

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ԻՆՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ԳՐԱԿԱՆ ԶԱՂՈՐԴՈՒՄ ՆԱՍՏԱՆԱԿԱԿԱՆ ԿՈՄՄՈՒՆԻԿԱՆԻՍՏԻԿԱՆ

ЕФИ-27(73)

Г.М.Гарибян

МАКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПЕРЕХОДНОГО
ИЗЛУЧЕНИЯ

ԱՐՄԻՍ



ԵՐԵՎԱՆ

1973

ЕРЕВАН

We regret that some of the pages in the microfiche copy of this report may not be up to the proper legibility standards, even though the best possible copy was used for preparing the master fiche.

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Научное сообщение ФФИ-27(73)

Г.М.ГАРИБЯН

МАКРОСКОПИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПЕРЕХОДНОГО
ИЗЛУЧЕНИЯ.

Ереван 1973

М. С. ГАРКБЕИ

ДИФФРАКЦИОННАЯ ТЕОРИЯ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В работе дан обзор современного состояния теории переходного излучения. Основное внимание обращено на образование излучения в рентгеновской области частот. Исходя из общей формулы для переходного излучения, испускаемого ультрарелятивистской заряженной частицей в слоистой среде, показано, когда она может быть упрощена и приведена к более простому виду, а когда необходимо пользоваться общей формулой. При этом все расчеты проводились с учетом поглощающей способности вещества. Показано, что в некоторых случаях поглощающая способность вещества влияет не только на вид излучения в слоистой среде образовавшегося излучения, но и на само образование этого излучения. Получены также формулы для рентгеновского переходного излучения, образуемого в неупорядоченной, неоднородной среде, типа пенопласта. Произведен анализ этих формул и показано, когда в такой среде излучение будет аналогично излучению, образуемому в стопке регулярно расположенных пластин.

Брежневский физический институт
Брежан 1973

I. Введение

Гинзбургем и Франком 27 лет тому назад теоретически было предсказано, что равномерно движущаяся заряженная частица испускает излучение при переходе из одной среды в другую [1]. Это излучение, названное вторыми переходным, отличается от черенковского излучения уже тем, что оно может быть образовано при любых скоростях равномерно движущейся заряженной частицы. Другое отличие состоит в том что это излучение зависит от вольт-заряда в обеих средах и если одной из сред является вакуум, то, благодаря тому, что поле заряда в вакууме зависит от его энергии, переходное излучение несет в себе информацию об энергии частицы. При этом в [1] было показано, что отмеченной только что зависимостью интенсивности переходного излучения от энергии частицы, в отличие от черенковского излучения, является не насыщаемой при больших энергиях и что интенсивность логарифмически растет с энергией частицы.

Как было указано в работах [2,3], с точки зрения частиц высоких энергий это свойство является наиболее привлекательным поскольку оно может быть полезным для определения энергии ультрарелятивистских частиц. С другой стороны, ввиду малой величины самого эффекта ($\approx 1/137$ кванта на одной границе раздела сред) измерение

интенсивности переходного излучения от одной частицы представлялось весьма затруднительным и поэтому встал вопрос о возможности увеличения интенсивности переходного излучения путем пропускания заряженной частицы через большое число пластин вещества.

В такой формулировке этот вопрос впервые в литературе был поставлен в работе [3], в которой были получены без каких-либо приближений формулы для переходного излучения, образуемого заряженной частицей в стопке, состоящей из произвольного числа одинаковых пластин, разделенных вакуумными отсеками. Однако для того, чтобы переходные излучения, образуемые на каждой из пластин, суммировались и их интенсивность при этом не оказалась бы сниженной, необходимо, чтобы вакуумные прослойки между пластинами были бы больше некоторой величины, так называемой зоны формирования переходного излучения в вакууме [2,4]. Эта величина, равная $c\gamma^2/\omega$ (где c - скорость света, ω - частота излучения, E и $\mu_0 c^2$ - полная энергия и масса покоя частицы, $\gamma = E/\mu_0 c^2$ есть лоренц-фактор частицы) для частиц, например, с $\gamma = 10^4$ достигает значения 10 метров, что в этом случае делает практически невозможным увеличение интенсивности переходного излучения с помощью стопки пластин. При получении этой оценки считалось, что переходное излучение испускается только в оптической области частот, т.е. $c/\omega \sim 10^{-5}$ см (см. напр. [2]).

Однако вскоре выяснилось, что эти оценки относились к переходному излучению, испускаемому назад относительно направления движения частицы. А именно, в 1959 г. теоретически было показано, что интенсивность переходного излучения, испускаемого вперед по направлению движения ультрарелятивистской частицы, значительно превосходит интенсивность излучения, испускаемого назад и, более того, она линейно растет с ростом энергии частицы [5].

Как было показано Барсуковыми [6] и автором работы [5], это происходит за счет того, что в переходном излучении, испускаемом вперед, начинают образовываться все более жесткие кванты, вплоть до квантов с частотами $\sim \omega_0 \gamma$, где $\omega_0 = \sqrt{4\pi N e^2 / m}$ — есть плазменная частота среды (e , m — заряд и масса электрона, N — число электронов в 1 см^3 вещества). В результате, например, уже при $\gamma \gtrsim 10^3$ начинают образовываться рентгеновские переходные кванты.

Установление этих фактов сыграло решающую роль в вопросе использования переходного излучения для измерения лоренц-фактора ультрарелятивистских частиц. В самом деле, при одном и том же лоренц-факторе частиц зона формирования переходного излучения в вакууме для рентгеновской области частот примерно на три порядка меньше зоны формирования для оптического переходного излучения. Такое резкое уменьшение зоны формирования сделало реальным создание слоистых сред с разумными геометрическими размерами и одновременно с большим количеством пластин. Кроме того, более острая, чем в случае оптического переходного излучения, зависимость интенсивности рентгеновского излучения от энергии частицы, дает возможность легче отличать друг от друга частицы одной массы, но различных энергий или отличать частицы разной массы при одинаковых импульсах.

После отмеченных выше работ в литературе появилось большое количество статей, в которых рассматривались различные вопросы теории и эксперимента, связанные с рентгеновским переходным излучением. В результате всех этих усилий переходное излучение, которое считалось вначале мало кому нужным эффектом, в настоящее время постепенно начинает завоевывать себе место на установках, используемых в физике частиц высоких энергий.

Однако, когда длина волны излучения становится меньше чем расстояния между атомами, мы не имеем уже права, вообще говоря, считать среду сплошной и описывать её с помощью независимой от координат макроскопической диэлектрической постоянной $\epsilon(\omega)$. В этом случае необходимо развить микроскопическую теорию образования рентгеновского переходного излучения, которой мы только слегка коснемся в разделах 9,10.

Отметим только, что в случае идеально аморфных тел микроскопическая теория переходного излучения приводит к тем же формулам, которые получаются и в макроскопической теории. Если же вещество обладает кристаллической структурой, то формулы, следующие из обеих теорий, совпадают везде кроме частот, удовлетворяющих условиям Брэгга. На этих частотах интенсивность рентгеновского переходного излучения усиливается.

Из вышесказанного следует, что рентгеновское переходное излучение является тонким эффектом и для его оптимального использования необходимо очень ясно и четко представлять себе как физический механизм его возникновения, так и формулы, которыми оно описывается. Это тем более важно, что в литературе иногда пользуются еще термином "резонансное" излучение [7]. При этом, хотя физическая трактовка механизма возникновения этого излучения и отличается от соответствующего механизма для переходного излучения, в конце концов оказывается, что формулы для этого излучения совпадают с взятыми в определенном частном случае формулами для переходного излучения, образуемого в слоистой среде. Такой разницей в теории вносит путаницу и затрудняет сравнение экспериментальных результатов с теоретическими [8,9].

Этот вопрос был кратко рассмотрен в статье [10]. Однако до сих пор нет достаточно полного изложения теории переходного излучения, используя которое можно было бы также провести исчерпывающее сравнение экспериментальных результатов с теоретическими. Имея это в виду, мы ниже дадим систематическое изложение макроскопической теории переходного излучения и покажем, помимо всего прочего, как и когда в теории переходного излучения действительно возникает резонанс.

2. Одна граница раздела сред.

Пусть заряд e , обладающий скоростью v движется вдоль оси z и пересекает границу раздела двух сред с диэлектрическими постоянными ϵ_1 и ϵ_2 , плоскость $z=0$, в момент времени $t=0$ (см. рис. 1). Тогда плотности заряда и тока будут равны

$$\rho = e \delta(x) \delta(y) \delta(z - vt), \quad \vec{j} = \vec{v} \rho. \quad (1)$$

Представим дельта-функции Дирака в виде интегралов Фурье и разложим в аналогичные интегралы электрические и магнитные поля задачи, например

$$\vec{E}_{1,2}(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_{1,2}(\vec{k}) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} d\vec{k} \quad (2)$$

причем $\omega = \vec{k} \cdot \vec{v} = k_z v$, $d\vec{k} = dk_x dk_y dk_z$, $k^2 = k_x^2 + \frac{\omega^2}{v^2}$, $\vec{D}_{1,2}(\vec{k}) = \epsilon_{1,2}(\omega) \vec{E}_{1,2}(\vec{k})$,

$\vec{B}_{1,2}(\vec{k}) = \mu_{1,2}(\omega) \vec{H}_{1,2}(\vec{k})$, а индексы 1 и 2 относятся к первой и второй средам, соответственно. Подставляя поля типа (2) в уравнения

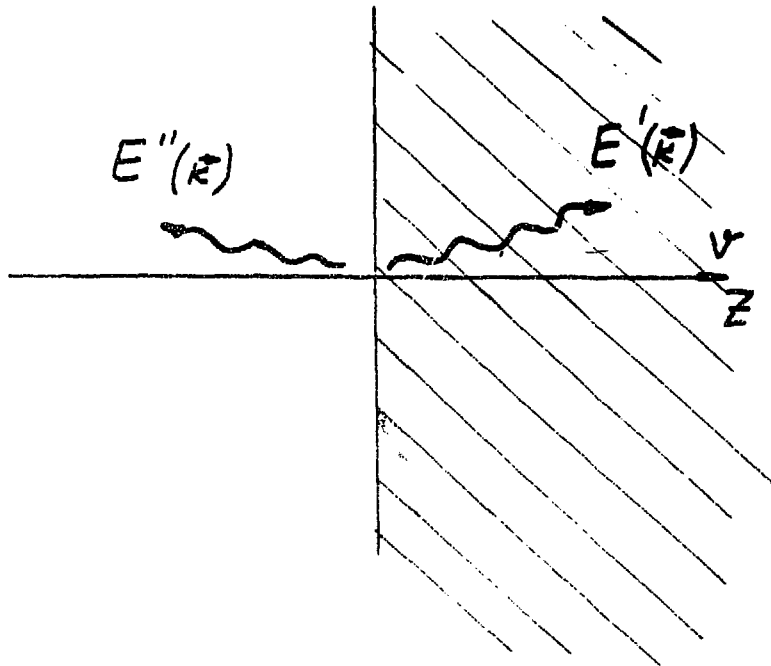


Рис. I Одна граница раздела сред. Волнистыми стрелками показаны возникающие поля излучения.

Максвелла, нетрудно получить для Фурье-компонент полей заряженной частицы в каждой из сред выражения (мы полагаем $\mu_1 = \mu_2 = 1$, см. также обзор [II])

$$\vec{E}_{1,2}(\vec{k}) = \frac{e i}{2\pi^2 \epsilon_{1,2}} \cdot \frac{\frac{\omega}{c^2} \epsilon_{1,2} \cdot \vec{v} - \vec{k}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{1,2}},$$

$$\vec{H}_{1,2}(\vec{k}) = \frac{\epsilon_{1,2}}{c} [\vec{v}, \vec{E}_{1,2}(\vec{k})]. \quad (3)$$

Легко видеть, что полученные электромагнитные поля заряда (2) и (3) при $z = 0$ не удовлетворяют условиям непрерывности тангенциальных компонент полей и нормальных компонент индукций. Для того, чтобы эти условия удовлетворялись, необходимо к полям заряда в каждой из сред добавить решения однородных уравнений Максвелла с произвольными коэффициентами Фурье и определить их затем из условий непрерывности соответствующих компонент полных полей на границе раздела сред. Это и будут поля переходного излучения.

Таким образом, все дело сводится к подходящему выбору решений однородных уравнений Максвелла. В качестве таковых, следуя [4], возьмем для первой и второй среды, соответственно,

$$\vec{E}''(\vec{r}, t) = \int \vec{E}''(\vec{k}) e^{i(\vec{\alpha} \vec{r} - \lambda_1 z - \omega t)} d\vec{k}, \quad (4)$$

$$\vec{E}'(\vec{r}, t) = \int \vec{E}'(\vec{k}) e^{i(\vec{\alpha} \vec{r} + \lambda_2 z - \omega t)} d\vec{k}, \quad (5)$$

... компоненты векторов \vec{r} и \vec{k} в плоскости ...
 ... выражения (4) и (5) будут дсш-
 ... однородных уравнений Максвелла при произ-
 ... $\vec{E}(\vec{r})$ и $\vec{E}'(\vec{r})$, если $\lambda_{1,2}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{1,2} - \alpha^2$. Обозна-
 ... действительные, а через $\lambda_{1,2}''$ мнимые части
 ... (4) при $z \rightarrow -\infty$ не расходились необхо-
 ... Далее очевидно, что излучение в первой среде
 ... отрицательном направлении оси z , от-
 ... $\lambda_1' > 0$. Из аналогичных соображений для поля
 ... $\lambda_2' > 0$, $\lambda_2'' > 0$. Указанные знаки $\lambda_{1,2}'$ отно-
 ... и положительным ω . Из требования действитель-
 ... (4) и (5) следует, что

$$\lambda_{1,2}(-\omega, -\vec{\alpha}) = -\lambda_{1,2}^*(\omega, \vec{\alpha}).$$

... следует также, что

$$\vec{E}''(\vec{r}) = \frac{c}{\omega} [\vec{q}_1, \vec{E}''(\vec{r})], \quad \vec{H}'(\vec{r}) = \frac{c}{\omega} [\vec{q}_2, \vec{E}'(\vec{r})] \quad (6)$$

$$\vec{q}_1 \cdot \vec{E}''(\vec{r}) = 0, \quad \vec{q}_2 \cdot \vec{E}'(\vec{r}) = 0, \quad (7)$$

... $\vec{n}_3 = \vec{e}_z = \vec{n}_3 \lambda_{1,2}$, а \vec{n}_3 есть единичный вектор оси z .
 ... разложим $\vec{E}''(\vec{r})$ и $\vec{E}'(\vec{r})$
 ... и нормальные компоненты

$$\vec{e}_1 \cdot \vec{E}''(\vec{r}) - \lambda_1 \cdot E_2''(\vec{r}) = 0, \quad \vec{e}_2 \cdot \vec{E}'(\vec{r}) + \lambda_2 E_2'(\vec{r}) = 0. \quad (8)$$

После этих предварительных замечаний производим сдвигу \vec{r} полей. Для этого приравняем соответствующие компоненты полей \vec{E} задачи в первой и второй средах на плоскости $\vec{r} = 0$. В результате мы получим четыре условия для определения фурье-компонент полей излучения. Из этих условий легко видеть, что тангенциальные компоненты полей излучения направлены по вектору \vec{e}_z . Учитывая это найдем, что из четырех условий независимых являются только два, в качестве которых можно взять

$$-\frac{u}{\varepsilon_1 \Lambda_1} + E_z''(\vec{r}) = -\frac{u}{\varepsilon_2 \Lambda_2} + E_z'(\vec{r})$$

$$\frac{u \nu / \omega}{\Lambda_1} + \frac{\varepsilon_1}{\lambda_1} E_z''(\vec{r}) = \frac{u \nu / \omega}{\Lambda_2} - \frac{\varepsilon_2}{\lambda_2} E_z'(\vec{r}), \quad (9)$$

где $\Lambda_{1,2} = k^2 - \frac{\omega^2}{v^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{1,2}$, $\vec{u} = \frac{c \vec{r}}{1 + \nu^2}$. При наложении последних условий мы выразили нормальные компоненты полей излучения через тангенциальные, воспользовавшись формулами (8), и, кроме того учли, что $\frac{\omega}{c^2} \varepsilon_{1,2} \nu - k_{1,2}^2 = -\frac{\nu}{c} + \frac{1 - \nu^2}{c^2 \Lambda_{1,2}}$.

Решая систему уравнений (9) получим

$$\vec{E}_z''(\vec{r}) = \frac{u}{g} \left(\frac{\frac{\varepsilon_1}{\lambda_1} - \frac{\nu}{c}}{\Lambda_1} + \frac{\frac{\varepsilon_2}{\lambda_2} + \frac{\nu}{c}}{\Lambda_2} \right) \quad (10)$$

$$\vec{E}_z'(\vec{r}) = \frac{u}{g} \left(\frac{-\frac{1}{\lambda_1} - \frac{\nu}{c}}{\Lambda_1} + \frac{\frac{\varepsilon_2}{\lambda_2} + \frac{\nu}{c}}{\Lambda_2} \right), \quad (11)$$

где $g = \varepsilon_1 / \lambda_1 + \varepsilon_2 / \lambda_2$. Фурье-компоненты магнитного поля и нормальной составляющей электрического поля легко получить из формул (6) и (8).

Наша дальнейшая задача будет заключаться в том, чтобы, используя формулы (10) и (11), вычислить интенсивность переходного излучения.

Рассмотрим сначала тот случай, когда частица движется из среды в вакуум, т.е. $\xi_1 = \xi$, $\xi_2 = 1$. Вычислим поток электромагнитного излучения, который пройдет за все время пролета частицы через некоторую плоскость, перпендикулярную оси z и расположенную в вакууме

$$S^{\text{полн.}} = \frac{c}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\vec{E}_2' + \vec{E}', \vec{H}_2' + \vec{H}' \right]_z \cdot dx dy dt \quad (12)$$

Учтем, что интегрирование по x , y и t дает нам

$\delta(\vec{x} + \vec{x}') \cdot \delta(\omega + \omega')$. Проинтегрировав тогда по штрихованным переменным, представим оставшуюся переменную в виде $\alpha = \frac{\omega}{c} \sin \vartheta$, где ϑ - угол, составляемый направлением движения излучения с осью z . Выражение (12) будет состоять из трех членов, имеющих различную природу. Первый член - это поток электромагнитной энергии, связанный с полем (2) самой частицы. Для нас сейчас он не представляет интереса. Второй член обязан испускаемому вперед полю излучения (5) и (11) и имеет вид

$$dS' = \frac{e^2 \beta^2 \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta d\Omega}{\pi^2 c (1 - \beta^2 \cos^2 \vartheta)^2} \int \left| \frac{(\xi - 1) (\xi - \beta \sqrt{\xi - \sin^2 \vartheta})}{(\xi \cos \vartheta + \sqrt{\xi - \sin^2 \vartheta}) (1 - \beta \sqrt{\xi - \sin^2 \vartheta})} \right|^2 d\omega, \quad (13)$$

где $\beta = \frac{v}{c}$, $d\Omega = 2\pi \sin \vartheta d\vartheta$, $\xi = 1 - \beta^2$ и интегрирование производится только по положительным частотам. Заметим,

что формулу (13) можно было бы получить и другим путем [4], проинтегрировав по переменной \vec{z} в формуле (5) с учетом (11). Интегрирование методом перевала приводит в результате к тому, что \vec{z} заменяется на значение z в точке перевала, равное $\frac{v}{c} \sin \vartheta$.

Наконец, третий член возникает из-за интерференции между обоими этими полями и он характерен тем, что пропорционален величине $\exp[-i(\frac{\omega}{v} - \lambda_0)z]$, стоящей под знаком интеграла по ω , причем $\lambda_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \alpha^2$. Интерференционный член исчезает как только $z \frac{\omega}{v} (1 - \beta \cos \vartheta) \gg 1$, т.е. при $z \gg z_{\text{вак.}}$, где

$$z_{\text{вак.}} = \frac{\frac{v}{\omega}}{1 - \beta \cos \vartheta} \quad (14)$$

Эту величину обычно называют зоной формирования испускаемого вперед переходного излучения в вакууме [4], или длиной когерентности. Вместе с тем становится физически ясным в данном случае также и понятие зоны формирования, как той зоны, в которой поле излучения отрывается от поля частицы.

Совершенно аналогичным образом можно вычислить интенсивность переходного излучения, испускаемого назад, когда частица движется из вакуума в среду, если воспользоваться формулами (4) и (10). Все отличие в формуле аналогичной (13) заключается в том, что в ней надо заменить β на $-\beta$. Таким образом, формула для переходного излучения, испускаемого назад, совпадает с (13) за исключением последней скобки в знаменателе подынтегрального выражения, которая теперь будет $(1 + \beta \sqrt{\epsilon - \sin^2 \vartheta})$ и кроме того ϑ теперь есть угол, составляемый излучением с отрицательным направ

лением оси z (изменением, возникающим во второй скобке числителя можно пренебречь). Как мы увидим ниже это приводит к существенно отличным свойствам этих излучений.

