3 -теорию на классическом языке, т.е. связывая число частиц n с φ^2 , можно видеть, что при $n > n_{кр} \sim m^2/g^2$, соответствующем началу неустойчивости потенциала $V(\varphi) = m^2\varphi^2 - g\varphi^3/g!$, как раз начинается желательное смещение $\alpha^{(n_1, n_2)}(0)$ вправо с ростом n_1, n_2 .

Использованный пример указывает на крайнюю необходимость подтверждения найденных результатов в устойчивой теории. При этом, естественно, иметь дело со сходящимися теориями, обеспечивающими ограниченность поперечных импульсов.

Здесь мы рассматриваем пример такой теории - суперсимметричную модель Весса и Зумино /21/. При этом мы будем придерживаться формулировки этой модели, данной в /22/.

Модель Весса и Зумино - простейшая суперсимметричная модель, описывающая содействие скалярного кирального суперполя с безразмерной константой связи. Самодействие в этой модели

дается следующим выражением^{/22/}

$$S_I = \frac{2}{3} g \int d^4x d^2\theta [\delta^\Gamma(\bar{\theta}) \varphi_i^3(x, \theta) - \delta^\Gamma(\theta) \varphi_i^{+3}(x, \bar{\theta})] \quad (7,1)$$

Здесь $\varphi_i(x, \theta)$ скалярное киральное суперполе, являющееся полем в суперпространстве $x_\mu, \theta_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$ ($\alpha, \dot{\alpha} = 1, 2$) обычных и антикоммутирующих спинорных ($\theta_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$) координат.

В выражении (7,1) по переменным θ и $\bar{\theta}$ идет грасманово интегрирование, $\delta^\Gamma(\theta)$ и $\delta^\Gamma(\bar{\theta})$ -обобщенная δ -функция от спинорных координат

Суперполе $\varphi_i(x, \theta)$ разлагается по обычным полям

$$\begin{aligned} \varphi_i(x, \theta) = & \frac{1}{2} (A(x) - i B(x)) + \theta^\alpha \chi_\alpha(x) + \\ & + \theta^\alpha \theta_{\dot{\alpha}} \frac{1}{2} (F(x) + i G(x)), \end{aligned} \quad (7,2)$$

где $A(x)$ и $F(x)$ - вещественные скалярные поля, $B(x)$ и $G(x)$ - вещественные псевдоскалярные поля, а $\chi(x)$ - двумерный спинор. С помощью уравнений движения поля $F(x)$ и $G(x)$ выражаются через поля $A(x)$ и $B(x)$. В терминах полей $A(x)$ и $B(x)$ полное действие имеет вид

$$\begin{aligned} S_I = \int d^4x \left\{ \frac{1}{2} [(\partial_\mu A)^2 + (\partial_\mu B)^2 - i \bar{\psi} \partial_\mu \gamma_\mu \psi - m \bar{\psi} \psi - \right. \\ \left. - m^2 A^2 - m^2 B^2] - mg A(A^2 + B^2) - \frac{g^2}{2} (A^2 + B^2)^2 - \right. \\ \left. - g \bar{\psi} (A - i \gamma_5 B) \psi \right\}. \end{aligned} \quad (7,3)$$

Как видно из этого выражения, потенциал взаимодействия, помимо члена типа mgA^3 содержит также член $g^2 A^4$, который делает теорию устойчивой.

Для дальнейшего нам понадобятся правила Фейнмана для модели Весса и Зумино в явно суперсимметричном инвариантном виде^[22]. В модели существует два типа вершин ϕ^{+3} и ϕ^3 , которые будут обозначаться \oplus и \ominus соответственно. В каждой вершине сохраняется 4-импульс и ей сопоставляется $(2\pi)^4 \delta(\sum p_i)$. Внутренним линиям, соединяющим две \oplus вершины, соответствует пропагатор

$$\begin{array}{c} \oplus \\ \bar{\theta}_1 \end{array} \xrightarrow{p} \begin{array}{c} \oplus \\ \bar{\theta}_2 \end{array} \quad \frac{-im\delta^4(\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2)}{p^2 - m^2 + i\epsilon}; \quad (7,4a)$$

для линии, соединяющей две вершины \ominus ,

$$\begin{array}{c} \ominus \\ \theta_1 \end{array} \xrightarrow{p} \begin{array}{c} \ominus \\ \theta_2 \end{array} \quad \frac{im\delta^4(\theta_1 - \theta_2)}{p^2 - m^2 + i\epsilon}; \quad (7,4b)$$

для линии, соединяющей \oplus и \ominus вершины, пропагатор имеет вид

$$\begin{array}{c} \oplus \\ \bar{\theta}_1 \end{array} \xrightarrow{p} \begin{array}{c} \ominus \\ \theta_2 \end{array} \quad \frac{i}{2} \frac{\exp(2\theta_1 p^1 \bar{\theta}_2)}{p^2 - m^2 + i\epsilon}$$

Каждой внешней линии сопоставляется функция $\varphi_{ext}(x, \theta)$
или $\varphi_{ext}^+(x, \bar{\theta})$:

$$\varphi_{ext}(p, \theta) = \frac{1}{2}(A_{ext}(p) - iB_{ext}(p)) +$$

$$+ \theta^\alpha \chi_\alpha(p) - \theta^\alpha \bar{\theta}_\alpha \frac{m}{2}(A_{ext}(p) + iB_{ext}(p)).$$

(7,5)

По всем спинорным координатам внутренних вершин и по импульсам внутренних линий производится интегрирование. Чтобы получить S -матричный элемент процесса для обычных полей необходимо интегрировать и по спинорным координатам внешних вершин.

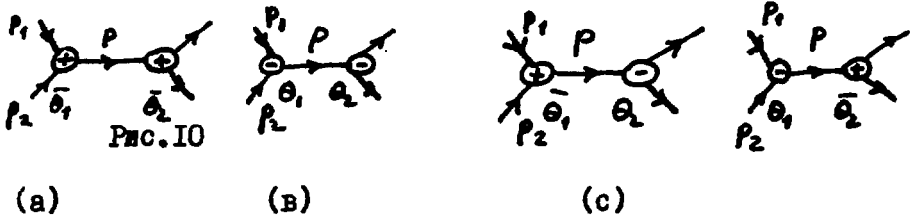
После таких приготовлений перейдем к вычислению асимптотик диаграммы упругого рассеяния.

Прежде, чем исследовать асимптотику интересующего нас типа диаграммы, найдем асимптотику обычных лестничных диаграмм в суперсимметричной модели Весса и Зумино, что представляет, на наш взгляд, и самостоятельный интерес.