Однако прежде чем перейти к этому вопросу отметим, что интерференционный член, в случае излучения испускаемого назад, обращается в нуль при весьма мягком условии $z \geq \frac{v}{c} \gg 1$, так как излучение и поле заряда движутся в разные стороны. Однако и в этом случае имеется зона формирования в вакууме переходного излучения испускаемого назад, которая однако уже имеет другой физический смысл, чем в случае испускания вперед. Эта зона опять определяется формулой (14), но она возникает как тот отрезок траектории заряда, который существенен для образования переходного излучения испускаемого вперед из способа вывода формул переходного излучения изложенного в [12], и особенно подробно это исследовано в работе [13]. В частности, для зоны формирования переходного излучения вперед получается выражение

$$z_{\text{сп}} = \frac{\frac{v}{c}}{1 - \beta \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta}} \quad (15)$$

действительно, интерференционный член между полем излучения вперед и полем заряда теперь пропорционален величине $e^{-i(\frac{v}{c} - \lambda)z}$, стоящей под знаком интеграла по ω , причем $\lambda^2 = \frac{c^2}{v^2} \epsilon - \alpha^2$. Из-за отсутствия этих исчезновений при усреднении по ω мы приходим к формуле (15).

Обратимся теперь к излучению, испускаемому крайне релятивистской частицей в виде полусферы при влете заряда из вакуума в среду, для подробное исследование формулы (13) с β заменой на $\frac{v}{c}$. Благодаря скобке $(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)$, имеющейся в знамена-

теле и происходящей от поля частицы в вакууме, излучение имеет резкий максимум в направлении углов $\vartheta \sim \gamma^{-1}$. Тогда при интегрировании рассматриваемой формулы по углам можно вынести из под знака интеграла все множители слабо зависящие от углов, подставив в них $\vartheta = 0$. В результате получим [1]

$$\frac{dS''}{d\omega} = \frac{e^2}{\pi c} \left(\frac{\sqrt{\varepsilon(\omega)} - 1}{\sqrt{\varepsilon(\omega)} + 1} \right)^2 \left(\ln \frac{2}{1-\beta} - 1 \right). \quad (16)$$

Из этой формулы видно, что спектральное распределение интенсивности переходного излучения, испускаемого назад, охватывает ту область частот, где $\varepsilon(\omega)$ заметно отличается от единицы, т.е. оптическую область частот.

Исследуем теперь переходное излучение, испускаемое крайне-релятивистской частицей в направлении своего движения и описываемое формулой (13). Из-за наличия в знаменателе этой формулы фактора $(1 - \beta \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \vartheta})$ видно, что эта скобка при $\vartheta \rightarrow 0$ может стать малой, если $\varepsilon \rightarrow 1$, т.е. область испускаемых частот увеличивается за счет частот значительно больших чем оптические, а именно, за счет рентгеновской области частот, в которой $\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}$.

Завишем формулу (13) в случае крайне релятивистских частиц и рентгеновского переходного излучения в следующем виде

$$\frac{dS'}{d\omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \int \left(\frac{1}{\xi + \vartheta^2} - \frac{1}{\eta + \vartheta^2} \right)^2 \vartheta^2 d\Omega, \quad (17)$$

где $\eta = \xi + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}$ и мы перешли к приближению малых углов ϑ , так как максимум в угловом распределении приходится на

углы $\vartheta \sim \gamma^{-1}$. Если проинтегрировать это выражение по углам, то получим [14]

$$\frac{dS'}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi c} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{\omega^2}{\gamma^2 \omega_0^2} \right) \ln \left(1 + \frac{\omega_0^2 \gamma^2}{\omega^2} \right) - 1 \right] \quad (18)$$

Из последней формулы следует, что существует граничная частота [5]

$$\omega_{гр.} = \omega_0 \gamma \quad (19)$$

такая, что

$$\frac{dS'}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi c} \ln \frac{\omega_{гр.}}{\omega}, \quad \text{при } \omega \ll \omega_{гр.}$$

$$\frac{dS'}{d\omega} = \frac{e^2}{6\pi c} \left(\frac{\omega_{гр.}}{\omega} \right)^4, \quad \text{при } \omega \gg \omega_{гр.}$$

Наконец, если проинтегрировать формулу (18) по всему интервалу частот, то нетрудно получить

$$S' = \frac{e^2 \omega_0}{3c} \gamma, \quad (20)$$

т.е. испущенная в переходное излучение интенсивность линейно зависит от энергии частицы [5].

Прежде чем переходить к дальнейшему изложению, сделаем одно замечание, следующее из формул (10) и (11) и их вывода. Введем обозначения

$$\left. \begin{array}{l} \beta'' \\ \beta' \end{array} \right\} = \frac{\frac{\epsilon}{\lambda} \mp \frac{\nu}{\omega}}{\Lambda_0} + \frac{-\frac{1}{\lambda} \pm \frac{\nu}{\omega}}{\Lambda},$$

$$\left. \begin{array}{l} \chi'' \\ \chi' \end{array} \right\} = \frac{-\frac{1}{\lambda_0} \pm \frac{v}{c}}{\Lambda_0} + \frac{\frac{1}{\lambda_0 \epsilon} \mp \frac{v}{c}}{\Lambda} \quad (21)$$

где $\Lambda_0 = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}$, $\Lambda = k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon$.

Тогда тангенциальные фурье-компоненты полей переходного излучения при перпендикулярном влете заряда из вакуума в среду будут равны

$$E_t''(\vec{k}; <) = \frac{u}{g} \beta'' e^{i\varphi_0' z_2}, \quad E_t'(\vec{k}; <) = \frac{u}{g} \chi' e^{i\varphi' z_2}, \quad (22)$$

где двумя штрихами обозначены поля движущиеся назад, а одним штрихом вперед относительно направления движения частицы, а плоскость $z = z_2$ есть граница раздела вакуума и среды. Если частица влетает из среды в вакуум, то для тех же полей имеем выражения

$$E_t''(\vec{k}; >) = \frac{u}{g} \chi'' e^{i\varphi'' z_2}, \quad E_t'(\vec{k}; >) = \frac{u}{g} \beta' e^{i\varphi_0' z_2}. \quad (23)$$

В формулах (22) и (23) были использованы обозначения

$$\varphi_0' = \frac{\omega}{v} - \lambda_0, \quad \varphi_0'' = \frac{\omega}{v} + \lambda_0, \quad \varphi' = \frac{\omega}{v} - \lambda, \quad \varphi'' = \frac{\omega}{v} + \lambda, \quad g = \frac{\epsilon}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0}.$$

Переходное излучение на одной границе раздела сред рассматривалось также в работах [15-17]. Случай когда $\epsilon(\omega)$ стремится к единице в оптической области рассмотрен в [18].

3. Некоторые дополнительные вопросы.

Из формулы (15) видно, что зона формирования переходного излучения в веществе для ультра-релятивистских частиц может стать очень большой. Если она станет настолько большой, что частица сможет испытывать на этой длине многократное рассеяние, то теория переходного излучения должна быть соответствующим образом видоизменена [19]. В работах [14, 20-23] была развита теория переходного излучения, возникающего на одной границе раздела сред, с учетом влияния многократного рассеяния. Отметим только, что из этих работ следует, что влияние многократного рассеяния можно пренебречь, если энергия частицы E меньше некоторой критической $E_{крит.}$, где

$$E_{крит.} = \frac{L \omega_0}{c} \left(\frac{\mu_0 c^2}{E_s} \right)^2. \quad (24)$$

Здесь L — радиационная единица длины, μ_0 — масса излучающей частицы, $E_s = 21$ Мэв. Например, если взять $L = 40$ г/см² и $\omega_0 = 10^6$ эв, то для электронов $E_{крит.} = 11$ Гэв.

До сих пор предполагалось, что граница раздела сред, например, между вакуумом и веществом является резкой. На самом деле обычно эта граница имеет размытие порядка нескольких атомных размеров. Поэтому необходимо исследовать как влияет это естественное размытие границы на образование переходного излучения. Интерес представляет также и тот случай, когда переходное излучение генерируется частицей при переходе через плавную границу раздела сред. Эти вопросы были исследованы в работах [24-26]. Из физических соображений ясно, что если величина размытия границы много меньше размеров зон формирования (14) и (15), то это размытие не окажет

влияния на образование переходного излучения и оно будет образовываться так, как если бы граница была резкой. Кроме этого результата из отмеченных работ следует, что если размытые границы больше зоны формирования излучения в веществе и меньше зоны формирования излучения в вакууме, то спектр переходного излучения обрывается на частотах $\sim \omega_0^2 z_p / c$, где z_p есть длина зоны размытия. Наконец, если размытые границы больше зоны формирования переходного излучения в вакууме, то образуемое излучение пренебрежимо мало. Из вышесказанного следует, что естественное размытие границы не будет оказывать влияния на образование рентгеновского переходного излучения.

Наконец остановимся на вопросе генерации переходного излучения при наклонном пролете заряда через границу раздела сред (см. [23-36]). В этих работах получены условия при которых излучение при наклонном пролете не будет отличаться от излучения при перпендикулярном пролете. Эти условия для крайне-релятивистских частиц и излучения, испускаемого вперед обычно всегда выполняются и могут быть поняты исходя из следующих наглядных соображений. Как известно, переходное излучение формируется в некоторой области пространства вокруг траектории частицы в первой и во второй среде. Очевидно, что переходное излучение при наклонном падении будет генерироваться также как и в случае перпендикулярного падения, если каждая из зон формирования при этом останется в той среде, в которой она находилась при перпендикулярном пролете. Например, если одной из сред является вакуум, то зона формирования во второй среде есть конус с углом раствора $\sim \gamma^{-1}$. Отсюда ясно, что только при очень малом угле пролета заряда

переходное излучение крайне релятивистской частицы, испускаемое вперед, будет отличаться от переходного излучения при перпендикулярном пролете.

Довольно долгое время не находили теоретического объяснения экспериментальные результаты по образованию переходного излучения, при скользящем падении не очень быстрых электронов на поверхность металлов (см. напр. обзоры [12, 36]). Рассматривая излучение, которое возникает, когда заряженная частица отражается от поверхности твердого тела ("излучение отражения") авторы недавно появившейся работы [35], по-видимому, решили этот вопрос.

4. Одна пластина.

Пусть теперь заряд перпендикулярно пролетает через пластину толщины a , расположенную в вакууме, так что левая грань пластины есть плоскость $z = z_2$. С точки зрения данной задачи все пространство надо разбить на три части: область $z < z_2$, область $z_2 < z < z_2 + a$ и, наконец $z > z_2 + a$. Полное электромагнитное поле в каждой части будет складываться из поля движущейся заряженной частицы (2) и поля излучения. Очевидно, что в области $z < z_2$ поле излучения будет состоять только из отраженной волны E_0'' , в области $z > z_2 + a$ - из волны E_1' , движущейся в положительном направлении оси z , тогда как в пластине будут присутствовать оба типа волн (см. рис. 2). Таким образом, в задаче имеются четыре неизвестные амплитуды полей излучения. Поступая также как это делалось в предыдущем разделе можно написать условия непрерывности полных полей на границах $z = z_2$ и $z = z_2 + a$, получив в результате четыре уравнения. Не при-

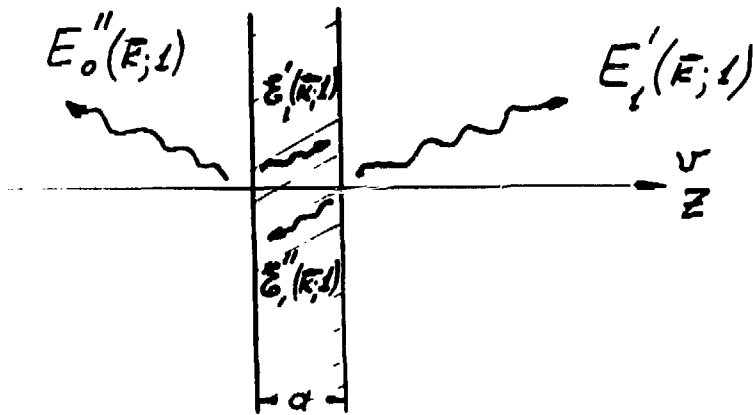


Рис.2 Случай одной пластины. Волнистыми стрелками показаны поля излучения и рядом с ними даны обозначения для их фурье-компонент.

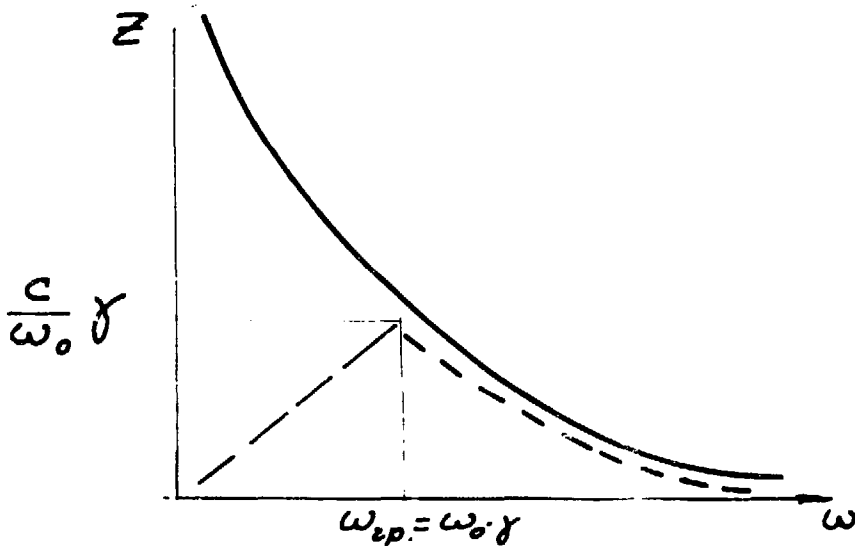


Рис.3 Зоны формирования переходного излучения в вакууме (сплошная кривая) и в веществе (пунктирная кривая) как функции частоты.

ВОДЯ ВЫКЛАДОК НАИЖЕМ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ФУРЬЕ-КОМПОНЕНТ ТАНГЕНЦИАЛЬНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ПОЛЕЙ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, СООТВЕТСТВЕННО, В ПРОСТРАНСТВАХ ДО ПЛАСТИНЫ ($z < z_2$) И ПОСЛЕ НЕЕ ($z > z_2 + a$).

$$E_{0,t}''(\vec{k}; z) = \frac{u}{g} P'' e^{i\varphi_0'' z_2}$$

$$E_{1,t}'(\vec{k}; z) = \frac{u}{g} P' e^{i\varphi_0' z_2}, \quad (24)$$

где

$$P' = \beta' e^{i\varphi_0' a} + \chi' \eta_a \cdot R' + \chi'' \zeta_2 \eta_2 \cdot R' e^{i\varphi'' a}$$

$$P'' = \beta'' + \chi' \zeta_a \eta_2 \cdot R' + \chi'' \eta_2 \cdot R' e^{i\varphi'' a} \quad (25)$$

причем $\zeta_2 = \frac{g_2}{g}$, $\zeta_a = \zeta_2 e^{2i\lambda a}$, $\eta_2 = \frac{g_2}{g}$, $\eta_a = \eta_2 e^{i(\lambda - \lambda_0)a}$

$$g_2 = \frac{\epsilon}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}, \quad g_2 = \frac{2\epsilon}{\lambda}, \quad R' = \frac{1}{1 - \zeta_2^2 e^{2i\lambda a}}. \quad (26)$$

Цифры I в аргументах фурье-компонент полей (24) означает, что рассматривается случай одной пластины.

Мы привели выражения для полей переходного излучения в виде (24), (25), так как эти формулы можно получить и не решая формально уравнения непрерывности полей, а путем построения их из полей (22) и (23) с учетом тех эффектов, которые могут иметь место с излучениями в пластине и которые можно учесть с помощью коэффициентов отражения и преломления полей (26), как это было сделано в работе [37].

Выражения (25) можно привести к виду

$$P' = g \frac{D}{F} e^{i\varphi' a}, \quad P'' = g \frac{A}{F}, \quad (27)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A \\ B \end{aligned} \right\} = g\beta'' e^{\mp i\lambda a} - g_2 \beta' e^{\pm i\lambda a} + g_2 \chi'' e^{\pm i\frac{\omega}{v} a}$$

$$\left. \begin{aligned} C \\ D \end{aligned} \right\} = -g_2 \beta'' e^{\mp i\lambda a} + g\beta' e^{\pm i\lambda a} + g_2 \chi' e^{\pm i\frac{\omega}{v} a}$$

$$F = g^2 e^{-i\lambda a} - g_2^2 e^{i\lambda a} . \quad (28)$$

Тогда формулы (24) и (25) совпадут с полями, полученными в [38-40] путем формального решения уравнений шивки полей (см. также [41]).

Перейдем теперь в полученных формулах для пластины к случаю ультрарелятивистских частиц и рентгеновского излучения. Тогда нетрудно видеть, что можно пренебречь P'' по сравнению с P' , т.е. излучение испускается в основном вперед. Далее в выражении для P' останутся только два первых члена, соответствующих образованию переходного излучения на первой и второй границах пластины. В результате получим [42]

$$\frac{dS'_2}{d\omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \int \left(\frac{1}{\xi + \beta^2} - \frac{1}{\eta + \beta^2} \right)^2 \beta^2 d\Omega \left[4 \sin^2 \left(\frac{\pi\omega}{4v} (\eta + \beta^2) \right) \right]. \quad (29)$$

При сравнении полученной формулы с формулой (17) видно, что они отличаются фактором, стоящим в квадратных скобках в формуле (29). Если толщина пластины много больше зоны формирования (15) переходного излучения в среде, то легко видеть, что этот фактор при усреднении по небольшому интервалу частот обращается в 2.

Это означает, что в этом случае происходит независимое образование переходных излучений на каждой из границ пластины. Если же толщина пластины a порядка зоны формирования переходного излучения (15), то имеет место интерференция излучений, образованных на каждой из границ, и в результате в спектре излучения появляются осцилляции. Если толщина пластины a становится меньше зоны формирования (15), то интенсивность излучения уменьшается и становится пропорциональной квадрату толщины пластины.

Формула (29) может быть проинтегрирована по углам [42]

$$\begin{aligned} \frac{dS_1'}{d\omega} = & 2 \frac{dS'}{d\omega} + \frac{2e^2}{\pi c} \left\{ \left(1 + \frac{2\omega^2}{\omega_0^2 \gamma^2} \right) \left[-ci \, 2\pi \left(\frac{\omega_a''}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_a'} \right) + \right. \right. \\ & + \left. \cos \frac{2\pi\omega_a''}{\omega} ci \frac{2\pi\omega}{\omega_a'} - \sin \frac{2\pi\omega_a''}{\omega} si \frac{2\pi\omega}{\omega_a'} \right] + 2 \cos 2\pi \left(\frac{\omega_a''}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_a'} \right) + \right. \\ & \left. + 2\pi \left(\frac{\omega_a''}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_a'} \right) \sin 2\pi \left(\frac{\omega_a''}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_a'} \right) + \frac{2\pi\omega}{\omega_a'} \left[\cos \frac{2\pi\omega_a''}{\omega} si \frac{2\pi\omega}{\omega_a'} + \sin \frac{2\pi\omega_a''}{\omega} ci \frac{2\pi\omega}{\omega_a'} \right] \right\} \end{aligned} \quad (30)$$

Первый член полученного выражения определяется формулой (18) и кроме того

$$\omega_a' = \frac{4\pi v \gamma^2}{a}, \quad \omega_a'' = \frac{a \omega_0^2}{4\pi v},$$

а интегральный синус и косинус задаются формулами

$$si \, x = - \int_x^\infty \frac{\sin u}{u} du, \quad ci \, x = - \int_x^\infty \frac{\cos u}{u} du.$$

Для удобства анализа формулы (30) воспользуемся рис.3

(см. [43]). На нем сплошной кривой схематически отложена зависимость зоны формирования переходного излучения в вакууме (14) от частоты излучения, а пунктирной кривой отложена та же самая зависимость для среды (формула (15)).

Пусть толщина пластины a меньше зоны формирования в среде. При этом, если $\omega \ll \omega_{cp}$, то это означает, что $a \ll v\omega/\omega_0^2$. Из рис.3 видно, что в этом случае также $a \ll \frac{v}{\omega} \gamma^2$. Тогда интерференционный член сокращается с первым членом формулы (30) и интенсивность излучения стремится к нулю как a^2 . Если же $\omega \gg \omega_{cp}$, то $a \ll \frac{v}{\omega} \gamma^2$. При этом, как это следует из рис.3, величина $a \ll v\omega/\omega_0^2$ и излучение как и в предыдущем случае стремится к нулю при $a \rightarrow 0$.