Мы будем работать в явно суперсимметрично инвариантном формализме. Поэтому рассматриваемые нами диаграммы топологически полностью эквивалентны диаграммам, имеющимся в теории с тем только отличием, что здесь имеются два типа вершин, о которых шла речь выше.

Рассмотрим сперва диаграммы упругого двухчастичного рас-

сеяния скалярных частиц низшего порядка. Имеем следующие диаграммы (рис.10):



Для амплитуды, соответствующей рис.10а имеем:

$$M_2^{(2)} = -\frac{g^2}{(2\pi)^4} \int d^2\bar{\theta}_1 d^2\bar{\theta}_2 \frac{im\delta^r(\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2)}{p^2 - m^2 + i\epsilon} \cdot$$

$$\frac{1}{2^4} (1 - m\bar{\theta}_1 \cdot \bar{\theta}_2)^2 (1 - m\bar{\theta}_2 \cdot \bar{\theta}_2)^2 =$$

$$= -\frac{i}{2} \frac{g^2}{(2\pi)^4} \frac{m^2}{p^2 - m^2} \quad (7,6)^{10)}$$

¹⁰⁾ Всплыв ниже, начиная с формулы (7,6) g соответствует $\frac{2}{3}g$ в формуле (7,1)

В асимптотике ($s = p^2 \gg m^2$)

$$M_a^{(2)} \approx -\frac{i}{2} \frac{g^2}{(2\pi)^4} m^2/s. \quad (7,7)$$

Аналогично для асимптотики диаграммы (b) получаем

$$M_b^{(2)} \approx \frac{i}{2} \frac{g^2}{(2\pi)^4} m^2/s. \quad (7,8)$$

Для диаграммы (c) имеем

$$M_c^{(2)} = -\frac{g^2}{(2\pi)^4} \int d^2\bar{\theta}_1 d^2\theta_2 \frac{1}{2} \frac{\exp(2\theta_2 \hat{p} \bar{\theta}_1)}{p^2 - m^2} \cdot \frac{1}{2^4} (1 - m\bar{\theta}_1\bar{\theta}_1)^2 (1 - m\theta_2\theta_2)^2. \quad (7,9)$$

В асимптотике

$$M_c^{(2)} \approx \frac{ig^2}{4(2\pi)^4}. \quad (7,10)$$

Аналогично $M_d^{(2)} \approx \frac{ig^2}{4(2\pi)^4}.$

Таким образом, для асимптотики процесса рассеяния скалярных частиц в низшем приближении получаем

$$M^{(2)} = M_a^{(2)} + M_b^{(2)} + M_c^{(2)} + M_d^{(2)} \approx \frac{ig^2}{2(2\pi)^4}. \quad (7,11)$$

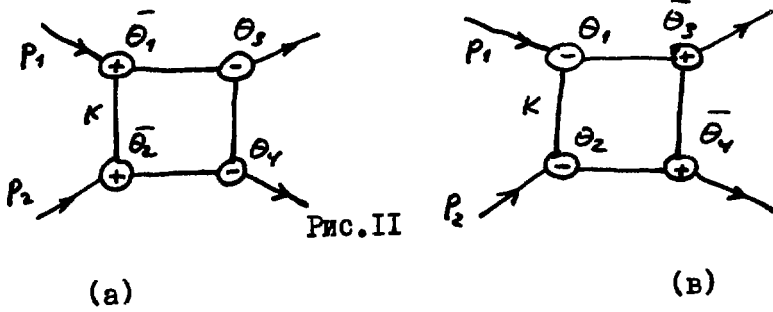
При вычислении были использованы следующие свойства грассманова интегрирования:

$$\int d\theta_\alpha = 0, \int d\theta_\beta \theta^\alpha = \delta_\beta^\alpha, \int d^2\theta \delta^r(\theta) = 1,$$

а также формула

$$\int \exp(2\bar{\theta}_1 \hat{p} \theta_2) d^2\bar{\theta}_1 d^2\theta_2 = -4p^2. \quad (7,12)$$

Рассмотрим теперь следующие диаграммы четвертого порядка



$$M_a^{(4)} = \left(\frac{g^2}{(2\pi)^4} \right)^2 \int d^2\bar{\theta}_1 d^2\bar{\theta}_2 d^2\theta_3 d^2\theta_4 \frac{im \delta^r(\bar{\theta}_1 - \bar{\theta}_2)}{k^2 - m^2 + i\epsilon}$$

$$\cdot \frac{-im \delta^r(\theta_3 - \theta_4)}{(q-k)^2 - m^2 + i\epsilon} \quad \frac{i}{2} \frac{\exp(2\theta_3 (\hat{p}_1 - \hat{k}) \bar{\theta}_1)}{(p_1 - k)^2 - m^2 + i\epsilon}$$

$$\cdot \frac{i}{2} \frac{\exp(2\theta_4 (\hat{p}_2 + \hat{k}) \bar{\theta}_2)}{(p_2 + k)^2 - m^2 + i\epsilon} d^4k \frac{1}{2^4} (1 - m \bar{\theta}_1 \bar{\theta}_1)$$

$$\cdot (1 - m \bar{\theta}_2 \bar{\theta}_2) (1 - m \theta_3 \theta_3) (1 - m \theta_4 \theta_4) \approx (7,13)$$

$$\approx m^2 g^4 \ln^5/m^2 C(q).$$

где $C(q)$ "поперечный" интеграл, равный

$$\int \frac{d^2 k}{(k^2 + m^2)((q-k)^2 + m^2)}.$$

Аналогичная асимптотика получается также для диаграммы (в)

$$M_6^{(4)} \approx m^2 g^4 \ln \frac{s}{m^2} C(q).$$

(7,14)

Диаграммы с другим расположением вершин \oplus и \ominus не дают вклада в асимптотику амплитуд в главном по $\ln \frac{s}{m^2}$ приближении.