Пусть теперь толщина пластины больше зоны формирования в среде (15). При этом если $\omega \ll \omega_{cp}$, то это означает, что $a \gg v\omega/\omega_0^2$. Тогда возможны случаи либо $a \gg \frac{v}{\omega} \gamma^2$, либо $a \ll \frac{v}{\omega} \gamma^2$. В первом случае интерференционный член формулы (30) стремится к нулю, а во втором случае интерференционный член начинает осциллировать. Нетрудно получить, что основной вклад в интерференционный член вносит слагаемое

$$\frac{2e^2}{\pi c} \ln\left(\frac{a\omega}{2v\gamma^2}\right) \cdot \cos \frac{2\pi \omega a''}{\omega} . \quad (31)$$

Максимумы интерференционного члена приходятся на частоты

$$\omega_s = \frac{\omega_a''}{s + \frac{1}{2}} , \quad (32)$$

где $S = 0, 1, \dots$. Из последних формул видно, что чем меньше толщина a , в рассматриваемом интервале значений $v\omega/\omega_0^2$ и $v\gamma^2/\omega$, тем меньше ω_s и тем больше амплитуда осциллирующей интерференционной части. При приближении величины a к верх-

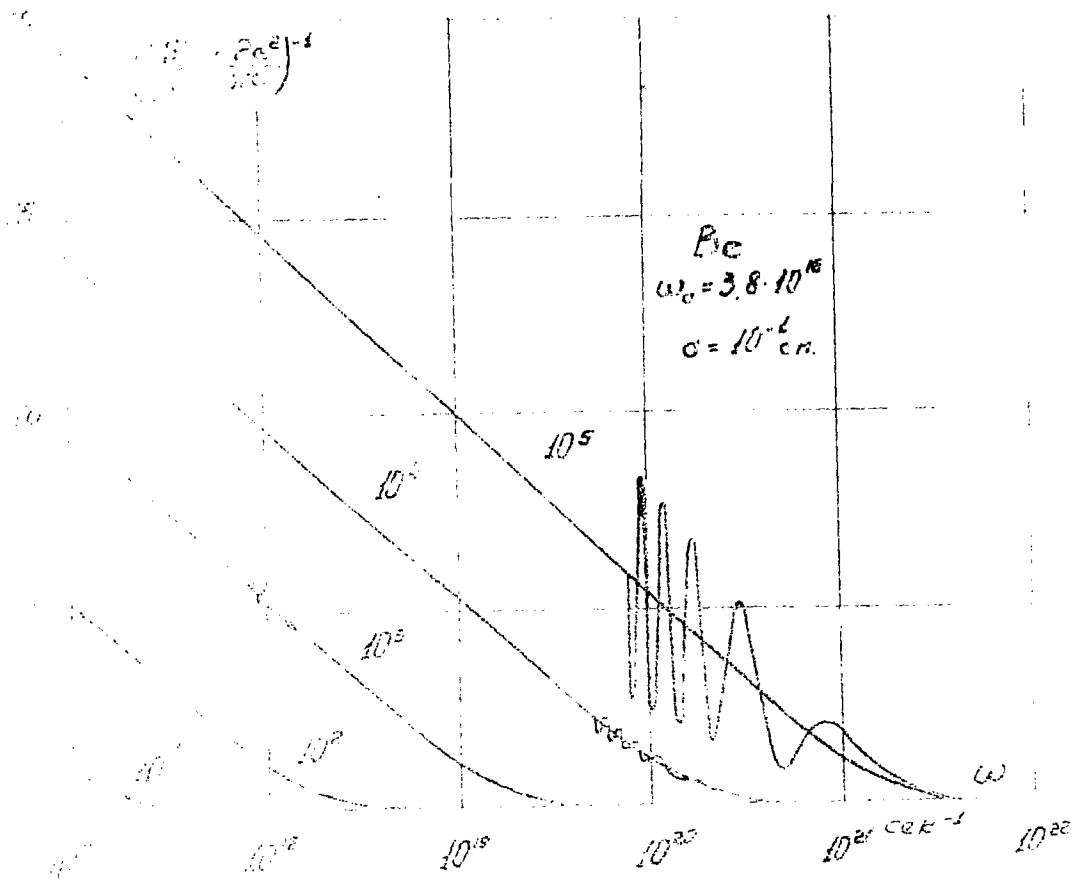


Рис. 1. Величины, пропорциональные интенсивности переходного излучения, испускаемого на пластине бериллия как функции частоты. Гладкие кривые - удвоенное переходное излучение на одной границе. Осциллирующие кривые - излучение на пластине. Цифры на кривых указывают на лоренц-фактор заряда. Толщина пластины $\alpha = 10^{-1}$ см.

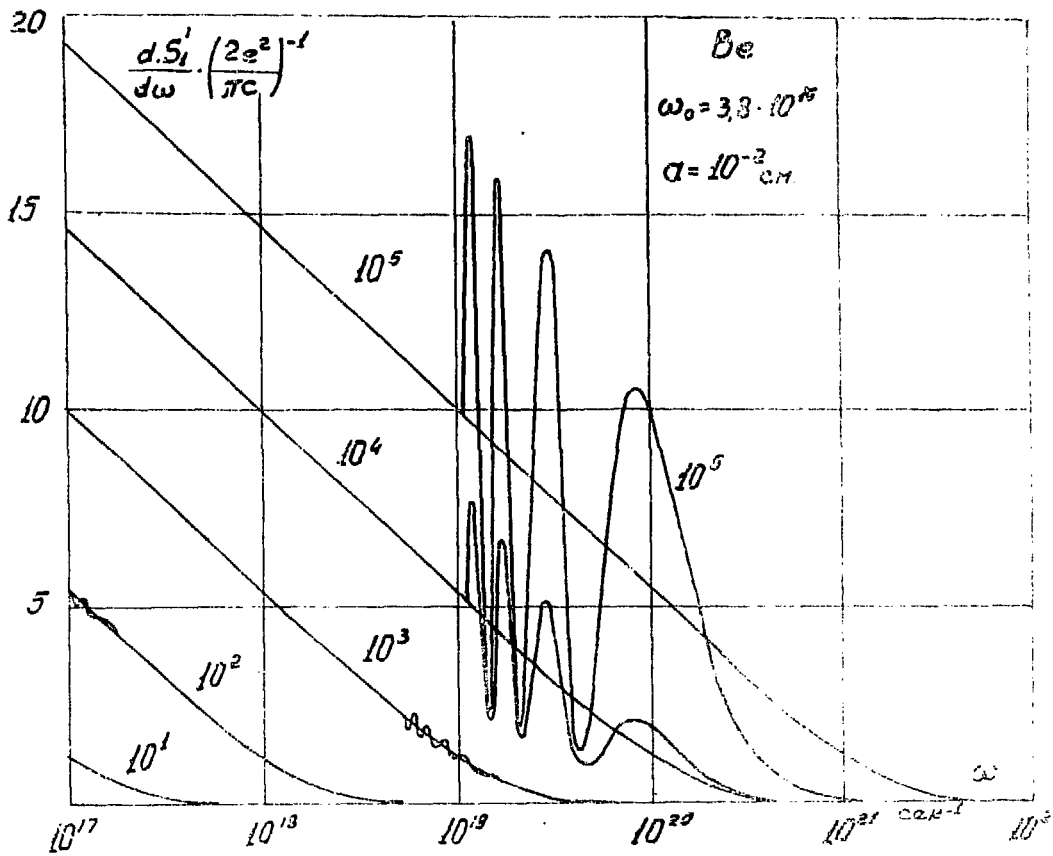


Рис.5 То же для $a = 10^{-2}$ см.

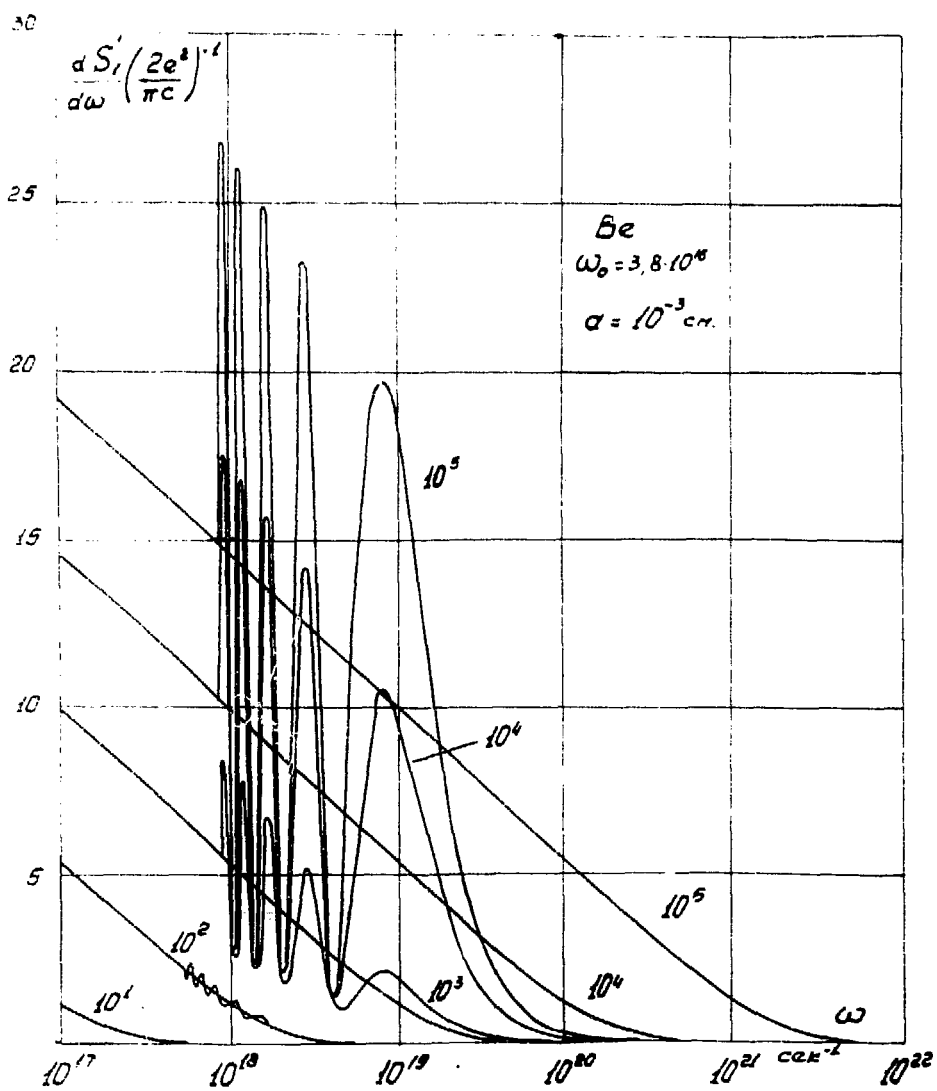


Рис. 6 То же для $\alpha = 10^{-3}$ см.

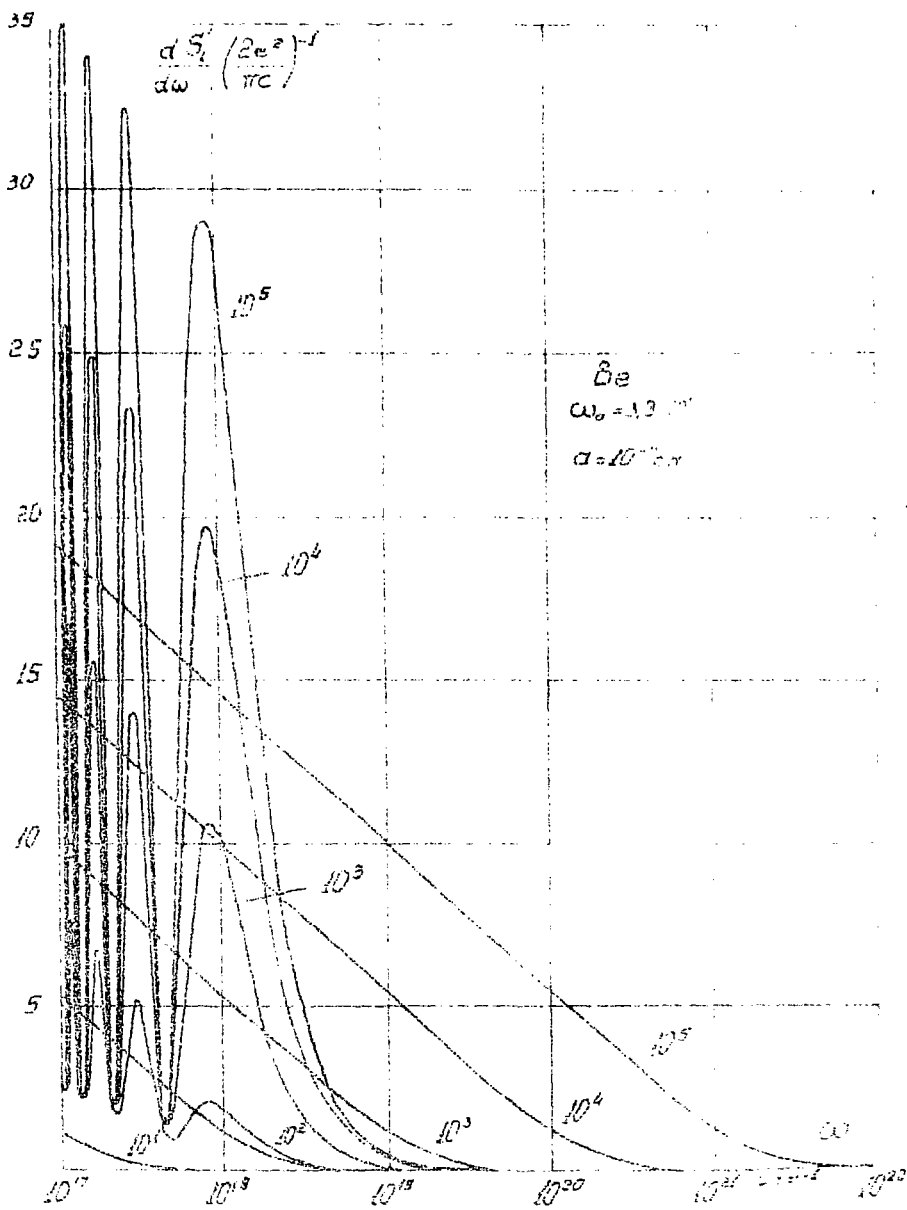


Рис. 7 То же для $\alpha = 10^{-4}$ см.

нему краю рассматриваемого интервала амплитуда осцилляций стремится к нулю, а к нижнему краю она сильно увеличивается. С точки зрения зависимости от частоты, амплитуда осцилляций растет с уменьшением частоты, а положения максимумов становятся очень близкими друг к другу. Тогда, усреднив (31) по небольшому интервалу частот, получим нуль и излучение будет описываться первым членом формулы (30).

Наконец, если $\omega \gg \omega_{cp}$, то в рассматриваемом случае, когда толщина пластины больше зоны формирования в среде, это означает, что $a \gg v\gamma^2/\omega$. Из рис.3 видно, что при этом возможно как $a \gg v\omega/\omega_0^2$, так и $a \ll v\omega/\omega_0^2$. В обоих случаях интерференционный член формулы (30) стремится к нулю.

Описанные выше свойства переходного излучения, образуемого в пластине, хорошо видны из хода графиков, представленных на рис.4-7 и взятых из работы [42].

В заключение отметим, что формулы для переходного излучения, возникающего в пластине с учетом многократного рассеяния, были получены в работах [44, 45]. В работах [46 - 49] было рассмотрено переходное излучение, образуемое при наклонном пролете заряда через пластину.

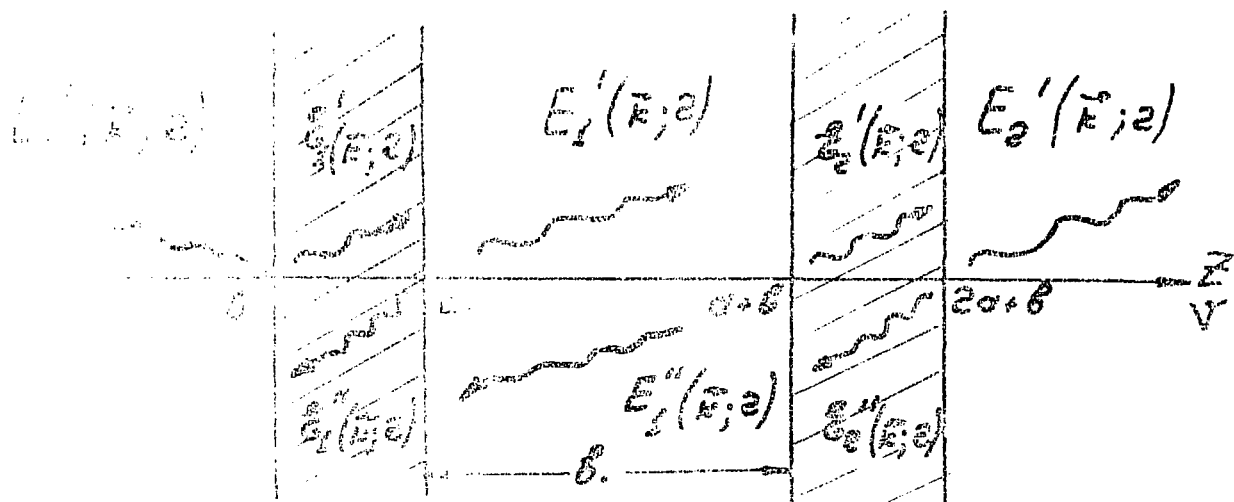
5. Стопка, состоящая из произвольного числа пластин

Как уже отмечалось во введении, задача об образовании переходного излучения при пролете заряда через стопку, состоящую из любого числа пластин, была решена в работе [3], в которой были получены без каких либо приближений фурье-компоненты полей переходного излучения в пространстве вне стопки пластин. Впоследствии

нии эти формулы были выведены еще другими способами в работах [50,37]. При этом в работе [50] были получены также поля излучения и внутри стопки пластин, а в [37] все эти решения были выведены методом построения из решений для одной пластины, но с учетом влияния остальных пластин стопки.

Пусть заряженная частица, движущаяся вдоль оси Z , перпендикулярно пролетает через стопку пластин каждой толщины a , причем они находятся друг от друга на расстоянии b в вакууме (см.рис.8). Фурье-компоненты полей излучения в вакууме в m -ом отсеке будем обозначать через $E_m'(\vec{k}; N)$ и $E_m''(\vec{k}; N)$, где N есть общее число пластин в стопке, нулевой отсек есть область $Z < 0$, а N -ый отсек или заключительный отсек есть область $Z > Na + (N-1)b$. Так же как и ранее поля с одним штрихом движутся в положительном направлении оси Z (проходящие волны), а с двумя штрихами - в отрицательном (отраженные волны). Из условия излучения следует, что в нулевом отсеке будет присутствовать только отраженная волна, а в заключительном отсеке - только проходящая волна.

Написав на границах $(m+1)$ -ой пластины условия непрерывности для электрических векторов полного поля, состоящего из поля заряда и поля излучения, мы получим четыре уравнения. Исключив из этих уравнений поля в $(m+1)$ -ой пластине, мы получим следующую связь между тангенциальными фурье-компонентами векторов электрических полей излучения в m -ом и $(m+1)$ -ом отсеках



двухслойной стопки, состоящей из двух пластин.

Указаны профили излучения и их обозначения.

$$\begin{aligned}
 E_{m+1}'' &= N_1 E_m'' + M_1 E_m' - g_3 \cdot u \cdot A e^{im\varphi} \\
 E_{m+1}' &= N_2 E_m'' + M_2 E_m' - g_3 \cdot u \cdot C e^{im\varphi}, \quad (33)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 E_m'' &= E_{m,t}''(\vec{k}; N) e^{-iL_m \lambda_0} \\
 E_m' &= E_{m,t}'(\vec{k}; N) e^{iL_m \lambda_0} \quad (34)
 \end{aligned}$$

$$L_m = ma + (m-1)b, \quad M_1 = -g_3 e^{i\lambda_0 b} G, \quad M_2 = g_3 e^{i\lambda_0 b} H,$$

$$N_1 = g_3 e^{-i\lambda_0 b} F, \quad N_2 = g_3 e^{-i\lambda_0 b} G, \quad g_3 = \frac{\lambda \lambda_0}{4\epsilon},$$

$$H = g^2 e^{i\lambda a} - g_1^2 e^{-i\lambda a}, \quad G = gg_2 (e^{i\lambda a} - e^{-i\lambda a}), \quad \varphi = \frac{\omega}{v}(a+b).$$

Вместо E_m' и E_m'' введем новые величины F_m' и F_m'' , определяемые соотношениями

$$\begin{aligned}
 F_{m+1}'' &= E_{m+1}'' + \alpha'' e^{im\varphi} \\
 F_{m+1}' &= E_{m+1}' + \alpha' e^{im\varphi}, \quad (35)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 \alpha'' &= \frac{ug_3}{T} (A + B e^{-i\varphi_0' b}) \\
 \alpha' &= \frac{ug_3}{T} (C + D e^{-i\varphi_0'' b}), \quad (36)
 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{1}{2} e^{-i\varphi} + \frac{1}{2} e^{i\varphi} \right) \sum_{n=1}^{\infty} = \frac{1}{2} (N_2 + N_1),$$

где $N_1 = A, B, C, D$ определены формулами (28).

Следовательно, формулы $F_{k,n}$ и F_m примет весьма простой вид [3]

$$\begin{aligned} F_{k,n}'' &= N_1 F_m'' + M_1 F_m', \\ F_{k,n}' &= N_2 F_m'' + M_2 F_m'. \end{aligned} \quad (37)$$

Таким образом величины F_m'' и F_m' , в которые входят искомые функции, полностью независимы от номера n преобразования (37) и относятся к одному отрезку к другому.

Связь между отдельными сегментами только между величинами F_n' , а также между сегментами F_n'' . Следуя работе [50] (сравни также [51]) рассмотрим соседних сегмента $n-1$, n и $n+1$. Запишем уравнения для каждого сегмента M меньше на единицу. Исключим из этих уравнений F_n' с другими штрихами, а затем с одним штрихом. В результате получим:

$$F_{n+1}' = 2 \sum F_n' - F_{n-1}'; \quad F_{n+1}'' = 2 \sum F_n'' - F_{n-1}'' \quad (38)$$

Полученные уравнения имеют вид рекуррентных соотношений для полиномов Чебышева [52], и, следовательно, они должны удовлетворяться полиномами Чебышева, либо первого рода, либо второго, либо их линейной комбинацией. Выбор соответствующего решения, как мы видели раньше, однозначно определится условиями излучения. Из этих условий следует, что $E_0' = 0$ и $E_n'' = 0$. Тогда из (35) следует, что

$$F_0' = \alpha' e^{-i\varphi}, \quad F_0'' = E_0'' + \alpha'' e^{-i\varphi}$$

$$F_N' = E_N' + \alpha' e^{i(N-1)\varphi}, \quad F_N'' = \alpha'' e^{i(N-1)\varphi} \quad (39)$$

Имея это в виду, определим сначала тангенциальные фурье-компоненты электрических векторов полей излучения, движущихся вдоль отрицательного направления оси z , в произвольном m -ом отрезке. Подставляя в уравнения (37) индекс $m = 0, 1, \dots$, исключая в них члены с одним штрихом и учитывая условия излучения (39), легко можно найти следующую последовательность выражений

$$F_1'' = N_1 F_0'' + M_1 \alpha' e^{-i\varphi}$$

$$F_2'' = (2 \sum N_1 - 1) F_0'' + 2 \sum M_1 \alpha' e^{-i\varphi}$$

$$F_3'' = [(4 \sum^2 - 1) N_1 - 2 \sum] F_0'' + (4 \sum^2 - 1) M_1 \alpha' e^{-i\varphi}$$

В полученных формулах выражения $2 \sum$, $(4 \sum^2 - 1)$, ... являются полиномами Чебышева второго рода $U_m(\xi)$. Следовательно, мы можем написать общую формулу

$$F_m'' = [U_{m-1}(\xi) N_1 - U_{m-2}(\xi)] F_0'' + M_1 \alpha' e^{-i\varphi} U_{m-1}(\xi) \quad (40)$$

причем $m = 0, 1, \dots, N$. Написанное выражение правильно учитывает условия излучения, если иметь в виду, что

$$U_{-2}(\xi) = -1, \quad U_{-1}(\xi) = 0, \quad U_0(\xi) = 1, \quad U_1(\xi) = 2\xi.$$

Величину F_0'' , имеющуюся в уравнении (40), можно определить из того же уравнения, положив в нем $m=N$ и учитывая, что $F_N'' = \alpha'' e^{i(N-1)\varphi}$, как это видно из (39). Определив таким образом F_0'' и подставив его снова в (40) получим

$$F_m'' = \frac{e^{-i\varphi}}{Q_N} \left[\alpha'' e^{iN\varphi} Q_m - \alpha' M_1 U_{N-m} \right], \quad (41)$$

где $Q_m = N_1 \cdot U_{m-1} - U_{m-2}$, здесь и в дальнейшем аргумент ξ полиномов Чебышева U_m опускается. Подстановка (35) и (34) в (41) дает

$$E_{m,t}''(\bar{x}; N) = \frac{e^{-i\varphi + iL_m \lambda_0}}{Q_N} \left[\alpha'' (e^{iN\varphi} Q_m - e^{im\varphi} Q_N) - \alpha' M_1 U_{N-m-1} \right]. \quad (42)$$

При $m=0$ из последней формулы можно получить поле в нулевом отсеке, т.е. в области $z < 0$. Однако мы приведем эту последнюю формулу в несколько ином виде, так как она была получена в работе [37], ввиду её большей наглядности

$$E_{0,t}''(\bar{x}; N) = \frac{\mu}{g} \frac{e^{-2i\varphi}}{Q_N \cdot T} \left\{ P'' [Q_N - Q_{N+1} e^{i\varphi} + e^{iN\varphi} (N_1 e^{i\varphi} - 1)] + P' N_2 e^{i(a+\delta)\lambda_0} (U_{N-2} - U_{N-1} e^{i\varphi} + e^{iN\varphi}) \right\}. \quad (43)$$

причем величины P' и P'' определяются формулами (25).

Совершенно аналогичным образом можно получить формулы для проходящих волн, как в любом отсеке, так и в заключительном отсеке, т.е. в области $z > L_N$.

$$E'_{m,t}(\vec{x}; N) = \frac{e^{i(N-1)\varphi - iL_m\lambda_0}}{Q_N} \left[\alpha' (e^{-iN\varphi} Q_{N-m} - e^{i(m-N)\varphi} Q_N) + \alpha'' N_2 U_{m-1} \right] \quad (44)$$

$$E'_{N,t}(\vec{x}; N) = \frac{\mu}{g} \frac{e^{i(N-1)\varphi_0'(\vec{x}, t)}}{Q_N \cdot T} \left\{ P' [Q_N - Q_{N+1} e^{-i\varphi} + e^{-iN\varphi} (N_1 e^{-i\varphi} - 1)] + \right. \\ \left. + P'' N_2 e^{i(L-a)\lambda_0} (U_{N-2} - U_{N-1} e^{-i\varphi} + e^{-iN\varphi}) \right\} \quad (45)$$

Пользуясь формулами (42) и (44) и условиями сшивки полей нетрудно получить выражения и для полей излучения внутри каждой из пластин (см. [50]).

Таким образом, задача об излучении, возникающем в стопке, состоящей из произвольного числа пластин, решена полностью и без приближений. Формулы (7) и (8) работы [3] представляются собой выражения (43) и (45), записанные в несколько ином виде.

В работе [53] формулы для стопки были обобщены на тот случай, когда вещество пластин обладает $\mu \neq 1$ и когда диэлектрическая постоянная является тензором, описывающим одноосный кристалл. Случай тонкой стопки тонких пластин рассмотрен в [54], а стопки просветленных пластин в [55]. Диэлектрическая среда, просветленная бесконечно тонкими металлическими фольгами, рассмотрена в работах [56, 57].

6. Переход к ультрарелятивистским частицам и рентгеновскому переходному излучению

В этом разделе мы, пользуясь точными формулами (43) и (45), перейдем к случаю рентгеновского переходного излучения, когда

$\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_0^2/\omega^2$. При этом мы будем считать частицу крайне-релятивистской, а число пластин N очень большим. Такой переход был совершен в работе [58]. Впоследствии, в работах [59, 10] этот случай был рассмотрен более детально и были найдены пределы применимости полученной формулы.

Для того, чтобы совершить этот переход, заметим, что излучением, испущенным назад в рентгеновской области, можно пренебречь. Принимая во внимание определения величин, входящих в P' и P'' , получим

$$P' = (\sqrt{\varepsilon} + 1) \frac{\frac{\omega}{c}(1-\varepsilon)}{\Lambda \Lambda_0} e^{i\varphi_0 a} (1 - e^{-i\varphi_0 a}),$$

$$P'' = (\sqrt{\varepsilon} - 1) \frac{\frac{\omega}{c}(1-\varepsilon)}{\Lambda \Lambda_0} (1 - e^{2i\lambda a}). \quad (46)$$

Далее учтем, что $2\zeta = N_1(1 + \frac{1}{N_1^2} + \delta_1)$, где $\delta_1 = -\frac{G^2}{F^2} e^{2i\lambda_0 b}$. Так как $\varepsilon(\omega)$ очень близко к единице, то $N_1 = e^{-i\varphi}$, $\delta_1 = -\zeta_1(1 - e^{2i\lambda_0 a})^2 e^{2i\lambda_0 b}$, $T = (1 - e^{i(\varphi-\varphi)}) (1 - e^{-i(\varphi+\varphi)}) - \delta_1 e^{i(\varphi+\varphi)}$, $\varphi = \lambda a + \lambda_0 b$. Тогда воспользуемся тем разложением $U_N(\zeta)$ и $Q_N(\zeta)$ в ряд по δ_1 , которое получено в [37]. В результате будем иметь, что

$$Q_N = e^{-i\varphi N} \left(1 + \delta_1 \frac{N(1 - e^{2i\varphi}) + e^{2i\varphi N} - 1}{(e^{2i\varphi} - 1)^2} \right),$$

$$U_N = e^{-i\varphi N} \frac{1 - e^{2i(N+1)\varphi}}{1 - e^{2i\varphi}},$$

при условии

$$(\zeta_1 N)^2 \ll 1. \quad (47)$$

Пользуясь полученными формулами, можно сделать соответствующие приближения и в формуле (45). В результате, после некоторых преобразований и анализа (подробнее см. [59]) получим

$$E'_{N,t}(\vec{k}; N) = u \frac{\omega^2 (1-\epsilon)}{\Lambda \Lambda_0} e^{i\varphi'_0(a+\vartheta(N-1)) + i\varphi'_0 a} \cdot (1 - e^{-i\varphi'_0 a}) \cdot \frac{1 - e^{-i(\varphi-\varphi')N}}{1 - e^{-i(\varphi-\varphi')}}. \quad (48)$$

При этом было предположено также, что

$$N(\varphi - \varphi' - 2\pi n) \ll 1. \quad (49)$$

Вычислим поток вектора Пойнтинга через плоскость $z = \text{const}$. в заключительном отрезке за все время пролета частицы. Имеем

$$\frac{dS'_N}{d\omega} = \frac{4\pi^2}{v^2 c} \int_0^{\frac{\pi}{2}} |E'_{N,t}(\vec{k}; N)|^2 \omega^2 d\Omega = \frac{e^2}{\pi^2 c} \int \frac{(1-\epsilon)^2 \sin^2 \vartheta d\Omega}{(1-\beta^2 \cos^2 \vartheta)^2 (1-\beta^2 (\epsilon - \sin^2 \vartheta))^2} 4 \sin^2 \left(\frac{a\varphi'_0}{2} \right) \left[\frac{\sin \frac{\varphi-\varphi'}{2} N}{\sin \frac{\varphi-\varphi'}{2}} \right]^2. \quad (50)$$

При $N=1$ полученная формула переходит в формулу для одной пластины (29). Отметим также, что если $\frac{a}{c} \varphi'_0 \ll 1$, $\frac{l}{2} \varphi'_0 \ll 1$ или

$$a \ll \frac{4v}{1 - \beta^2 + \frac{\omega^2}{c^2} + \vartheta^2}, \quad l \ll \frac{4v}{1 - \beta^2 + \vartheta^2}, \quad (51)$$

то формула (50) принимает вид

$$\frac{dS'_N}{d\omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \int \frac{(1-\epsilon)^2 \sin^2 \vartheta d\Omega}{(1-\beta^2 \cos^2 \vartheta)^2 (1-\beta^2 (\epsilon - \sin^2 \vartheta))^2} 4 \sin^2 \left[\frac{a\varphi'_0}{4v} (1 - \beta^2 (\epsilon - \sin^2 \vartheta)) \right], \quad (52)$$

где $\bar{\epsilon} = \frac{a\epsilon + b}{a+b}$; $l = N(a+b)$. Таким образом, при выполнении условий (51) излучение происходит как бы на одной пластине со средней диэлектрической постоянной $\bar{\epsilon}$.

Нашей дальнейшей задачей будет произвести интегрирование по углу ϑ в формуле (50). В случае одной границы и одной пластины это интегрирование удавалось произвести достаточно просто (см. формулы (18) и (30)). В настоящем случае интегрирование будет значительно более сложным.

Сразу видно, что выражение, стоящее в квадратных скобках формулы (50) можно заметить на сумму δ -функций согласно известной формуле

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \frac{\sin^2 Nx}{\sin^2 x} = \sum_n \delta\left(\frac{x}{\pi} - n\right) . \quad (53)$$

Однако величина N , стоящая в формуле (50), не бесконечна, а конечна, хотя и достаточно велика. Поэтому ширина функции $\sin^2 Nx / \sin^2 x$ вокруг тех дискретных значений угла ϑ_n , когда $x = n\pi$ и функция имеет максимумы, является конечной величиной. Замена функции, имеющей конечную ширину в максимумах, на сумму δ -функций справедлива в том случае, если оставшаяся часть подынтегрального выражения (50) является гладкой функцией угла ϑ . Поэтому мы можем воспользоваться формулой (53) , если эта оставшаяся часть подынтегрального выражения, которую мы ниже обозначим через f , не будет существенно меняться как функция угла ϑ на конечной ширине вокруг максимумов функции $\sin^2 Nx / \sin^2 x$.

Прежде чем приступить к этому анализу целесообразно перейти в формуле (50) к приближенным малым углам и ввести новую переменную $y = \vartheta^2$. Тогда формула (50) переищется в следующем виде

$$\frac{dS_N'}{d\omega} = \frac{4e^2\omega_0^4}{\pi c} \int \frac{d\omega}{\omega^4} \int_0^\infty \frac{y \sin^2 Y}{(s+y)^2(\eta+y)^2} \left[\frac{\sin NX}{\sin X} \right]^2 dy, \quad (54)$$

где

$$\omega_p' = \frac{4\pi v r^2}{\rho}, \quad \omega_p'' = \frac{\rho \omega_0^2}{4\pi v}, \quad \rho = \alpha + \beta$$

$$X = \pi \left(\frac{\omega_p''}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_p'} + \frac{\rho \omega}{4\pi v} y \right), \quad Y = \pi \left(\frac{\omega_0}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_0} + \frac{\rho \omega}{4\pi v} y \right). \quad (55)$$

Положим $f = \frac{4\pi^2}{\pi c} \int_0^\infty \frac{y}{(s+y)^2(\eta+y)^2} dy$, причём

$$f_1 = \frac{\omega_0^4}{\omega^4} \frac{Y^2}{(s+y)^2(\eta+y)^2}, \quad f_2 = \sin^2 Y. \quad (56)$$

Анализ f_1 показывает, что максимум этой функции достигается при $y \sim (1-\beta^2)$, а ширина этого максимума также порядка $(1-\beta^2)$.

С другой стороны, нетрудно видеть, что функция f_2 имеет максимум при следующих значениях величины y

$$y_s = \frac{\omega_0'}{\omega y^2} \left[s - \left(\frac{\omega_0''}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_0'} - \frac{\rho}{2} \right) \right], \quad (57)$$

где целое число s принимает свои значения, начиная с целого, большего $\left(\frac{\omega_0''}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_0'} - \frac{\rho}{2} \right)$. Поэтому, если ввести такую область частот, что

$$\omega \gg \omega_0', \quad (58)$$

то в этой области на значении функции f_2 наблюдается нуль

обязанные f_2 (см. рис. 9, где пунктирная кривая это функция f_1 , точечная — f_2 , а сплошная кривая $\sim f$). Нули эти расположены на расстоянии

$$\Delta y = \frac{\omega'_a}{\omega \gamma^2} \quad (59)$$

друг от друга. В области же частот, удовлетворяющих условию, обратному (58), а именно

$$\omega \lesssim \omega'_a \quad (60)$$

функция f_2 пройдет примерно один раз через нуль там, где f_1 принимает свои существенные значения (см. рис. 10 и 11). Ясно, что в этом случае интервал существенного изменения функции f есть

$$\Delta y \sim \gamma^{-2}. \quad (61)$$

Из формулы (54) видно, что $\frac{dS_z'}{d\omega} = \int f dy$ есть интенсивность излучения, испускаемого вперед на одной пластине. Из рис. 10 и 11 следует, что в области частот (60) эта функция будет иметь ясно выраженные максимумы и минимумы в зависимости от положения \bar{y}_s относительно γ^{-2} . С другой стороны, из рис. 9 видно, что в этом случае изменение частоты, т.е. смещение кривой f_2 , не даст значительных изменений в величине $\int f dy$. Поэтому зависимость этой величины от частоты будет гладкой или же будут иметь место небольшие максимумы. Положения максимумов в области частот (60) должны быть найдены из условия $\bar{y}_s = \gamma^{-2}$. Если взять то решение последнего уравнения, которое имеет место в области частот $\omega \ll \omega'_a$, то получим формулу (32).

Проанализируем теперь функцию $\frac{\sin^2 N\chi}{\sin^2 \chi}$. Максимумы этой функции будут иметь место при тех $y = y_n$, когда

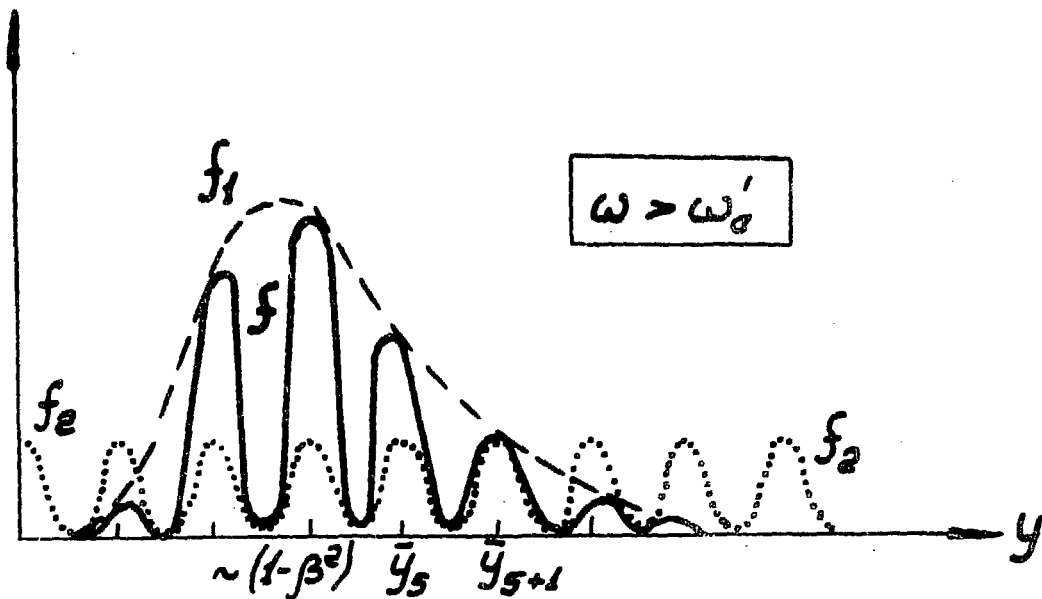


Рис. 9 Зависимость величин, определяемых формулой (56) от y при $\omega > \omega'_a$.