В общем случае, когда у нас имеется диаграмма лестничного типа с N перекладинами, будем иметь следующую асимптотику для амплитуды (см. рис.12):

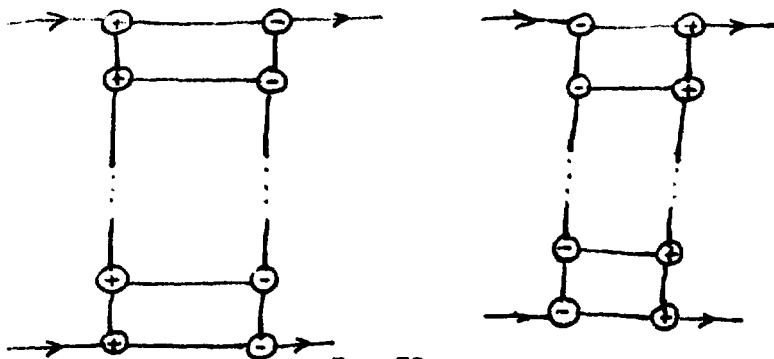


Рис. 12

$$M^{(N)} \approx g^{2N} \frac{1}{(N-1)!} \ln^{N-1} \left(\frac{s}{m^2} \right) (m^2 C(q))^{N-1} \quad (7,15)$$

При этом вклад в асимптотику диаграммы дает такое расположение \oplus и \ominus вершин, когда все вершины, испускающие частицы (перекладины)-одного знака, а вершины, собирающие частицы - другого знака. Просуммировав по числу перекладин N , мы получаем следующую асимптотику упругого рассеяния, когда в t -канале образовано двухчастичное связанное состояние:

$$M = \sum_{N=1}^{\infty} M^{(N)} = g \left(\frac{s}{m^2} \right) g^{2m^2} C(\rho) \quad (7,16)$$

Итак, мы получили полюс Редже с интерсептом траектории

$$\alpha^{(1,1)}(0) = g^{2m^2} C(0). \quad (7,17)$$

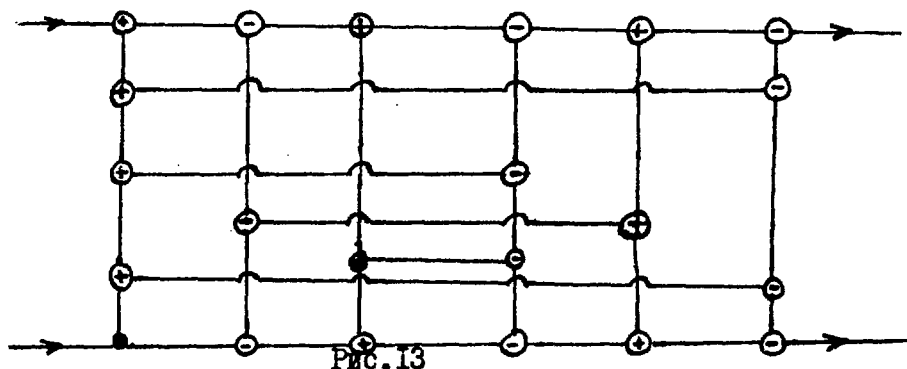
Видно, что интерсепт этого полюса находится в j -плоскости около нуля в отличие от теории $g\varphi^3$, где интерсепт полюса Редже, образованного двухчастичным состоянием в t -канале, находится вблизи -1 . Нетрудно понять, что причиной этого сдвига вправо является наличие в суперсимметрии φ^4 -взаимодействия.

Перейдем к изучению многочастичных связанных состояний в t -канале.

Пусть в t -канале имеется $n_1 + n_2$ частиц. Как мы видели, для того, чтобы в φ^3 -теории получить диаграммы с большим числом частиц в t -канале, дающие наиболее существенный вклад в асимптотику процесса упругого рассеяния, необходимо соединить перекладинами частицы из группы n_1 с частицами из

группы n_2 .

В рассматриваемой теории оказывается, что не всякое соединение частиц из группы n_1 с частицами из группы n_2 приводит к существенной асимптотике амплитуды. На рис.13 приведен пример диаграммы, на которой проведены некоторые существенные для асимптотики перекладины.



Каждой дополнительной перекладине будет соответствовать множитель $g^2 \ln^2/m^2$ в том и только в том случае, если построить диаграммы по следующим правилам:

1. По всей длине частиц t -канала вершины, испускающие или собирающие частицы, должны быть одного типа - \oplus или \ominus .

2. Чтобы не получить зануления амплитуды диаграммы при интегрировании по спинорным координатам вершин, необходимо чередовать вертикальные \oplus и \ominus -линии;

3. Надо соединять перекладинами \oplus -линии из группы n_1 с \ominus -линиями группы n_2 и \ominus -линии из группы n_1 с \oplus -линиями группы n_2 .

Всякое иное распределение \oplus , \ominus вершин и перекладин приводит или к занулению амплитуды диаграммы или к потере

множителя $\ln S/m^2$.

Из свойств 2 и 3 следует, что в главном логарифмическом приближении амплитуды диаграмм с нечетным числом частиц в t -канале не существенны.

Рассмотрим диаграмму с n_1+n_2 линиями в t -канале, удовлетворяющую свойствам 1-3. Пусть n_1^+ и n_1^- - число \oplus и \ominus линий в группе n_1 -частиц t -канала, а n_2^+, n_2^- - соответствующее число линий в группе n_2 -частиц. Обозначим через N_{ij} количество перекладин, соединяющих i -ую линию из группы n_1 с j -ой линией из группы n_2 ($i \in (1, 2, \dots, n_1)$, $j \in (1, 2, \dots, n_2)$). Действуя аналогично тому, как это было в п.4, найдем асимптотику амплитуды такой диаграммы

$$-\frac{i}{(2\pi)^4} \frac{S^{-\frac{n_1+n_2}{2}+1}}{(L+n_2)!} g^{2(L+n_1+n_2)} \ln^{L+m_1} \left(\frac{S}{m^2}\right) \mathcal{K}(g),$$

где

$$L = \sum N_{ij}, \quad m_{2(2)} \equiv \max(\min)\{n_1, n_2\} \quad (7, 18)$$

В (7, 18)

$$\mathcal{K}(g) = \int \prod_{i=1}^{L+n_1+n_2-1} \frac{\pi d^2 k_i}{2} \prod_{i=1}^{2L+n_1+n_2} P_i^{-1} (m^2)^{L+1}$$

уже знакомый "поперечный" интеграл, соответствующий стягиванию всех горизонтальных линий в точки.

В п.4 и 5 была дана оценка "поперечного" интеграла для φ^3 -теории. Действуя аналогичным образом, получим, что

$$\mathcal{K}^{(2L+2n_1+2n_2)}(0) \geq (2\pi)^{n_1+n_2-2} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{L+n_1+n_2-1} (\pi\gamma^2)^{L+1} \cdot [K_0(2\gamma)]^{2L+n_1+n_2} \quad (7,19)$$

Здесь γ - опять произвольное число, которое нам неизвестно, в связи с невозможностью точно решить задачу многих тел.

Подставляя эту нижнюю границу (7,19) в (7,18), для вклада диаграмм рассматриваемого типа в асимптотику упругого рассеяния вперед будем иметь:

$$\frac{-i}{(2\pi)^4} g^{2m_2} \left(\frac{S}{m_2}\right)^{-n_1-n_2+1} [K_0(2\gamma)]^{m_2-m_1} \left(\frac{2}{\gamma^2}\right)^{n_1-1} \cdot (\pi^2)^{m_2-1} \frac{1}{(L+m_1)!} \left[\frac{\pi^2}{2} g^2 \gamma^2 K_0^2(2\gamma) \ln \frac{S}{m_2} \right]^{L+m_1}$$

Складывая теперь все топологически разные диаграммы $\mathcal{Q}(L+n_1+n_2)$ -го порядка, получающиеся перестановкой перекладин, а также всевозможными перекрестами вертикальных линий внутри групп n_1 и n_2 и суммируя по всем L , получим следующую нижнюю границу асимптотики амплитуды упругого рассеяния вперед с n_1+n_2 -частицами в t -канале:

$$\frac{-i}{(2\pi)^4} g^{2m_2} K_0^{m_2-m_1} (2\gamma) \left(\frac{2}{\gamma^2}\right)^{m_1-1} (\pi^2)^{m_2-1} \left(\frac{S}{m_2}\right)^{\alpha^{(n_1, n_2)}(0)} \quad (7,20)$$

где

$$\alpha^{(n_1, n_2)}(0) = -\frac{n_1 + n_2}{2} + 1 + \frac{\pi^2 g^2}{2} \gamma^2 K_0^2(2\gamma) (n_1^+ n_2^- + n_1^- n_2^+) \quad (7,21)$$

Учет всевозможных существенных перекрестов вертикальных линий из группы n_1 с линиями группы n_2 приводит к сигнатурному множителю

$$\left[1 + \exp\left\{ i\pi g^2 \frac{\pi^2 \gamma^2}{2} K_0^2(2\gamma) \right\} \right]^{n_1^+ n_2^- + n_1^- n_2^+} \quad (7,22)$$

Очевидно, что

$$n_1^+ n_2^- + n_1^- n_2^+ = \begin{cases} \frac{n_1 n_2}{2}, & n_1, n_2 - \text{четные} \\ \frac{n_1 n_2 + 1}{2}, & n_1, n_2 - \text{нечетные} \end{cases} \quad (n_1 + n_2 - \text{всегда четно})$$

Таким образом, мы получили, что устойчивая (в смысле отсутствия эффективного φ^4 -взаимодействия) суперсимметричная теория подтверждает существование многочастичных полюсов Редже с квадратичной зависимостью интерсепта от числа частиц в t -канале.

Конечные результаты (7,20-7,22) качественно те же, что и в φ^3 -теории.

Выигрыш в асимптотике по сравнению с φ^3 -теорией, связанный с возникновением вместо члена $-n_1 - n_2$ члена $-\frac{n_1 + n_2}{2}$ в (7,21) обязан, как нетрудно понять, тому, что рассматриваемая

теория эффективно содержит в себе φ^4 -взаимодействие (аналогичное явление, как мы видели, имело место для простой двухчастичной лесенки): максимальный степенной выигрыш в асимптотике возникает тогда, когда вдоль крайних горизонтальных линий диаграмм рассмотренного здесь типа (рис.13) проходят пары частиц. Максимальное число их равно $\frac{1+1}{2}$.

§ 8. Квантовомеханическая картина многочастичного реджеона^{/5/}

Существенным моментом, который подробно исследован в п.3 и п.4 и который привел к квадратичной зависимости $\alpha^{(n_1, n_2)}(0)$ от числа частиц в t -канале (формула (4.5)), являлся учет взаимодействия - "перекладки" между частицами из разных групп n_1 и n_2 .

Как было подробно прослежено в п.п.3 и 4, на языке существенных вкладов в асимптотику это обстоятельство проявлялось в том, что взаимодействие между любыми двумя частицами из разных групп (соединение их перекладкой) приводило каждый раз к множителю $g^2 \ln^2/m^2$ в асимптотике амплитуды, тогда как взаимодействие между частицами из одной группы давало лишь множитель $\approx g^2$ и поэтому не было существенным интереса, ибо оно не давало максимального "насыщения" амплитуды множителями \ln^2/m^2 при данном порядке по g^2 . В результате, с точки зрения S -канала возникшее связанное многочастичное состояние (названное нами многочастичным полюсом Редже) есть, как уже говорилось, система зацепленных между собой вдоль всей их длины n_1, n_2 лесенки.

Взглянем на полученный результат типа (4.5) с точки зрения t -канала.

Нетрудно понять, что слагаемое $-n_1 - n_2 + 1$ в (4.5) связано с фактом образования $n_1 + n_2$ невзаимодействующих между собой частиц в t - канале.

Существенное в (4.5) слагаемое, пропорциональное $n_1 n_2$, есть максимальный возможный момент связанного состояния в t - канале из $n_1 + n_2$ частиц. Причем, в соответствии с тем, что было сказано выше в связи с максимальным "насыщением" амплитуды множителями $\ln \frac{g}{m^2}$, слагаемое с $n_1 n_2$ отвечает моменту относительного движения групп n_1 и n_2 частиц. Внутри групп n_1 и n_2 частиц момента нет (с точки зрения S - канала этому соответствует то обстоятельство, что перекладки между частицами внутри каждой из групп дают вклад $\sim g^2/m^2$ в асимптотику амплитуды II). Теперь, когда результат типа (4.5) подтвержден нами в п.7 в теории, лишенной недостатка φ^3 - теории - ее неустойчивости, представляется крайне важным подробно исследовать квантовомеханическую задачу, которая возникает в связи с только что приведенной нами интерпретацией формул (4.5) (или (7.2I)).

Именно, в дальнейшем нас будет интересовать задача о максимально допустимых моментах количества движения связанных состояний, образованных короткодействующим притяжением.

II) Заметим, что если бы в системе $n_1 + n_2$ частиц в t - канале мы имели $N(n_1 = n_2 = N)$ связанных состояний, не взаимодействующих между собой, то, аналогично рассуждая, можно было бы написать $d_c^{(N, N)}(0) = -2N + 1 + N \frac{g^2}{m^2} \text{const}$, ибо максимально возможный момент в этой системе $\approx N \frac{g^2}{m^2}$, где g^2/m^2 - максимальный момент одного связанного состояния (простой лестницы). Это есть обычное N - реджеонное мандельштамовское ветвление.