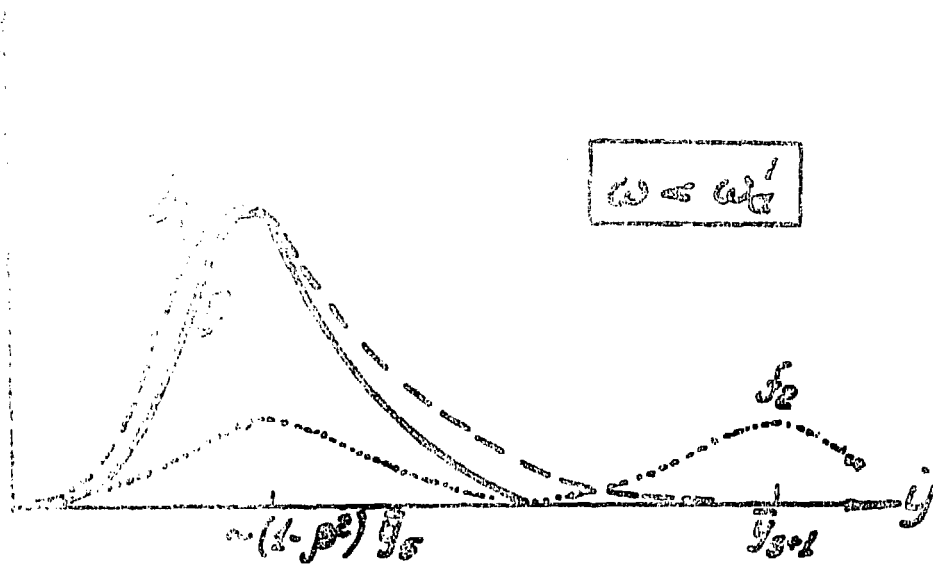


Рис. 10 То же при $\omega < \omega'_a$ и совпадающих максимумах.

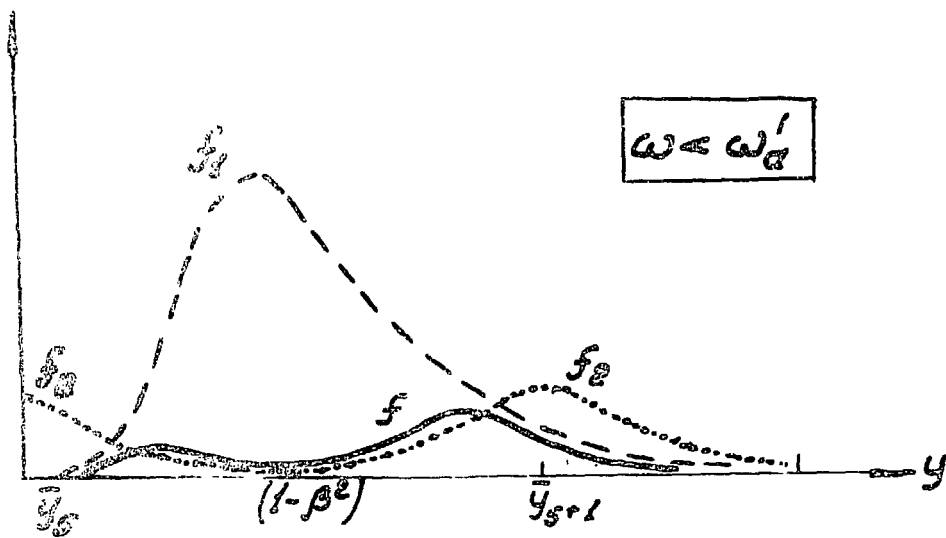


Рис. 11 То же при $\omega < \omega'_a$ и несовпадающих максимумах.

$$X = n\pi \quad (62)$$

Это уравнение связывает частоту ω с углом излучения ϑ или с волновым вектором, так как $\alpha = \frac{\omega}{c} \vartheta$, $\lambda_0 = \sqrt{\frac{c^2}{\omega^2} (1 - \vartheta^2)}$. Поэтому это уравнение может быть названо дисперсионным уравнением слоистого диэлектрика. Из условия (62) получаем, что

$$y_n = \frac{4\pi v}{\rho \omega} \left(n - \frac{\omega_a''}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_p'} \right). \quad (63)$$

Если обозначить $n_{min} = \left\{ \frac{\omega_a''}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_p'} \right\}$, где фигурная скобка означает целое большее число внутри скобки, то из последней формулы следует, что n должно принимать следующие значения:

$n = n_{min} + K$, где $K = 0, 1, 2, \dots$. С другой стороны, можно написать

$$n_{min} = \left(\frac{\omega_a''}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_p'} \right) + d(\omega),$$

где функция $d(\omega)$ ($0 \leq d(\omega) \leq 1$) дополняет величину $\left(\frac{\omega_a''}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_p'} \right)$ до целого числа. Тогда

$$n = \frac{\omega_a''}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_p'} + K + d(\omega), \quad (64)$$

откуда видно, что дискретные значения квадрата угла излучения (63) удобно отмечать индексом K :

$$y_K = y_n = \frac{\omega_p'}{\omega \gamma^2} (K + d). \quad (65)$$

Найдем также расстояния между этими дискретными значениями

$$\Delta = y_{k+1} - y_k = \frac{\omega_p'}{\omega_f^2}. \quad (66)$$

Для того, чтобы определить ширину Δ_N максимумов функции $\text{sin}^2 \pi X / \text{sin}^2 \pi X$ запишем $y = y_k + \Delta_N$, подставим такое выражение в (55) для X и определим Δ_N из требования $N \frac{\rho \omega}{4\pi v} \Delta_N \sim 1$, откуда

$$\Delta_N \sim \frac{1}{N} \frac{4\pi v}{\rho \omega} = \frac{1}{N} \frac{\omega_p'}{\omega_f^2}. \quad (67)$$

Теперь мы можем ответить на главный вопрос о правомерности использования формулы (53) в интеграле (54). Для этого мы должны потребовать выполнения условия

$$\Delta_N \ll \Delta y, \quad (68)$$

где Δy определяется формулами (59) и (61) в зависимости от того, какую область частот мы имеем в виду. Нетрудно видеть, что при частотах, определяемых условием (58), из (68) на величину N фактически не следует никакого условия. С другой стороны, при выполнении условия (60) из (68) следует, что

$$N \gg \frac{\omega_p'}{\omega}. \quad (69)$$

Вспомним, что N должно подчиняться еще и условию (47). Из требования, чтобы в области частот (60) условия (47) и (69) были совместны, получаем следующие неравенства:

$$\left(\frac{a}{\rho}\right)^{3/2} \frac{\omega_0}{2} \ll \omega_p' \ll 4 \frac{\omega^3}{\omega_0^2}. \quad (70)$$

Пусть имеют место условия (47), (69) и (70). Согласно (53) имеем

$$\frac{\sin^2 NX}{\sin^2 X} = N \sum_{k=0}^{\infty} \Delta \cdot \delta(y - y_k), \quad (71)$$

где y_k и Δ определяются формулами (65) и (66). Проинтегрируем в выражении (54) по y , воспользовавшись формулой (71):

$$\frac{dS'_N}{d\omega} = N \cdot Q, \quad (72)$$

где

$$Q = \Delta \sum_{k=0}^{\infty} f(y_k). \quad (73)$$

Формулу (72) можно представить также и следующим образом

$$\frac{dS'_N}{d\omega} = N \frac{4e^2}{\pi c} \frac{\omega_p''}{\omega^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k+d) \sin^2 \left[\pi \frac{b}{p} \left(k+d + \frac{\omega}{\omega_p'} \right) \right]} \left(k+d + \frac{\omega_p''}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_p'} \right)^2 \left(k+d + \frac{\omega}{\omega_p'} \right)^2. \quad (74)$$

Формула (74) впервые была получена в работах [60, 58] (см. также [61]).

Заметим, что последняя формула не изменится, если аргумент квадрата синуса заменить на следующий: $\frac{\pi a}{p} \left(k+d + \frac{\omega_p''}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_p'} \right)$. Формула (74) может быть проинтегрирована по частотам (см. [62, 63]).

Если в области частот (60) вместо (69) имеет место обратное условие, то в этом случае $\Delta_N \gg \Delta y$. Это означает, что теперь уже функция f может считаться острой функцией, а $\frac{\sin^2 NX}{\sin^2 X}$ — гладкой функцией. Принимая это во внимание, мы можем легко оценить интеграл (54). В результате получаем, что интенсивность на стопке мала и по порядку величины равна интенсивности излучения на одной пластине.

Формула (74) может быть упрощена при выполнении некоторых условий. А именно, будем интересоваться теми случаями, когда суммирование по k в формуле (74) может быть заменено интегрирова-

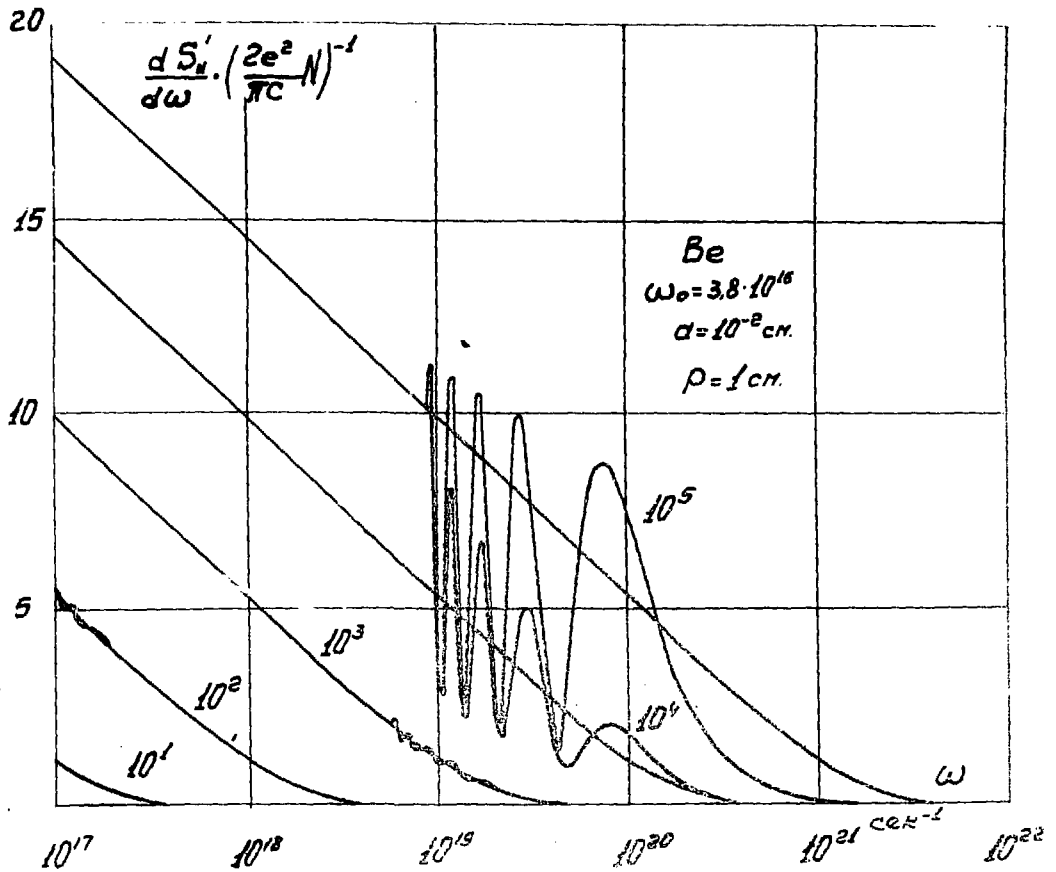


Рис. 12 Величины, пропорциональные интенсивности переходного излучения, испускаемого на стопке из N пластин, но приведенные к одной пластине, как функции частоты. Остальные обозначения те же, что и на рис. 4-7. Период среды $\rho = a + b = 1 \text{ см.}$

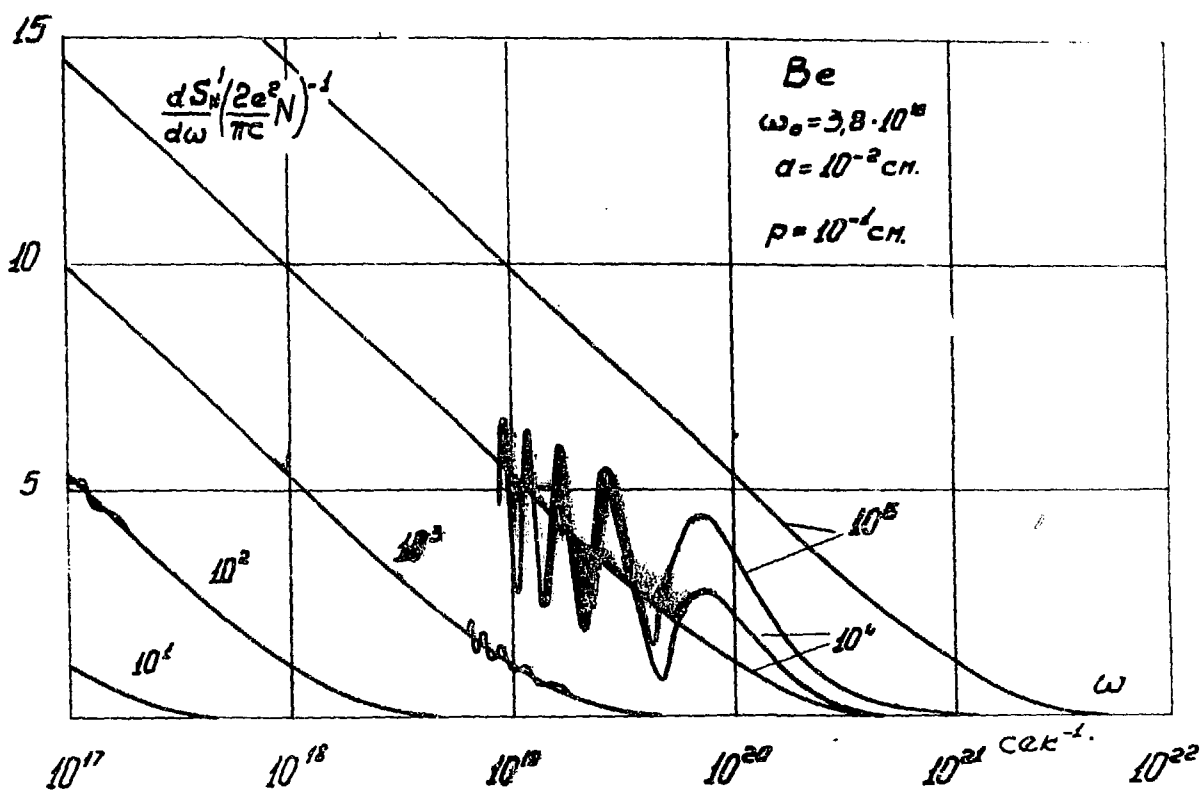


Рис.13 То же для $\rho = 10^{-1}$ см.

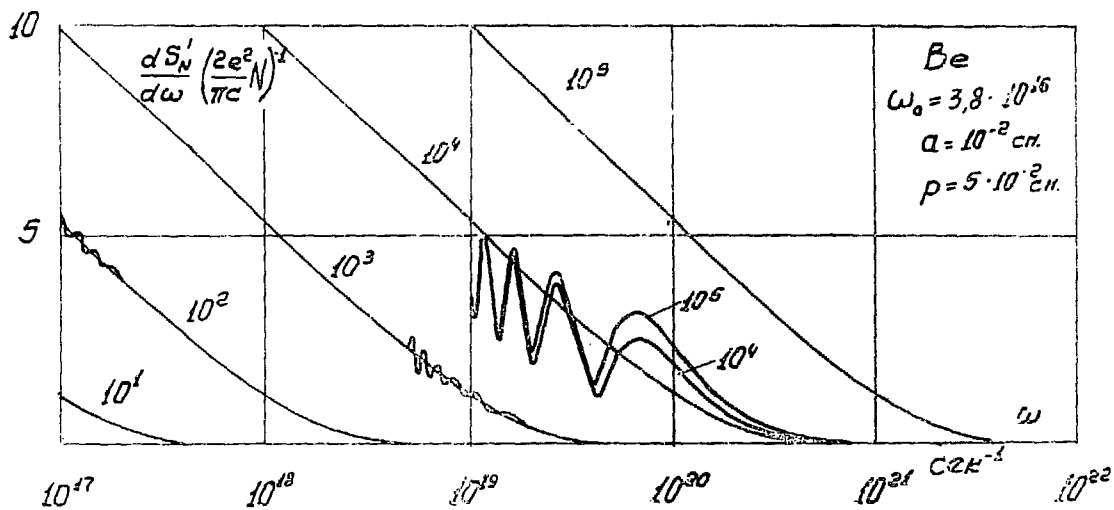


Рис.14 То же для $\rho = 5 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-1}$

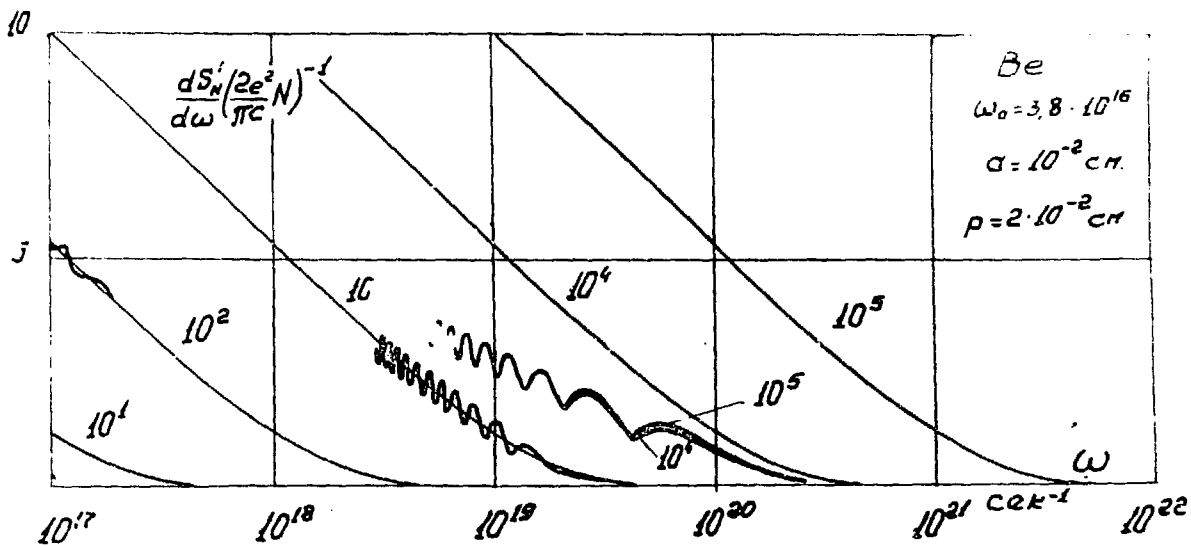


Рис.15 То же для $\rho = 2 \cdot 10^{-2} \text{ см.}$

нием. Для этого мы должны потребовать, чтобы величина, стоящая под знаком суммы в (74) мало бы изменялась при изменении k на единицу. Если предварительно произвести усреднение по небольшому интервалу частот, то это будет иметь место, если аргумент квадрата синуса велик, т.е. при

$$b \gg \frac{v \gamma^2}{\omega} \quad (75)$$

Интегрирование по k можно провести тогда аналогично тому, как было выполнено интегрирование формулы (29) по \mathcal{D}^2 . Ввиду выполнения условия (75) в полученной формуле можно положить $d=0$, и в результате получим

$$\frac{dS_N'}{d\omega} = N \cdot \frac{dS_i'}{d\omega} \quad (76)$$

Таким образом, если имеет место условие (75), т.е. расстояния между пластинами много больше зоны формирования излучения в вакууме, то все пластины излучают независимо.

Следовательно, если при расчете интенсивности или числа квантов переходного излучения, испускаемого в стопке пластин, выполняются условия (47), (69) и (70), то расчет можно вести по формуле (74). Если же условия (69) и (70) не выполняются, то надо пользоваться формулой (50) или (54).

Для иллюстрации на рис.12-15, взятых из работы [62], приведены графики величин, пропорциональных интенсивности переходного излучения, испускаемого в стопке пластин, каждая толщиной $a = 10^{-2}$ см., находящихся друг от друга на расстояниях b и рассчитанных по формуле (74). Интенсивности приведены к одной пластине, поэтому их интересно сравнить с кривыми рис.5.

В качестве другой иллюстрации на рис.16 приведены три серии

кривых, взятых из [10], причем в каждой серии также имеются три кривые. Расчет относится к слоистой среде с $a = 2 \cdot 10^{-2}$ см, $b = 1$ см. Три нижние кривые относятся к случаю, когда лоренц-фактор заряда равен $3,5 \cdot 10^3$. Сплошная кривая есть излучение с удвоенной одной границы, т.е. формула (18), умноженная на два и поделенная на $\kappa\omega$. Пунктирная кривая рассчитана для одной пластины по формуле (30), поделенной на $\kappa\omega$. Наконец, точечная кривая рассчитана по формуле (74), но приведена к одной пластине, т.е. формула (74) поделена на N и на $\kappa\omega$. При этом мы считали, что выполняются условия (47), (69) и (70). Мы видим, что кривая для пластины и для пластины в слоистой среде весьма близки друг к другу. Это естественно, так как для данного случая $\omega_p' = 2,5$ кэВ, т.е. условие (75) удовлетворяется для $\omega > 10$ кэВ. С другой стороны, обе эти кривые не очень далеки также от кривой для удвоенной границы, так как, например, для $\omega = 20$ кэВ и $\omega_0 = 20$ эВ зона формирования в среде порядка $20 \mu\kappa$, тогда как $a = 200 \mu\kappa$. Аналогичное положение имеет место и со следующей серией кривых, относящихся к заряду с лоренц-фактором $7 \cdot 10^3$. В этом случае $\omega_p' = 10$ кэВ. Наконец, верхние кривые относятся к $\gamma = 7 \cdot 10^5$. В этом случае $\omega_p' = 10^5$ кэВ. Поэтому кривые для пластины и пластины в стопке сильно отличаются друг от друга. Одновременно увеличивается осцилляция кривой для пластины относительно удвоенной границы, так как с увеличением энергии частицы амплитуда этих осцилляций должна расти согласно формуле (31). Положение максимумов при этом определяется формулой (32).