начнем рассмотрение с φ^3 -теории.

Рассмотрим нерелятивистскую систему из $n_1 + n_2$ частиц, бинарное взаимодействие между которыми дается потенциалом Кэкава $V_{ij} = -\frac{g^2}{m^2} e^{-m z_{ij}} / z_{ij}$ (m - масса частиц).

В соответствии с тем, что сказано выше, мы будем изучать движение системы n_1 частиц относительно n_2 частиц.

Задачу будем решать в приближении самосогласованного поля.

Соответствующий потенциал, действующий на j -ую частицу,

$$U_j(\vec{z}) = \sum_{i \neq j} \int \varphi_i^2(\vec{z}') V_{ij}(\vec{z} - \vec{z}') d\vec{z}'$$

качественно изображен на рис.14.

Любая частица из, например, группы n_1 частиц в этом потенциале занимает основной уровень, любая частица из группы n_2 занимает более высокий уровень, вращаясь в этом самосогласованном поле.

В промежуточной области $R_0 < z < R \approx m^{-1}$ частицы группы n_1 создают потенциал притяжения $-n_1 (g/m)^2 / z$. Подсчитаем максимальный момент у частиц из группы n_2 в таком самосогласованном потенциале.

Волновая функция частицы в "кулоноподобной" области ($R_0 < z < R \approx m^{-1}$) самосогласованного потенциала $U(z)$ имеет вид $\sim (zm)^{\ell} \exp\left[-\frac{zm n_1 (g/m)^2}{n}\right]$,

где n здесь - главное квантовое число.

Максимальное n , которое может иметь частица группы n_2 в этой области, порядка $n_2 (g/m)^2$.

Тогда максимальный момент системы из n_2 частиц в области $R_0 < z < R$ будет $n_1 n_2 (g/m)^2$, т.е. мы получили квадратичную зависимость момента связанной системы из $n_1 + n_2$ частиц, аналогичную (4.5).

Как видно из предыдущего простого рассмотрения, существенной для получения этой зависимости является наличие кулоноподобной области с притяжением. Теперь мы переходим к недостатку φ^2 -теории — неустойчивости. С увеличением числа частиц $n_1 + n_2$ самосогласованный потенциал рис. 14 опускается все ниже, и при некотором критическом значении $n_1 + n_2$ энергия основного состояния достигает значения $-m$, при котором начнется спонтанное образование пар, соответствующее неустойчивости φ^2 -теории, всюду являющейся теорией с притяжением.

Ясно, что, модифицируя введением отталкивания, потенциала на малых расстояниях, можно избежать явления неустойчивости.

Из проведенного рассмотрения видно также, что квадратичная зависимость максимального момента от $n_1 + n_2$ этой модификацией не должна измениться, ибо эта зависимость определяется не малыми расстояниями, а промежуточной кулоноподобной областью.

Введем теперь в бинарное взаимодействие V_{ij} отталкивание на малых расстояниях. В связи с приведенным выше рассуждением в промежуточной области сохраним кулоноподобность.

Для простоты рассмотрим такой вид V_{ij} :

$$V_{ij} = \begin{cases} g^2 e^{-z/R} & , z > z_0 \\ \infty & , z < z_0 \end{cases} \quad (8.1)$$

(здесь η имеет размерность g безразмерно).

В (8.1) Z_0 определяет "размеры" частиц, а R - радиус бинарного взаимодействия между частицами.

Соответствующий самосогласованный потенциал $U(z)$ для частицы в поле, созданном n_1 частицами, не обладающими моментом, изображен на рис.15. На этом рисунке $\rho(z)$ определяет область локализации частицы, находящейся на расстоянии z от центра. $U(z)$ рис.15 представляет собой центрально-симметричный потенциал, действующий на частицу в точке z со стороны частиц n_1 , образующих систему радиуса R_0 .

"Дно" этого потенциала - "кулоноподобное". Оно образовано зарядами, равномерно распределенными в сфере радиуса R_0 , в точке z . Для него имеем

$$U = -2\pi\eta g^2 \left(R^2 - \frac{1}{3} z^2 \right), \quad (8.2)$$

где η - плотность частиц. Ее можно связать с $\rho(z)$, определяющей область локализации частицы с радиусом вектором

z : $\eta = (2\rho(z))^{-3}$. Определим теперь равновесное $\rho(z)$, определяющееся минимумом энергии основного состояния частицы в поле потенциала $U(z)$. Определим энергию основного состояния $E(z)$ в квазиклассическом приближении. Она дается следующим выражением:

$$2[2m(E(z) - U(z))]^{1/2} (\rho = R_0) = \pi/2. \quad (8.3)$$

Так как

$$n_1 = \frac{4}{3} \pi R_0^3 / (2\rho)^3 = \frac{\pi R_0^3}{6\rho^3},$$

то получим:

$$E(z) = - \frac{(36\pi n_1^2)^{1/3} g^2 z}{4\rho(z)} + \frac{\pi^2 z^2}{32m(\rho(z)-2)^2} \quad (8.4)$$

Здесь мы для простоты пренебрегли членом $z^{4/3}$ по сравнению с R_0^2 в (8.2).

Минимизируя $E(z)$ по $\rho(z)$, найдем равновесное распределение n_1 частиц.

Для $\rho(z)$ получается следующее уравнение:

$$\frac{\rho^2(z)}{(\rho(z)-2)^3} = 4 \left(\frac{36}{\pi^5 n_1} \right)^{1/3} m d, \quad (8.5)$$

где $d = n_1 g^2$.

В результате мы получаем систему радиуса R_0 из n_1 частиц, каждая из которых занимает объем $(2\rho)^3$.

Подсчитаем массу этой системы M . Так как все частицы имеют одинаковую энергию, то можем написать:

$$n_1 (E + m) = M. \quad (8.6)$$

(8.6) также является условием того, что в потенциальной яме одной частицы не могут родиться пары из вакуума ($M > 0$).

Для M из (8.6) с учетом (8.4) получаем уравнение:

$$1 + \frac{\pi^2}{32(\rho-2)^2 m^2} = \left(\frac{\pi}{6n_1} \right)^{1/3} \frac{1}{m\rho} \left(\frac{M}{m n_1} + \frac{(36)^{1/3} d}{4} \right) \quad (8.7)$$

Пусть вокруг данной системы вращается аналогичная система массы M из $n_2 = n_1 = N$ частиц (для определенности мы рассматриваем случай $n_1 = n_2$, соответствующий максимальному интересу $\alpha^{(n_1, n_2)}(0)$ при заданном числе частиц в t -канале).