В работах [60, 61, ?] условие (62) было названо условием "резонанса", а излучение, описываемое формулой (74), но без учета условий (47), (69), (70), было названо "резонансным". При этом, в указанных работах считалось, что

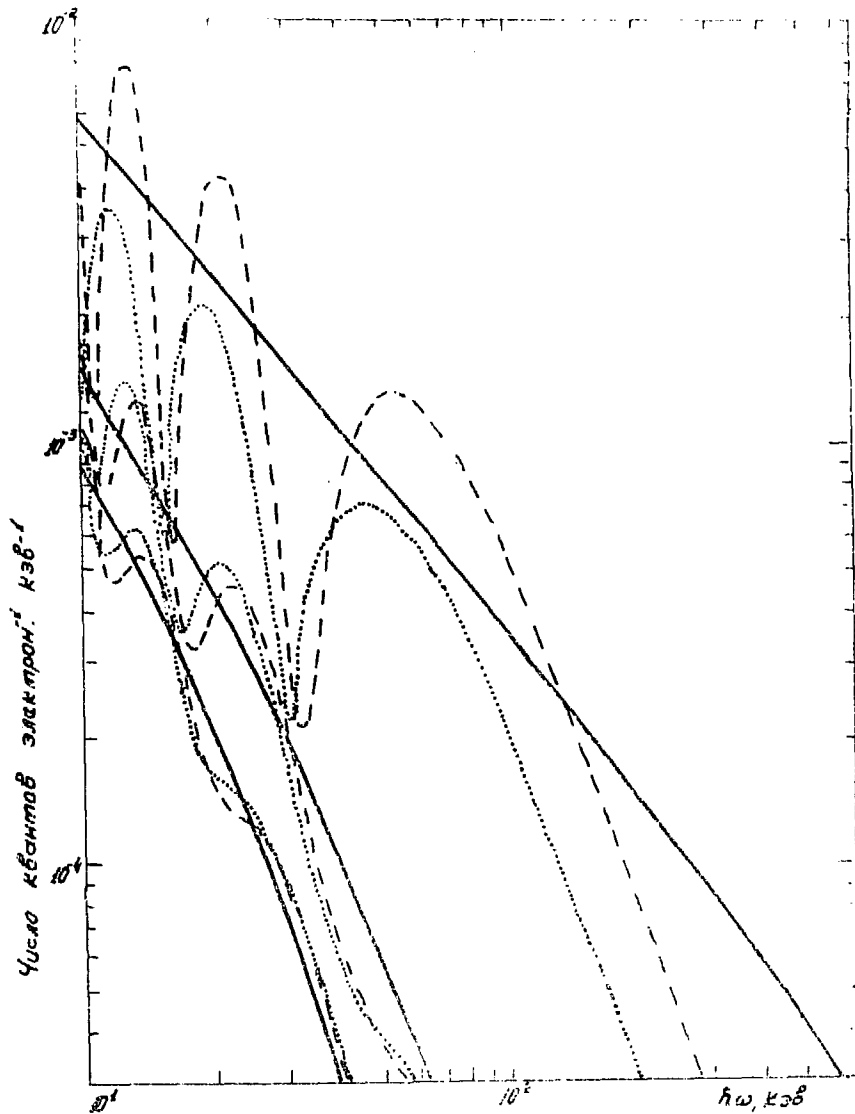


Рис.16 Слоистая среда с $a = 2 \cdot 10^{-1}$ см и $b = 1$ см. Сплошные кривые дают удвоенное число квантов, испущенных на одной границе, пунктирные — рассчитаны для одной пластины, а точечные — для одной пластины, но находящейся в слоистой среде. Нижние три кривые (сплошная, пунктирная и точечная) рассчитаны для заряда с $\gamma = 3,5 \cdot 10^3$, следующие три кривые для $\gamma = 7 \cdot 10^3$ и последние три кривые для $\gamma = 7 \cdot 10^5$.

среда имеет макроскопический период неоднородности, а рассматривалось излучение с длинами волн порядка ангстрема, т.е. в рентгеновской области частот. Впервые условие (62), но в более общем виде, было получено в работах [65, 78] и с достаточным основанием названо дисперсионным уравнением для слоистого диэлектрика. Как видно из формулы (54), будет ли интенсивность излучения на какой-либо частоте максимальной или минимальной зависит от того, какие значения принимает на углах ϑ_k величина f , описывающая угловое распределение интенсивности переходного излучения, образуемого на одной пластине. Из приведенного выше рассмотрения видно, что интенсивность излучения будет максимальной при частотах ω_k , определяемых формулой (32), в не на частотах, вытекающих из условия "резонанса". Более подробно этот вопрос обсужден в разделах 8.10, в которых будет найдено, при каких условиях в слоистых средах действительно может возникнуть резонанс в излучении.

7. Учет поглощения среды в стопке пластин

Проведенное выше рассмотрение образования рентгеновского переходного излучения страдает тем недостатком, что в нем не учтено поглощение среды. Учет поглощения, как известно, сводится к тому, что надо принять во внимание комплексность $\epsilon(\omega) = \epsilon'(\omega) + i\epsilon''(\omega)$. Будем считать, что $|\epsilon'(\omega)| \gg |\epsilon''(\omega)|$. Тогда $\psi' = i(\frac{\omega}{c} - \lambda) = \frac{i\omega}{c} (1 - \beta\sqrt{\epsilon' - \epsilon_k^2 \sin^2 \vartheta}) + \mu$, где ϑ - угол излучения кванта, а $\mu = \mu(\omega) = \frac{1}{2} \frac{\omega}{c} \epsilon''(\omega)$ есть коэффициент поглощения вещества по амплитуде поля. Учтем те изменения, которые вносит $\epsilon''(\omega)$ в формулу (54). В результате получим [64]

$$\frac{dS_N'}{d\omega} = \frac{e^2}{\pi c} \frac{|\omega_0^2 - 2ic\omega\mu|^2}{\omega^4} \int_0^\infty y \frac{[4e^{-\mu a} \sin^2 Y + (1 - e^{-\mu a})^2]}{(\xi + y)^2 \left| \eta - \frac{2ic\mu}{\omega} + y \right|^2} \Psi(y) dy \quad (77)$$

причем

$$\Psi(y) = \frac{4e^{-\mu a N} \sin^2 NX + (1 - e^{-\mu a N})^2}{4e^{-\mu a} \sin^2 X + (1 - e^{-\mu a})^2}, \quad (78)$$

а X и Y определяются формулами (55). Формула (77) с учетом условия (47) есть точная формула для потока рентгеновского переходного излучения, вышедшего из стопки пластин с учетом поглощающей способности вещества.

Сделаем теперь в формуле (77) приближения. Обычно всегда поглощение в одной пластине ничтожно, т.е.

$$\mu a \ll 1. \quad (79)$$

Тогда формула (77) примет вид

$$\frac{dS_N'}{d\omega} = \frac{4e^2}{\pi c} \frac{|\omega_0^2 - 2ic\omega\mu|^2}{\omega^4} \int_0^\infty y \frac{\sin^2 Y}{(\xi + y)^2 \left| \eta - \frac{2ic\mu}{\omega} + y \right|^2} \Psi(y) dy \quad (80)$$

где $\Psi(y)$ опять определяется формулой (78), и выполняется условие

$$|\sin Y| \gg \mu a / 2.$$

Нетрудно видеть, что максимальное значение $\Psi(y)$ при $y = y_n$, определяемое формулой (63), равно $N^2(\omega)$, где

$$N(\omega) = \frac{1 - e^{-\mu a N}}{1 - e^{-\mu a}}. \quad (81)$$

Очевидно, что если при этом окажется, что

$$N(\omega) \gg 1 \quad (82)$$

то мы можем заменить $\Psi(y)$ на сумму δ -функций с помощью формулы типа (53). Однако, как было показано в предыдущем разделе, всегда надо иметь в виду как ширину максимумов функции $\Psi(y)$, так и оставшейся части подынтегрального выражения формулы (80), чтобы знать, какая из них острее и может быть, следовательно, заменена на δ -функции. Так как оставшаяся часть подынтегрального выражения формулы (80) при условии $2c\omega \ll \omega_0^2$ (которое обычно выполняется) полностью совпадает с тем, что было ранее без учета поглощения, т.е. с $f = f_1 \cdot f_2$ (см. (56)), то нам надо исследовать только ширину максимумов функции $\Psi(y)$ и сравнить их с ширинами максимумов f .

Для этого рассмотрим следующие частные случаи.

Перый.

$$q \cdot \mu \cdot N \ll 1. \quad (83)$$

Тогда $\Psi_{\text{max}} = \Psi(y_*) = N^2$. Положим в $\Psi(y)$ переменную $y = y_* + \Delta_N$, где Δ_N определяется формулой (67) и есть ширина функции $\Psi(y)$ в отсутствие поглощения. Тогда нетрудно получить, что $\Psi(y)$ при таком y будет много меньше Ψ_{max} , т.е. мы можем считать $\Psi(y) \approx 0$ при условии (83). Таким образом, формулу (74) мы можем воспользоваться формулой (74), если выполняются условия (47), (69) и (70).

Пусть теперь

$$\mu \cdot N \sim 1 \quad (84)$$

Значение $\Psi(y)$ при $y=y_n$ равно $N^2(\omega)$. Нетрудно видеть, что теперь Δ_N уже не будет шириной $\Psi(y)$. Действительно, при $y=y_n+\Delta_N$ функция $\Psi(y)$ будет порядка $N^2(\omega)$. Функция $\Psi(y)$ может стать меньше только за счет возрастания знаменателя, т.е. при $y=y_n+\Delta_1$, где

$$\Delta_1 = \frac{1}{2} \frac{4\pi v}{\rho \omega}. \quad (85)$$

Для того, чтобы можно было заменить $\Psi(y)$ на δ -функции, необходимо, чтобы Δ_1 была много меньше ширины Δy , определяемых формулами (59) и (61). Это требование при $\omega \gg \omega_a'$ приводит к условию

$$2\rho \gg a. \quad (86)$$

Если же $\omega \leq \omega_a'$, то получаем условие

$$\omega \gg \frac{1}{2} \omega_p', \quad (87)$$

причем для того, чтобы существовала область частот $\omega_p' \ll \omega \ll \omega_a'$ должно иметь место также условие (86). Таким образом в столбе, где поглощение уже ощущается и имеет место условие (84), мы можем считать число квантов переходного излучения по формуле (74) с N , замененным на $N_{эф.}$ только лишь в области частот $\omega \gg \frac{1}{2} \omega_p'$, если при этом $2\rho \gg a$.

Таким образом при выполнении условия (84) область применимости формулы (74) сильно сужается, так как раньше вместо условия (87) мы имели условие (69). Для того, чтобы мы могли пользоваться формулой (74) нам надо еще определить $N_{эф.}$. Эта величина связана с нормировкой функции $\Psi(y)$.

Раньше, при отсутствии поглощения ввиду того, что

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 Nx}{x^2} dx = N,$$

в формулу (53) входила величина N . Теперь при наличии поглощения нам надо вычислить интеграл

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 Nx + \left(\frac{e^{\frac{\mu a N}{2}} - e^{-\frac{\mu a N}{2}}}{2} \right)^2}{x^2 + \left(\frac{\mu a}{2} \right)^2} e^{-\mu a(N-1)} dx = \frac{1 - e^{-2\mu a N}}{2\mu a}.$$

Поэтому в формуле (53) вместо N должно стоять $N_{эф.}$, равное

$$N_{эф.} = \frac{1 - e^{-2\mu a N}}{2\mu a}. \quad (88)$$

Заметим, что $N_{эф.}$ можно получить из формулы (87), если в ней заменить μ на 2μ , т.е. заменить коэффициент поглощения по амплитуде поля на коэффициент поглощения по интенсивности поля.

В тех случаях, когда мы не можем воспользоваться формулой (74) с $N \rightarrow N_{эф.}$, необходимо считать число квантов по формуле (80) или (77). Для иллюстрации на рис.17 приведены [66] спектры числа квантов переходного излучения, испущенного в слоистой среде, составленной из бумаги толщиной $a = 2,5 \cdot 10^{-2}$ см и с расстоянием между слоями $b = 2 \cdot 10^{-1}$ см. Рассматривались электроны с энергией 3,75 Гэв, а среда предполагалась имеющей 50 слоев. Верхняя кривая рассчитана по формуле (74) без учета поглощения. Если бы поглощение было очень мало, то мы могли пользоваться этой формулой, так как условия (47), (69) и (70) выполняются, ибо $\omega_p' = 70$ кэв, $\omega_k' = 700$ кэв. Однако, на самом деле, поглощение таково, что $\mu a N \leq 1$. Следующая за верхней кривой кривая рассчитана по формуле (74) с N , замененным на $N_{эф.}$. Но поглощение можно учитывать таким образом, если выполнено усло-

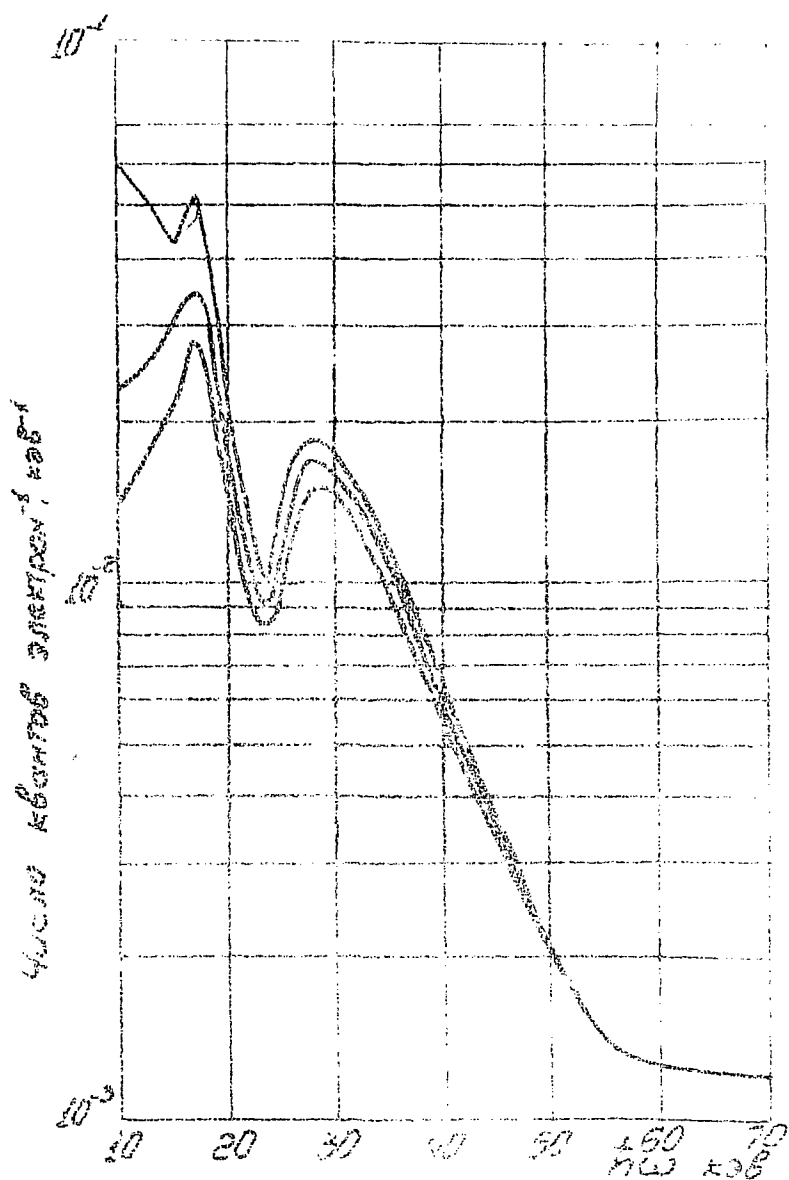


рис. 17 Слойная среда с $d = 1,5 \cdot 10^{-3}$ см., $l = 2 \cdot 10^{-1}$ см.
 $N = 50$, $\omega_0 = 20$ об., $\nu = 0,5 \cdot 10^3$. Вертикаль
 вправо рассчитана по формуле (74), без учета отражде-
 ния, средняя — по формуле (75), а по N^2 рассчита-
 нна по $N_{эф.}$, нижняя часть рассчитана по формуле
 (77).

вие (87), т.е. при $\omega \gg 35$ кэв. Поэтому самая нижняя кривая рассчитана по формуле (77). Две последние кривые должны совпадать при $\omega \gg 35$ кэв, что и имеет место на рис.17.

В заключение этого раздела сделаем следующее замечание. При отсутствии поглощения переходное излучение, образуемое в стопке, описывается формулой (74). Если принять во внимание поглощение, которое испытывает это излучение до того как выйдет из стопки пластин, то мы придем к тому, что в формуле (74) надо заменить N на $N_{эф}$. Когда этого нельзя делать и мы должны рассчитывать число квантов по формуле (77), т.е. при невыполнении условия (87), тогда поглощение сказывается не только на выходе из среды, но и на образовании в среде переходного излучения. В случае, рассмотренном на рис.17, это есть область $\omega < 35$ кэв.

8. Стопка хаотически расположенных пластин с произвольными толщинами.

Из всего хода предыдущих рассуждений следует, что переходное излучение будет образовываться при пролете заряда не только через регулярную периодическую среду, но и при пролете через хаотически расположенные неоднородности. Иначе говоря, для образования переходного излучения нет необходимости в строгой периодичности среды, а достаточно наличия границ раздела сред. Очевидно, что возникающее при этом излучение, как и в случае регулярной среды, должно быть рассчитано с учетом взаимного влияния этих границ. Простейшей средой с хаотическими неоднородностями является пенопласт. Алмазяном, Лорикяном и др. [67] впервые было наблюдеено переходное излучение, образованное в пенопласте. Так как пено-

пласт состоит из хаотически расположенных пор с различными величинами толщин: как стенок пор, так и самих пор, то расчеты предыдущих разделов к нему не могут быть применены. Однако, можно создать некоторую мысленную модель среды, излучение в которой будет почти таким, как в пенопласте. Для этого надо учесть, что интенсивность рентгеновского переходного излучения почти не зависит от угла влета заряда в вещество, как это было отмечено в разделе 3. С другой стороны, поперечные размеры электромагнитного поля заряженной частицы с частотой ω в вакууме имеют порядок $c\gamma/\omega$, т.е. они порядка 10^{-5} см, например, для $\gamma = 10^4$ и рентгеновских частот. Этот размер значительно меньше макроскопических размеров пор.

Поэтому моделью среды, излучательная способность которой почти та же, что и у пенопласта, является модель хаотически расположенных пластин, причем сами пластины также должны иметь произвольные толщины.

Итак, пусть заряженная частица, движущаяся вдоль оси z , пролетает через стопку пластин, перпендикулярных этой оси и состоящих из одного и того же вещества, но имеющих хаотические величины толщин a_n и расстояний b_n между ними. Нахождение точного решения этой задачи весьма громоздко, поэтому мы сразу будем искать приближенное решение для ультрарелятивистских частиц и рентгеновского переходного излучения. Приближение будет заключаться в том, что мы сразу будем пренебрегать отражениями, т.е. считаем условие (47) выполненным.

Если написать условие сшивки на первой границе первой пластины (см. рис. 18), т.е. при $z = 0$, то мы получим систему двух

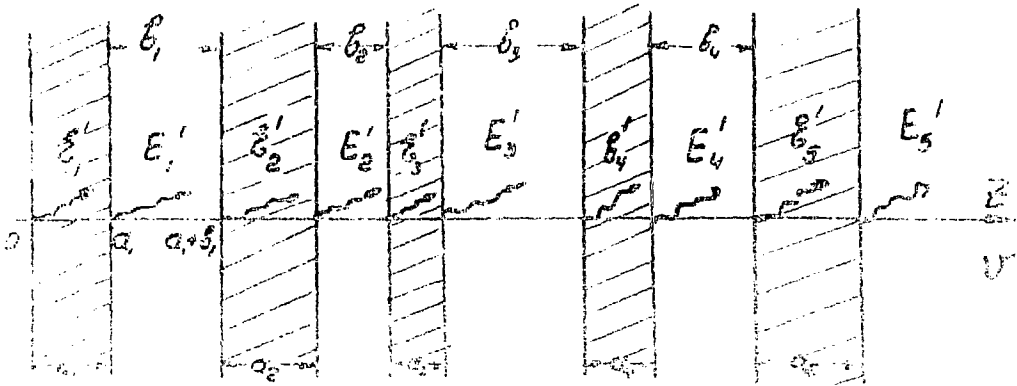


Рис.18 Слоистая среда из хаотически расположенных пластин с произвольными толщинами. Стрелками указаны поля, принимаемые во внимание в расчете.