Тогда, как и выше, волновая функция системы пропорциональна $\exp\left\{-\frac{g^2 N^2 M^* R}{\hbar}\right\}$, где R - радиус действия сил притяжения между частицами, а $M^* = M/2$ - приведенная масса, так что вся система будет иметь максимальный момент в состоянии с "главным квантовым числом" $n \approx N^{1/2} g^2 M^* R$:

$$l_{max} \approx g^2 N^2 M^* R. \quad (8.8)$$

Таким образом, в соответствии с тем, что говорилось раньше, для интерсепта траектории полюса, соответствующего связанному состоянию $2N$ частиц, можно написать

$$\alpha^{(N,N)}(0) = -2N + 1 + g^2 N^2 M^* R. \quad (8.9)$$

Выбор точки $t = 0$ означает, что выполняется условие

$$2M - \frac{g^2 N^2 M^*}{2\hbar^2} = 0, \quad (8.10)$$

т.е. $MR \approx 1/\sqrt{2}$.

Окончательно мы приходим к следующему выражению для $\alpha^{(N,N)}(0)$:

$$\alpha^{(N,N)}(0) = 1 + N\left(\frac{d}{2\sqrt{2}} - 2\right). \quad (8.11)$$

Покажем, что при разумном подборе входящих в данное рассмотрение параметров можно, в принципе, получить реджеон с интерсептом правее единицы, т.е. обеспечить выполнение неравенства

$$Ng^2 > 4\sqrt{2}.$$

Для этого рассмотрим соотношения (8.5) и (8.7) совместно.

Пренебрежем в (8.5) τ_0 по сравнению с ρ . Тогда из (8.5) следует, что

$$\rho = \frac{1}{4} \left(\frac{\pi^5}{36}\right)^{1/3} \delta/m, \quad (8.12)$$

где $\sigma = N^{4/3} d^{-1} = N^{-2/3} g^{-2}$.

Подставив (8.12) в (8.7) и пренебрегая в нем, в соответствии с (8.10), первым слагаемым в скобках правой части, получим, что

$$\sigma \approx 1.$$

В результате мы приходим к следствию, что при соблюдении условий

$$g^2 \approx N^{-2/3} \text{ и } z_0 \ll 1/2m \quad (8.13),$$

рассматриваемая система из $2N$ частиц образует связанное состояние и при $N^{4/3} > 4\sqrt{2}$ соответствующий многочастичный реджеон имеет интерсепт, больший единицы.

Отметим, что радиус действия сил R такой системы удовлетворяет при этом условию (см. (8.12) и (8.10)):

$$\frac{1}{M} \sim R \gg 4R_0 \approx \frac{\pi^2}{6} \frac{1}{mg}. \quad (8.14),$$

т.е. радиус действия сил намного превышает комptonовскую длину волны составляющих систему частиц.

Можно сказать, что взаимодействие (8.1) между частицами, составляющими наше связанное состояние - реджеон, эффективно осуществляется обменом частицей с массой, меньшей, чем масса самих частиц.

Если пользоваться аналогией, то система, к которой мы пришли для обеспечения существования многочастичного померона, похожа на два вращающихся с большим моментом относительно друг друга ядра без момента (размеры которых $R_0 \approx \rho N^{1/3} \approx \frac{N^{1/3}}{2m}$), причем, в отличие от ядерной ситуации, радиус действия сил между частицами, составляющими такие "ядра", превышает размеры "ядер".

В этом смысле, ρ не является, в отличие от обычной ситуации, радиусом действия сил, а просто определяет область локализации частицы в "ядре". Роль такого радиуса в данной задаче выполняет размер кулоноподобной области, играющей здесь решающую роль.

Можно сказать, что рассматриваемая система похожа на ядерную молекулу.

Отметим, что неограниченное увеличение числа частиц, не будет приводить к неограниченному увеличению момента системы (или, на другом языке, интерсепта реджеона), ибо возникает насыщение, связанное с тем, что при увеличении числа частиц размеры подсистем с n_1 и n_2 частицами возрастут и, в конце концов, превысят размеры кулоноподобной области.

На языке реджеонов это соответствует тому, что при увеличении $n_1 + n_2$ с какого-то значения $n_1 + n_2$ станет выгоднее образовывать не одно, а несколько не взаимодействующих между собой связанных состояний, т.е. станут образовываться ветвления из многочастичных полюсов, образованных меньшим, чем это $n_1 + n_2$, числом частиц.

Проведенный качественный квантовомеханический анализ показывает, что в теории с малой константой связи возможно, в принципе, существование многочастичного реджеона с интерсептом, даже большим единицы.

Мы видели, что для обеспечения этого надо иметь своеобразную, хотя и вполне допустимую ситуацию, когда радиус действия (короткодействующих) сил значительно превышает компто-

новскую длину волны частиц, образующих соответствующее связанное состояние, а также больше, чем размеры подсистем, входящих в него.

Для того, чтобы имелась устойчивость по отношению к рождению пар из вакуума, необходимо было ввести отталкивание на малых расстояниях.

Квадратичная зависимость интерсепта реджеона, соответствующего таким связанным состояниям, от числа частиц, входящих в них, как мы ведем, имеет место в квантовой теории поля, по-видимому, для большого класса взаимодействий с притяжением.

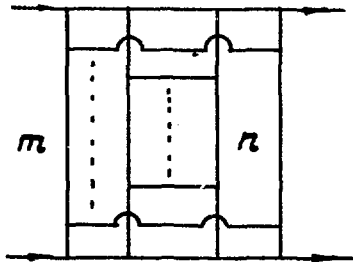
Что касается вопроса о том, существует ли квантовая теория поля, реализующая те условия, которые необходимы были нам при построении вышеприведенной квантовомеханической модели померона с $\alpha(\cdot) > 1$ (наличие "кулоноподобной" области притяжения, отталкивание на малых расстояниях, устойчивость, отмеченные выше условия на радиус действия сил и размеры системы и т.д.), то это, конечно, требует специального исследования.

На первый взгляд кажется, что подходящей теорией может быть комбинация φ^3 -и φ^4 -теорий $g\varphi^3 + \lambda\varphi^4$, имеющая два минимума. При этом может возникнуть трудность с возможностью переходов из одного ("верхнего") минимума в другой ("нижний") с заполнением всего пространства конденсатом частиц.