уравнений (9). Их решения есть поля (IO) и (II). Но для ультра-релятивистских частиц и рентгеновского переходного излучения полем (IO), идущим назад, можно пренебречь, а поле (II) принимает вид

$$\vec{\mathcal{E}}_{1t}'(\vec{k}) = \vec{u} \left(\frac{1}{\Lambda} - \frac{1}{\Lambda_0} \right). \quad (89)$$

Но это же поле можно сразу получить, решая только лишь какое-либо одно из уравнений (9), например, первое, в котором мы сразу отбрасываем поле, идущее назад. Именно такой подход будет реализован при решении настоящей задачи, когда начнем учитывать условия сшивки на других границах раздела сред. Будем обозначать фурье-компоненты полей излучения в пластинах через $\vec{\mathcal{E}}(\vec{k})$, а в отсеках через $E(\vec{k})$.

Рассмотрим, что будет иметь место при $z = a_1$.

Соответствующее уравнение имеет вид

$$\vec{\mathcal{E}}_{1t}'(\vec{k}) e^{i\lambda a_1} - \vec{u} \frac{e^{i\frac{\omega}{v} a_1}}{\Lambda} = -\vec{u} \frac{e^{i\frac{\omega}{v} a_1}}{\Lambda_0} + \vec{E}_{1t}'(\vec{k}) e^{i\lambda_0 a_1}, \quad (90)$$

откуда фурье-компонента поля в первом отсеке будет

$$\vec{E}_{1t}'(\vec{k}) = \vec{\mathcal{E}}_{1t}'(\vec{k}) e^{i\tau a_1} - \vec{\mathcal{E}}_{1t}'(\vec{k}) e^{i\varphi_0 a_1} \quad (91)$$

причем $\tau = \lambda - \lambda_0$.

Из уравнения при $z = a_1 + b_1$ получим

$$\vec{\mathcal{E}}_{2t}'(\vec{k}) = \vec{E}_{1t}'(\vec{k}) e^{-i\tau(a_1 + b_1)} + \vec{\mathcal{E}}_{1t}'(\vec{k}) e^{i\varphi'(a_1 + b_1)} \quad (92)$$

Из уравнения на границе $z = a_1 + b_1 + a_2$, для поля во втором отсеке получим

$$\vec{E}'_{2t}(\vec{k}) = \vec{\delta}'_{2t}(\vec{k}) e^{i\tau(a_1 + b_1 + a_2)} - \vec{\delta}'_{1t}(\vec{k}) e^{i\varphi'_0(a_1 + b_1 + a_2)} \quad (93)$$

Совершенно аналогичным образом получим

$$\vec{\delta}'_{3t}(\vec{k}) = \vec{E}'_{2t}(\vec{k}) e^{-i\tau(a_1 + b_1 + a_2 + b_2)} + \vec{\delta}'_{1t}(\vec{k}) e^{i\varphi'_0(a_1 + b_1 + a_2 + b_2)} \quad (94)$$

$$\vec{E}'_{3t}(\vec{k}) = \vec{\delta}'_{3t}(\vec{k}) e^{i\tau(a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + a_3)} - \vec{\delta}'_{1t}(\vec{k}) e^{i\varphi'_0(a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + a_3)} \quad (95)$$

Подставляя (91) - (94) в (95) получим для фурье-компоненты поля в третьем отсеке

$$\vec{E}'_{3t}(\vec{k}) = \vec{u} \left(\frac{1}{\Lambda} - \frac{1}{\Lambda_0} \right) \left\{ e^{i\tau(a_1 + a_2 + a_3)} - e^{i\tau(a_2 + a_3)} e^{i\varphi'_0 a_1} + e^{i\tau(a_2 + a_3)} e^{i\varphi'_0(a_1 + b_1)} - e^{i\tau a_3} e^{i\varphi'_0(a_1 + b_1 + a_2)} + e^{i\tau a_3} e^{i\varphi'_0(a_1 + b_1 + a_2 + b_2)} - e^{i\varphi'_0(a_1 + b_1 + a_2 + b_2 + a_3)} \right\} \quad (96)$$

Поля в фигурной скобке напомним в том порядке, в котором изображены стрелки на рис.18, если идти слева направо. Первая экспонента в каждом из членов отражает тот факт, сколько раз соответствующее поле излучения проходит через пластинку и какое изменение надо поэтому учесть в её фазе, т.е. это есть коэффициент прожорждения поля излучения, который учитывает как уменьшение амплитуды поля из-за поглощения, так и изменение фазы поля. Вторая экспонента в каждом из членов учитывает когда образовалось

излучение и в связи с этим вносит корректив в её фазу, связанный с тем, что скорость заряда отлична от скорости света. Различие в знаках связано с тем, что в одном случае заряд движется из вакуума в среду, а в другом - из среды в вакуум (см. формулы (10), (11)).

Заметим, что мы получили бы аналогичное выражение, если бы вывели формулу (96) методом, которым была изложена теория рентгеновского переходного излучения в обзоре [12].

Обобщая формулу (95) на случай произвольного числа пластин и несколько преобразовав её получим [68]

$$\vec{E}'_{Nt}(\vec{r}) = \vec{u} e^{i\varphi'_0 \sum_{k=1}^{N-1} (a_k + b_k) + i\varphi'_0 a_N} \left(\frac{1}{\Lambda_0} - \frac{1}{\Lambda} \right) \sum_{m=0}^{N-1} (1 - e^{i\delta_m}) e^{iA_m} \quad (97)$$

где

$$\delta_m = -\varphi' a_{m+1}, \quad A_m = -\varphi' \sum_{k=m+2}^N a_k - \varphi'_0 \sum_{l=m+2}^N b_{k-1}$$

Вычислим теперь поток вектора Пойнтинга в заключительном отрезке, воспользовавшись формулой (50). В результате будем иметь

$$\frac{dS'_N}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi c} \int \left| \frac{1}{\eta - \frac{2i\eta^2}{\omega} + \eta^2} \right| \frac{1}{S_+^2} \left| \int_0^2 d\vartheta \left| \sum_{m=0}^{N-1} e^{iA_m} (1 - e^{i\delta_m}) \right| \right|^2 \quad (98)$$

Пусть теперь a_m и b_m — независимые случайные величины с заданными распределениями. Вычислим среднее значение величины (98). При этом будем считать a_m , а также и b_m независимыми для разных номеров m . Пусть

$$a_m = \bar{a} + \Delta a_m, \quad b_m = \bar{b} + \Delta b_m. \quad (99)$$

Разложим сумму, имеющуюся в формуле (98), в ряд по степеням Δa_m и Δb_m . Далее произведем усреднение величины (98) по всем возможным значениям Δa_m и Δb_m , считая, что $\overline{\Delta a_m} = \overline{\Delta b_m} = 0$ и $\overline{\Delta a_m^n} = \overline{\Delta a^n}$, $\overline{\Delta b_m^n} = \overline{\Delta b^n}$ ($n = 2, 3, 4, \dots$) В том случае, когда поглощение мало так, что имеет место неравенство

$$N\mu \bar{a} \ll 1, \quad (100)$$

можно положить μ равным нулю. Условие (100) для пенопласта, состоящего из легких элементов, выполняется для достаточно большого числа N , Таким образом, для первых членов ряда имеем

$$\begin{aligned} \overline{\frac{dN_{\text{кв}}}{d\omega}} = \frac{8}{137\pi} \int \left(\frac{1}{\eta + \vartheta^2} - \frac{1}{\xi + \vartheta^2} \right)^2 \vartheta^3 d\vartheta. \\ \left\{ \sin^2 \left(\frac{\varphi' \bar{a}}{2} \right) \left[\frac{\sin^2 NX}{\sin^2 X} - \frac{\varphi'^2 \bar{a}^2 + \varphi_0'^2 \bar{\Delta b}^2}{4} \cos NX \frac{(N+1)\sin(N-1)X - (N-1)\sin(N+1)X}{\sin^3 X} \right] + \right. \\ \left. + \frac{\varphi'^2 \bar{\Delta a}^2}{4} \left[N \cos \varphi' \bar{a} - \frac{\sin^2 \varphi' \bar{a}}{\sin X} \left(N \cos X - \frac{\sin 2NX}{2 \sin X} \right) \right] + \dots \right\}, \quad (101) \end{aligned}$$

где $X = \frac{1}{2}(\varphi' \bar{a} + \varphi_0' \bar{b})$ и мы перешли к числу квантов. В последней формуле не выписаны члены, содержащие высшие степени вторых моментов $\overline{\Delta a^2}$ и $\overline{\Delta b^2}$, а также высшие моменты $\overline{\Delta a^n}$, $\overline{\Delta b^n}$ ($n > 2$).

Вообще говоря, мы должны вычислять среднее число квантов переходного излучения в нерегулярной среде по формуле (101).

Однако при больших N , но таких, чтобы выполнялось условие (100), формула (101) может быть упрощена. Действительно, величина

в фигурных скобках формулы (101) состоит из двух слагаемых, ведущих себя по-разному. При достаточно большом N первое слагаемое можно записать в виде

$$N\pi \sin^2\left(\frac{\theta/a}{2}\right) \sum_n \delta(x-\pi n) \left[1 - \frac{N}{2} (\varphi_1'^2 \overline{\Delta a^2} + \varphi_0'^2 \overline{\Delta b^2}) \right], \quad (102)$$

в то время как второе слагаемое не имеет δ -образного характера. Поэтому при интегрировании по конечному интервалу углов ϑ вклад от второго слагаемого можно не учитывать. При этом остальные члены ряда, не выписанные в формуле (101), после указанного интегрирования будут содержать высшие степени величины $\frac{N}{2} (\varphi_1'^2 \overline{\Delta a^2} + \varphi_0'^2 \overline{\Delta b^2})$. Если считать, что роль высших моментов мала, то при

$$\frac{1}{2} (\varphi_1'^2 \overline{\Delta a^2} + \varphi_0'^2 \overline{\Delta b^2}) \ll \frac{1}{N} \quad (103)$$

мы можем ограничиться первым слагаемым в (101), записанным в виде (102).

Заметим, что если в формуле (101) взять в первом члене только первое слагаемое, то мы получим формулу (50) для рентгеновского переходного излучения, образуемого в стопке регулярно расположенных пластин с $a = \bar{a}$, $l = \bar{l}$. Таким образом, мы видим, что переходное излучение в рассматриваемой модели неупорядоченной неоднородной среды при выполнении условия (103) мало отличается от излучения в регулярной стопке с соответствующими a и l .

Условие (103) означает, что отношение среднего квадратичного отклонения толщин пластин к квадрату зоны формирования в веществе плюс аналогичное отношение для вакуумных прослоек, должно быть много меньше обратного числа слоев.

Для того, чтобы выяснить, какое минимальное N следует взять в условии (103), примем во внимание, что согласно (69) отношение $\sin^2 NX / \sin^2 X$ может быть заменено на сумму δ -функций, если

$$\frac{1}{N} \ll \frac{\omega(\bar{a} + \bar{b})}{4\pi v \gamma^2}. \quad (104)$$

Из условий (103) и (104) нетрудно получить, что если имеет место неравенство

$$\frac{\omega^2}{v^2} \left[\Delta a^2 (\eta + \eta^2) + \Delta b^2 \right] \ll \frac{\omega}{v} \frac{(\bar{a} + \bar{b})}{\pi \gamma^2}, \quad (105)$$

то излучение в пенопласте с соответствующим числом слоев N будет совпадать с излучением в регулярной стопке.

При этом следует еще иметь в виду, что из-за случайного характера величин a_m и b_m величина (98) также является случайной. Отклонение этой величины от своего среднего значения (101) будет тем меньше, чем больше число N . Поэтому в случае пенопласта спектр излучения будет тем ближе к спектру регулярной стопки, чем для большого числа будет выполняться неравенство (103).

Заметим также, что нерегулярность уменьшает излучение, но как видно из формулы (102) это уменьшение происходит постепенно и оно становится все более существенным с ростом нерегулярности.

9. Усиление интенсивности излучения, испускаемого в стопке пластин, на отдельных частотах.

Как известно, поле ультрарелятивистского заряда в вакууме по своим свойствам весьма близко к полю свободного излучения (см. напр. [69]).

Поэтому надо ожидать, что в случае пролета ультрарелятивистского заряда через стопку пластин, будет иметь место явление брэгговского отражения поля заряда. Если имеется семейство параллельных атомных плоскостей, расположенных на расстоянии ρ друг от друга, то условие наилучшего отражения, выражающееся в усилении отраженного излучения, имеет вид (см. напр. [70]).

$$2\rho \cdot \sin \theta = k \frac{2\pi c}{\omega},$$

где k - целое число, θ - угол, составляемый излучением с атомными плоскостями (см. рис. 19). В нашем случае, когда заряд перпендикулярно проходит через стопку пластин, угол $\theta = \frac{\pi}{2}$, поэтому из условия Грэгга получим

$$\omega_B \cdot \rho = k \pi c. \quad (106)$$

Если в виду удобства проведем анализ формул (43) и (45), дающих точное решение задачи о переходном излучении в стопке пластин. Этот анализ мы проведем в двух частных случаях: когда диэлектрическая постоянная пластин $\epsilon(\omega)$ близка к единице, и когда она велика, но толщина каждой пластины мала так, что средняя диэлектрическая постоянная по стопке близка к единице. Подробно такой анализ проведен в работе [71], в которой показано, что формулы, получающиеся в обоих случаях, совпадают.

Итак, преобразуем формулы (43) и (45), рассматривая их вблизи брэгговских частот (106), когда $\lambda_0 \rho = k \pi \left(1 + \nu - \frac{\nu^2}{2} \right)$, где $\nu = \frac{\omega - \omega_B}{\omega_B}$, $|\nu| \ll 1$. Отсылая за подробностями к работе [71], приведем только окончательный результат

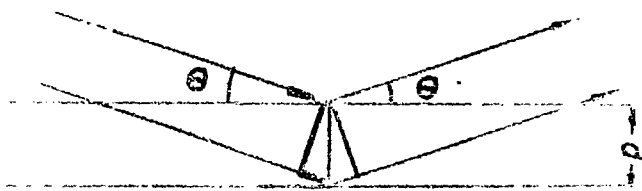


Рис.19. Вывод условия Брэгга.

$$E_{N,t}'(\vec{k}; N) = u \frac{(g_0 p/a) e^2 e^{i(\frac{\omega}{c} - \lambda_0) L}}{\omega^2 \tilde{\eta}_0 (\tilde{\eta}_0 - g_0 p/a) Q} \left\{ (g_0 - \tilde{\eta}_0 \frac{a}{p}) \left(e^{-i\frac{\omega}{c} L \Delta_2} - e^{-i\frac{\omega}{c} L \Delta_1} \right) - \right. \\ \left. - \frac{(g_0 - \tilde{\eta}_0 \frac{a}{p})(\tilde{\eta}_k - g_0) + g_k^2}{\tilde{\mathcal{D}}_p} \left[2 \left(\Delta_2 e^{-i\frac{\omega}{c} L \Delta_2} - \Delta_1 e^{-i\frac{\omega}{c} L \Delta_1} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \tilde{\eta}_0 \left(e^{-i\frac{\omega}{c} L \Delta_2} - e^{-i\frac{\omega}{c} L \Delta_1} \right) - 2(\Delta_2 - \Delta_1) e^{-i(\frac{\omega}{c} - \lambda_0 + \frac{\omega}{c}(\Delta_1 + \Delta_2)) L} \right] \right\} \quad (107)$$

$$E_{0,t}''(\vec{k}; N) = -u \frac{(g_0 p/a) g_k \cdot c^2}{\omega^2 \tilde{\eta}_0 (\tilde{\eta}_0 - g_0 \frac{p}{a}) Q} \left\{ \left(e^{-i\frac{\omega}{c} L \Delta_2} - e^{-i\frac{\omega}{c} L \Delta_1} \right) - \right. \\ \left. - \frac{\tilde{\eta}_0 (p-a)/p}{\tilde{\mathcal{D}}_p} \left[2 \left(\Delta_2 e^{-i\frac{\omega}{c} L \Delta_2} - \Delta_1 e^{-i\frac{\omega}{c} L \Delta_1} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \tilde{\eta}_k \left(e^{-i\frac{\omega}{c} L \Delta_2} - e^{-i\frac{\omega}{c} L \Delta_1} \right) - 2(\Delta_2 - \Delta_1) e^{i(\frac{\omega}{c} - \lambda_0) L} \right] \right\}, \quad (108)$$

где

$$g_0 = \frac{(\varepsilon - 1) a}{p}, \quad g_k = g_0 \frac{\sin \lambda_0 a}{\lambda_0 a}, \quad \tilde{\eta}_0 = \xi + \nu^2, \quad \tilde{\eta}_k = \xi + \nu^2 - 4\nu$$

$$\Delta_{1,2} = \frac{1}{2} \left[2\nu - \nu^2 \pm \sqrt{(2\nu - \nu^2 + g\nu)^2 - g_k^2} \right],$$

$$Q = (2\Delta_2 + g_0) e^{-i\frac{\omega}{c} L \Delta_2} - (2\Delta_1 + g_0) e^{-i\frac{\omega}{c} L \Delta_1},$$

$$\tilde{\mathcal{D}}_p = \frac{4}{p^2 \gamma^2} T = (\Delta_2 - \Delta_1 - 2\nu - \xi) (\Delta_2 - \Delta_1 + 2\nu + \xi).$$

Рассмотрим формулы (107) и (108). Будем считать, что величины

g_0 и g_k обладают небольшими мнимыми частями

$$g_0 = g_0' + i g_0'', \quad g_k = g_k' + i g_k''.$$

Тогда, если $\text{Re } \tilde{\mathcal{D}}_p = 0$, что имеет место при

$$\nu = \nu_0 = \frac{1}{4} \left[\nu^2 - \xi - g_0' - \frac{g_k'^2}{\xi + \nu^2 - g_0'} \right], \quad (109)$$

Фурье-компоненты полей $E_{N,t}'(\vec{r}; N)$ и $E_{0,t}''(\vec{r}; N)$ будут велики. Другими словами при $\nu = \nu_0$ имеется острый максимум излучения, аналогичный динамическим максимумам, найденным в работах [72-76].

Можно считать, что эти максимумы возникли в результате резонанса между вынуждающей силой, т.е. полем заряда, и слоистой средой, поскольку ν_0 зависит от ξ , а ω_B от ρ .

Ширина $\Delta\nu$ этих максимумов определяется из условия $Re \tilde{\nu}_r = Im \tilde{\nu}_r$, откуда $\Delta\nu = \left| Im \left[g_0 + g_k^2 (\tilde{\nu}_0 - g_0)^{-1} \right] \right| / 4$.

10. Анализ поля переходного излучения вблизи брэгговских частот.