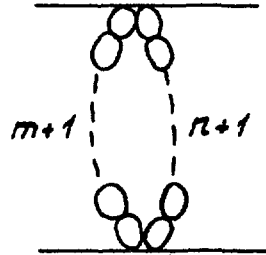
Однако, по-видимому, при подходящих условиях такие переходы подавлены.

Так или иначе, возникшие вопросы требуют внимательного изучения.

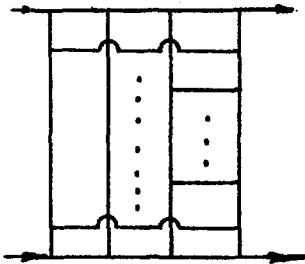
В заключение мне приятно выразить глубокую благодарность А.Г.Седрабяну, вместе с которым выполнены работы, лежащие в основе данных лекций, за интересные обсуждения многих вопросов, связанных с этими работами.



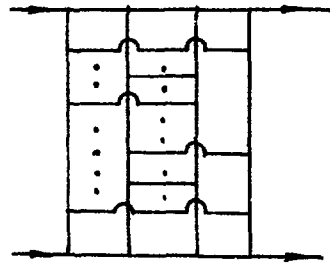
Puc. 1



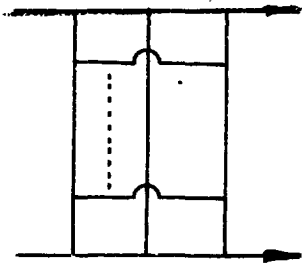
Puc. 2



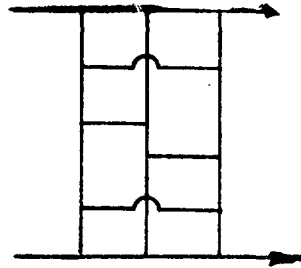
Puc. 3a



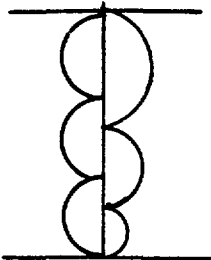
Puc. 3b



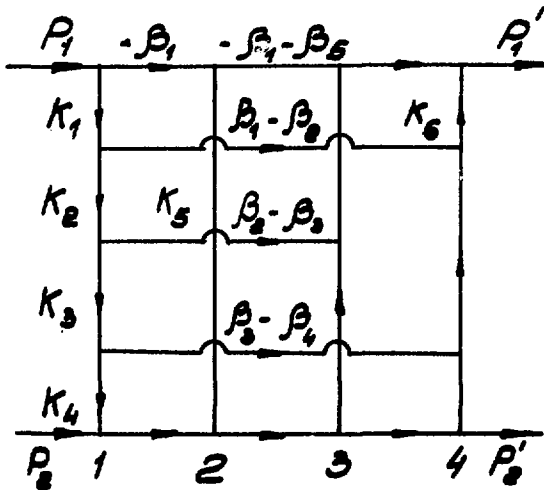
Puc. 4a



Puc. 4b



Puc. 5



Puc. 6

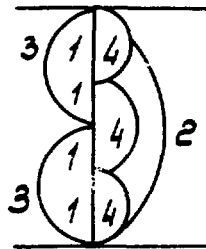


Рис. 7

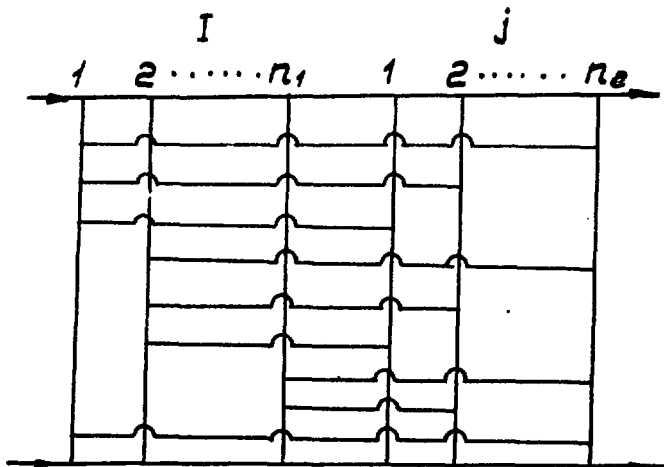


Рис. 8

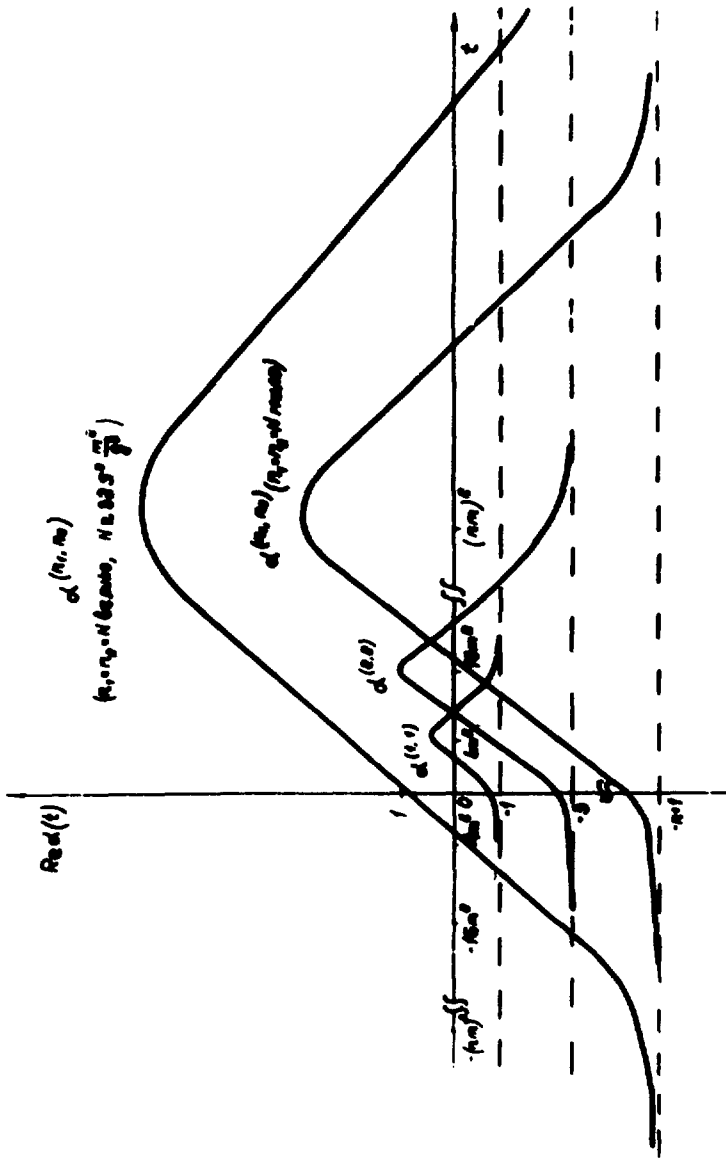
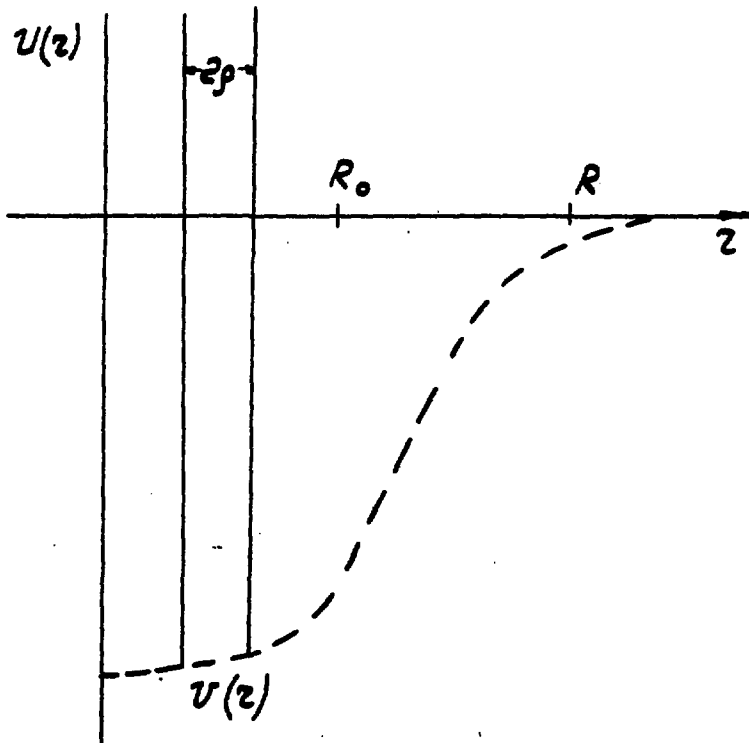
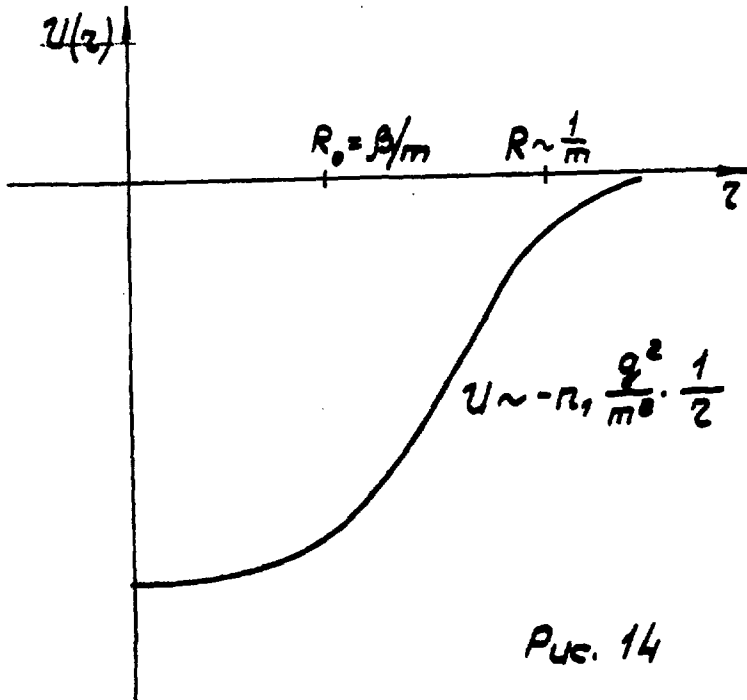


FIG. 9



Л И Т Е Р А Т У Р А

1. С.Г.Матинян, А.Г.Седракян, Письма в ЖЭТФ, 23, 588, 1976
2. С.Г.Матинян, А.Г.Седракян, ЯФ, 24, 845, 1976
3. С.Г.Матинян, А.Г.Седракян, Письма в ЖЭТФ, 24, 240, 1976
4. Г.М.Асатрян, С.Г.Матинян, А.Г.Седракян, ЯФ, 25, 890, 1977
5. С.Г.Матинян, А.Г.Седракян, ЯФ, 26, 1977
6. S.Mandelstam, 1966 Tokyo Summer Lectures in Theoret.Phys, NY, 1
7. S.Mandelstam, Nuovo Cim. 30, 1127, 1963.
8. В.Н.Грибов, И.Я.Померанчук, К.А.Тер-Мартirosян, ЯФ, 2, 361, 1965
9. В.Н.Грибов, ЖЭТФ, 53, 654, 1967
10. G.M.Cicutu, R.L.Sugar, Phys.Rev. D, 3, 970, 1971.
11. B.Hasslacher, D.K.Sinclair, Phys.Rev.D., 3, 1770, 1971
12. B.M.McCoy, T.T.Wu, Phys.Rev.D12, 546, 1975
13. B.M.McCoy, T.T.Wu, Phys.Rev.D12, 578, 1975
14. I.T.Drummond, I.G.Holliday, Nucl.Phys., 105B, 293, 1976, 106B
15. В.В.Судаков, ЖЭТФ, 30, 87, 1956
16. В.Н.Грибов, Материалы X зимней школы ЛИАФ АН СССР, 1975
17. Ф.А.Березин, Г.П.Похил, В.М.Финкельберг, Вестник МГУ, Математика, Механика, № I, 1964
18. В.Н.Грибов, ЯФ, 9, 640, 1969
19. R.Aviv, R.L.Sugar, R.Blankenbecler, Phys.Rev., D5, 3252, 1972
20. S.Auerbach, R.Aviv, R.Sugar, R.Blankenbecler, Phys.Rev.D6, 221
1972
21. J.Wess, B.Zumino, Nucl.Phys. B70, 39, 1974
22. В.И.Огиевецкий, Мезинческу, УФН, II7, 637, 1975

Рукопись поступила 30-го марта 1977 года.

Редактор Л.П.Мукаян
Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 1080

ВВ-03345

Тираж 299

Подписано к печати 31/УИ-77г. Формат издания 30 x 40
3,5 уч.изд.л.Ц.10 к.

Издано Отделом научно-технической информации
Бреванского физического института, Бреван 36, пер.Маргарита 2

ИНДЕКС 3624