Для более детального анализа полученных формул, разложим выражения (107) и (108) в окрестности значений $\nu = \nu_0$. В результате получим [77]

$$E_{N,t}'(\vec{r}; N) = -u' \frac{e^{i(\frac{\omega}{c} - \lambda_0)l}}{Q} \left\{ (g_0 - \tilde{\nu} \frac{a}{\rho}) \left(e^{-i\frac{\omega}{c} l a_2} - e^{-i\frac{\omega}{c} l a_1} \right) - \frac{i}{2} \left[\frac{g_k'^2 \eta_0 b}{\eta \rho} + 4(\nu - \nu_0) \left(\tilde{\nu} \frac{a}{\rho} - g_0' \right) \right] \cdot \left[\frac{\sin \left[\frac{\omega}{c} l \left(\frac{a_1}{4} - (\nu - \nu_0) a_2 - i \frac{\delta}{4} \right) \right]}{\left(\frac{a_1}{4} - (\nu - \nu_0) a_2 - i \frac{\delta}{4} \right)} e^{i\frac{\omega}{c} l \left[\tilde{\nu} + g_0' + \frac{g_k'^2}{2} - 4(\nu - \nu_0) a_2 \right] + \frac{\omega l}{4c} \delta} - \frac{\sin \left[\frac{\omega}{c} l \left((\nu - \nu_0) a_3 + i \frac{\delta}{4} \right) \right]}{\left((\nu - \nu_0) a_3 + i \frac{\delta}{4} \right)} e^{i\frac{\omega}{c} l \left[2 \left(g_0' + \frac{g_k'^2}{2} \right) + 4(\nu - \nu_0) a_3 - 2 \right] - \frac{\omega l}{4c} \delta} \right] \right\}. \quad (110)$$

$$\begin{aligned}
 E_{0,t}''(\vec{E}; N) = & -u' \frac{g_h}{Q} \left\{ \left(e^{-i\frac{\omega}{c}l\Delta_2} \quad e^{-i\frac{\omega}{c}l\Delta_1} \right) + \right. \\
 & + \frac{\tilde{\eta}_0 l}{p} \frac{i}{2} \left[\frac{\sin \left[\frac{\omega}{c} l \left(\frac{a_1}{4} - (\nu - \nu_0) a_2 - i\frac{\delta}{4} \right) \right]}{\left(\frac{a_1}{4} - (\nu - \nu_0) a_2 - i\frac{\delta}{4} \right)} e^{i\frac{\omega}{4c} l \left[\tilde{\eta}_0 + g_0' + \frac{g_h'^2}{\tilde{\eta}} + 4(\nu - \nu_0) a_2 \right] - \frac{\omega l^2}{4c} \delta} \right. \\
 & \left. \left. - \frac{\sin \left[\frac{\omega}{c} l \left((\nu - \nu_0) a_3 + i\frac{\delta}{4} \right) \right]}{\left((\nu - \nu_0) a_3 + i\frac{\delta}{4} \right)} e^{-i\frac{\omega}{2c} l a_3 (\nu - \nu_0) + \frac{\omega l}{4c} \delta} \right] \right\} \quad (III)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 u' = & \frac{u g_0 (p/a) c^2}{\omega^2 \tilde{\eta}_0 (\tilde{\eta}_0 - g_0 p/a)}, \quad \tilde{\eta} = \tilde{\eta}_0 - g_0', \quad a_2 = \tilde{\eta} - \frac{g_h'^2}{\tilde{\eta}} \\
 a_2 = & \frac{g_h'^2}{\tilde{\eta}^2 - g_h'^2}, \quad a_3 = \frac{\tilde{\eta}^2}{\tilde{\eta}^2 - g_h'^2}, \quad \delta = \frac{g_0'' (\tilde{\eta}^2 + g_h'^2) + 2g_0' g_h'' \tilde{\eta}}{\tilde{\eta}^2 - g_h'^2} \\
 \Delta_1 = & -\frac{\tilde{\eta}_0}{2} + 2(\nu - \nu_0) a_3 + \frac{i}{2} \delta, \quad \Delta_2 = -\frac{1}{2} \left(g_0' + \frac{g_h'^2}{\tilde{\eta}} \right) - 2(\nu - \nu_0) a_2 - \frac{i}{2} \delta \\
 Q = & \left[-\frac{g_h'^2}{\tilde{\eta}} - 4(\nu - \nu_0) a_2 - i(\delta - g_0'') \right] e^{i\frac{\omega l}{2c} \left[g_0' + \frac{g_h'^2}{\tilde{\eta}} + 4(\nu - \nu_0) a_2 \right] - \frac{\omega l^2}{2c} \delta} - \\
 & - \left[-\tilde{\eta} + 4(\nu - \nu_0) a_3 + i(\delta + g_0'') \right] e^{i\frac{\omega l}{2c} \left[\tilde{\eta}_0 - 4(\nu - \nu_0) a_3 \right] + \frac{\omega l}{2c} \delta}
 \end{aligned}$$

Посмотрим какой вид примут формулы (II) и (III) точно при $\nu = \nu_0$. Для того, чтобы полученные результаты были более наглядны, рассмотрим их в двух предельных случаях, когда поглощение в стопке мало, т.е. когда стопка "тонкая", и, в противоположном случае, когда это поглощение велико, т.е. стопка "толстая".

В первом случае, когда

$$|\frac{\omega}{c} l \delta| \ll 1 \quad (II2)$$

имеем

$$E_{N,t}'(\vec{k}; N) = -u' e^{i \frac{\omega}{2c} \tilde{\eta}_0} M' \quad (II3)$$

$$E_{D,t}''(\vec{k}; N) = -u' M'' \quad (II4)$$

где

$$M' = \frac{1}{Q} \left\{ (g_0 - \tilde{\eta} \frac{a}{p}) \left(e^{i \frac{\omega l}{2c} (g_0' + \frac{g_1'^2}{2})} - e^{i \frac{\omega l}{2c} \tilde{\eta}_0} \right) - \frac{i}{2} \frac{\tilde{\eta}_0 b}{\tilde{\eta} p} g_1'^2 \left[\frac{4 \sin(\frac{\omega l}{4c} a_1)}{a_1} e^{i \frac{\omega l}{2c} \tilde{\eta}_0} - \frac{\omega l}{c} \right] e^{i \frac{\omega l}{2c} (g_0' + \frac{g_1'^2}{2})} \right\} \quad (II5)$$

$$M'' = \frac{Q}{Q} \left\{ e^{i \frac{\omega l}{2c} (g_0' + \frac{g_1'^2}{2})} - e^{i \frac{\omega l}{2c} \tilde{\eta}_0} + \frac{i}{2} \frac{\tilde{\eta}_0 b}{p} \left[4 \frac{\sin(\frac{\omega l}{4c} a_1)}{a_1} e^{i \frac{\omega l}{2c} (g_0' + \frac{g_1'^2}{2})} - \frac{\omega l}{c} \right] e^{i \frac{\omega l}{2c} \tilde{\eta}_0} \right\} \quad (II6)$$

$$Q = -\frac{g_1'^2}{\tilde{\eta}} e^{i \frac{\omega l}{2c} (g_0' + \frac{g_1'^2}{2})} + \tilde{\eta} e^{i \frac{\omega l}{2c} \tilde{\eta}_0}$$

Во втором случае, когда

$$|\frac{\omega}{c} l \delta| \gg 1 \quad (II7)$$

получаем, что $E_{N,t}'(\vec{k}; N)$ и $E_{0,t}''(\vec{k}; N)$ выражаются с помощью тех же формул (II3) и (II4), в которых теперь однако

$$M' = \frac{1}{\tilde{\eta}} \left\{ \frac{\tilde{\eta}_0 a}{\rho} - g_0' - \frac{\tilde{\eta}_0 b g_k'^2}{\rho(\tilde{\eta}^2 - g_k'^2)} \right\} \quad (\text{II8})$$

$$M'' = - \frac{g_k}{\tilde{\eta}} \frac{i \tilde{\eta}_0 b}{\rho - \delta} \quad (\text{II9})$$

Из полученных формул нетрудно видеть, что отмеченные в предыдущем разделе максимумы или резонансы в переходном излучении, испускаемом как вперед так и назад, могут существовать, если только длина волны излучения порядка размеров периода среды ρ или a .

Действительно, в противоположном случае, когда длина волны излучения много меньше периода неоднородности, т.е. имеет место высокий порядок отражения, величина g_k , как это видно из её определения, будет мала. Тогда из формул (II6) и (II9) следует, что $M'' \rightarrow 0$, так как эта величина прямо пропорциональна

g_k . С другой стороны из формул (II5) и (II8) видно, что если $g_k \rightarrow 0$, то величины M' становятся такими, что в результате поле (II3) превращается в то поле, которое следует из обычной теории переходного излучения без максимумов или резонансов, которая изложена в разделе 6. То что при этом мы не получаем формулы для стопки, а получаем формулу для одной пластины и для одной границы, связано с тем, что при выводе разложений (IO7) и (IO8) было предположено, что $\rho \ll c/\omega \tilde{\eta}$ (см. [71]).

Совершенно другая картина имеется тогда, когда $g \sim g_0$, т.е. длина волны излучения порядка периода неоднородности. В этом случае из (II5) и (II6) следует, что при $|\frac{\omega \epsilon \delta}{c}| \ll 1$ и $|\frac{\omega \epsilon' g_0}{c}| \ll 1$ амплитуда поля порядка амплитуды поля обычного переходного излучения. С другой стороны, из формулы (II8) следует, что при $|\frac{\omega \epsilon \delta}{c}| \gg 1$ излучение, испускаемое вперед, будет порядка излучения, образуемого на одной границе раздела сред. Наибольший интерес представляет излучение, испускаемое назад, которое будет усилено ввиду наличия в знаменателе формулы (II9) для M'' малой величины δ .

Эти факты находятся в полном соответствии с тем обстоятельством, установленным в работе [73], что в случае отражения Брэгга в "толстом" кристалле нет усиления в центральном пятне и имеется усиление в боковом пятне.

Отметим также, что при выводе формул раздела 6, в которых не было обнаружено максимумов или резонансов в излучении, было предположено, что имеют место условия (47) и (49). Можно показать, что эти условия согласуются с условиями, полученными в этом разделе, для тех случаев, когда нет усиления излучения на отдельных частотах.

Наконец заметим, что толщина стопки l входит в формулы (II5) и (II6) под знаками тригонометрических функций. Это говорит об осцилляторной зависимости интенсивности излучения от толщины стопки, явлении известном в теории рассеяния свободного рентгеновского излучения под названием "маятникового решения"

Резюмируя можно сказать, что в том случае, когда период неоднородности стопки имеет макроскопические размеры, а мы интересуемся излучением, имеющим длины волн, например, порядка

ангстремов, то в излучении не будут наблюдаться узкие максимумы или резонансы даже при выполнении условия Брэгга. Максимумы будут наблюдаться, если только период неоднородности будет порядка длины волны, что и было найдено ранее в работах [72-75] по микроскопической теории переходного излучения и в работе [76] по генерации переходного излучения, при пролете заряда через непрерывную периодическую среду.

Автор благодарен Ян Ян за весьма полезные беседы, имевшие место при написании настоящего обзора.

Приложение

II. Некоторые часто встречающиеся
обозначения

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{E}{\mu_0 c^2}, \quad \beta = 1 - \beta^2 = \gamma^{-2}, \quad \eta = \gamma^{-2} + \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \quad \bar{u} = \frac{c i \alpha^2}{2\pi^2},$$

$$\lambda_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \alpha^2, \quad \lambda^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - \alpha^2, \quad \Lambda_0 = \alpha^2 + \frac{\omega^2}{v^2} - \frac{\omega^2}{c^2}, \quad \Lambda = \alpha^2 + \frac{\omega^2}{v^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon.$$

$$\varphi_0' = \frac{\omega}{v} - \lambda_0, \quad \varphi_0'' = \frac{\omega}{v} + \lambda_0, \quad \varphi' = \frac{\omega}{v} - \lambda, \quad \varphi'' = \frac{\omega}{v} + \lambda,$$

$$\psi = \frac{\omega}{v} (a+b), \quad \psi = \lambda a + \lambda_0 b.$$

$$\omega_{(a,p)}' = \frac{4\pi v \gamma^2}{(a,p)}, \quad \omega_{(a,p)}'' = \frac{(a,p) \omega_0^2}{4\pi v}, \quad \mu = \frac{1}{2} \frac{\omega}{c} \varepsilon''.$$

$$g = \frac{\varepsilon}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0}, \quad g_1 = \frac{\varepsilon}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}, \quad g_2 = \frac{2\varepsilon}{\lambda}, \quad g_3 = \frac{\lambda \lambda_0}{4\varepsilon}.$$

$$L_m = m a + (m-1) b, \quad l = N(a+b) = N p, \quad \zeta = \frac{g_1}{g}.$$

$$N_1 = g_3 e^{-i \lambda_0 b} \cdot F,$$

$$M_1 = -g_3 e^{i \lambda_0 b} \cdot G$$

$$N_2 = g_3 e^{-i \lambda_0 b} \cdot G,$$

$$M_2 = g_3 e^{i \lambda_0 b} \cdot H$$

$$F = g_2^2 e^{-i\lambda a} - g_1^2 e^{i\lambda a}, \quad G = gg_1 (e^{i\lambda a} - e^{-i\lambda a}),$$

$$H = g^2 e^{i\lambda a} - g_2^2 e^{-i\lambda a}; \quad Q_m = U_{m-1} \cdot N_1 - U_{m-2}.$$

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{1}{2} (M_2 + N_1) = \cos \lambda a \cos \lambda_0 b - \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon \lambda_0}{\lambda} + \frac{\lambda}{\epsilon \lambda_0} \right) \sin \lambda a \sin \lambda_0 b = \\ &= \cos (\lambda a + \lambda_0 b) \cdot \frac{(\epsilon \lambda_0 - \lambda)^2}{2\epsilon \lambda \lambda_0} \sin \lambda a \sin \lambda_0 b. \end{aligned}$$

$$T' = 1 - 2\zeta e^{-i\varphi} + e^{-2i\varphi} = 2e^{-i\varphi} [\cos \varphi - \zeta].$$

$$X = \frac{\varphi - \varphi'}{2} = \frac{\varphi_0' a + \varphi_0' b}{2} = \pi \left(\frac{\omega a''}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_p'} + \frac{\rho \omega}{4\pi v} \vartheta^2 \right)$$

$$Y = \frac{a\varphi'}{2} = \pi \left(\frac{\omega a''}{\omega} + \frac{\omega}{\omega_a'} + \frac{a\omega}{4\pi v} \vartheta^2 \right).$$

12. Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В.Д.Гинзбург, И.М.Франк. ЖЭТФ 16,15 (1946).
2. И.М.Франк. Нобелевская лекция. УФН 68,397 (1959).
3. Г.М.Гарибян. ЖЭТФ 35,1435 (1958).
4. Г.М.Гарибян. ЖЭТФ 33,1403 (1957).
5. Г.М.Гарибян. ЖЭТФ 37,527 (1959).
6. К.А.Барсуков. ЖЭТФ 37,1106 (1959).
7. М.Д.Тер-Микаелян. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Издательство АН Арм.ССР.Ереван, 1959г.
8. С.М.York. Transition radiation detector for ultra high energies.University of California.Summer Study.1966.
9. L.C.L.Yuan. 12-th Internat.Conf. on Cosmic Rays.Hobart,1971.
10. Г.М.Гарибян. ЖЭТФ 60,39 (1971).
11. Ф.Г.Басс, В.М.Яковенко. УФН 86, 189 (1965).
12. Г.М.Гарибян. Труды международной конференции по аппаратуре в физике высоких энергий. Дубна 1970 г., т.2, стр.524.
см.также Adventures in experimental physics. α , 120(1972).
13. В.А.Аракелян, Г.М.Гарибян.Изв.АН Арм.ССР, Физика 5,250 (1970).
14. Г.М.Гарибян. ЖЭТФ 39,332 (1960).
15. G.Beck. Phys.Rev. 74,795 (1948).
16. Н.П.Клепиков. Вестник МГУ 8,61 (1951).
17. Н.А.Курхмазян. Изв.АН Арм.ССР, физ.мат.науки 10, 4, 29 (1957).
18. А.Ц.Аматуни, Г.М.Гарибян. Изв.АН Арм.ССР, Физика 1, 342(1966).
19. Г.М.Гарибян, И.Я.Померанчук. ЖЭТФ 37, 1828 (1959).
20. В.Е.Пафомов. ДАН СССР 133, 1315 (1960).
21. И.И.Гольдман. ЖЭТФ 38, 1866 (1960).

22. Ф.Ф.Терновский. ЖЭТФ 39, 171, 491 (1960).
23. В.Е.Пафомов. ЖЭТФ 47, 530 (1964).
24. А.Ц.Аматуни, Н.А.Корхмазян. ЖЭТФ 39, 1011 (1960).
25. В.И.Цытович. ЖТФ 31, 766 (1961).
26. А.А.Галеев. ЖЭТФ 46, 1335 (1964).
27. Г.М.Гарибян. Изв.АН Арм.ССР физ.-мат. науки 11, 4,7 (1958).
28. Н.А.Корхмазян. Изв.АН Арм.ССР физ.-мат. науки 11, 6, 87 (1958).
29. Н.А.Корхмазян. Изв.АН Арм.ССР физ.-мат.науки 13, 2, 139 (1960).
30. Г.М.Гарибян. ЖЭТФ 38, 1814 (1960).
31. Н.А.Корхмазян. Изв.АН Арм.ССР.физ.-мат.науки 15, 1, 115 (1962).
32. В.Е.Пафомов. Изв. ВУЗов, Радиофизика 5, 484 (1962).
33. Н.А.Корхмазян, С.С.Элбакян. Изв.АН Арм.ССР Физика 4,3 (1969).
34. И.М.Франк Acta Physica Polonica A38,655 (1970).
35. M.S.Tomas, A.A.Lucas, M.Sunjic.Sol.State Communic. 10,1181(1972).
36. И.М.Франк. УФН 87, 189 (1965).
37. В.А.Аракелян, Г.М.Гарибян. Изв.АН Арм. ССР.Физика 4,339 (1969).
38. В.Е.Пафомов. ЖЭТФ 33, 1074 (1957).
39. Г.М.Гарибян, Г.А.Чаликян. ЖЭТФ 35, 1282 (1958).
40. Г.М.Гарибян, Г.А.Чаликян. Изв.АН Арм.ССР физ.-мат.науки 12, 3, 49 (1959).
41. В.П.Зрелов. Излучение Вавилсва-Черенкова и его применение в физике высоких энергий т.1 Атомиздат. Москва 1968.

42. Г.М.Гарибян. ДАН Арм.ССР 33, 105 (1961). Изв.АН СССР сер.физ. 36, 754 (1962)
43. Г.М.Гарибян. ДАН Арм. ССР 33, 153 (1961)
44. R.I.Ritchie, J.C.Ashley, L.C.Emerson. Phys.Rev.135, 4759 (1964)
45. В.Е.Пафомов. ЖЭТФ 52, 208 (1967).
46. В.А.Енгибарян, Б.В.Хачатрян. Изв.АН Арм. ССР, Физика I,II (1966).
47. J.C.Ashley. Phys.Rev. 155,208 (1967).
48. Г.М.Гарибян, С.С.Элбакян. Изв.АН Арм.ССР. Физика 3,244 (1968).
49. В.А.Аракелян. Г.М.Гарибян. Изв.АН Арм.ССР. Физика 5, 320 (1970).
50. В.А.Аракелян. Г.М.Гарибян, Э.А.Нальян. Изв.АН Арм.ССР.Физика 4,287 (1969).
51. J.A.Fleck, jr. Journ.Appl.Phys.34,2937 (1963).
52. Д.С.Кузнецов. Специальные функции. Москва, 1965.
53. В.Е.Пафомов. ЖТФ 33, 557 (1963).
54. В.Е.Пафомов. ЖЭТФ 39, 134 (1960).
55. В.Е.Пафомов, И.М.Франк. ЯФ 5, 631 (1967).
56. R.Pratesi, G.Foraldo di Francia, L.Ronchi, A.M.Scheggi. N.Cim. 25,754 (1962).
57. L.Ronchi, G.Foraldo di Francia. Alta Frequenza. 32,3 (1963).
58. Г.М.Гарибян. И.М.Гольдман. ДАН Арм.ССР 31,219 (1960).
59. Г.М.Гарибян. Препринт МФМ-ТФ-4 (70).
60. М.Д.Тер-Микаелян, А.Д.Газазян. ЖЭТФ 39, 1993 (1960)
61. М.Д.Тер-Микаелян. Изв.АН Арм.ССР физ.-мат.науки 14, 2, 103 (1961).
62. Г.М.Гарибян. ДАН Арм.ССР 33, 193 (1961).

63. В.А.Джрбашян. Изв.АН Арм.ССР физ.-мат.науки 16, № 6, 113 (1963).
64. Г.М.Гарибян. Изв. Арм. ССР, Физика 6,3 (1971).
65. Я.Б.Файнберг, Н.А.Химняк. ЖЭТФ 32, 883 (1957).
66. М.М.Мурадян. Научное Сообщение ЕрФМ-30 (73).
67. А.І.Аlikhanian, К.М.Аvakian, G.М. Garibian, М.Р. Lorikian, К.К. Shikhliarov. Phys.Rev. Lett. 25, 635 (1970);
Изв. АН Арм. ССР, Физика, 5, 267 (1970).
68. Г.М.Гарибян, Д.А.Геворкян, Ян Ши. Изв.АН Арм. ССР, Физика 8, № 4 (1973).
69. Дж.Джексон. Классическая электродинамика. Москва 1965.
70. Ч.Киттель. Элементарная физика твердого тела. Москва 1965.
71. А.Д.Авакян, Г.М.Гарибян, Ян Ши. Изв.АН Арм.ССР, Физика, 8,3 (1973).
72. Г.М.Гарибян, Ян Ши. ЖЭТФ 61, 930 (1971).
73. Г.М.Гарибян, Ян Ши. ЖЭТФ 63, 1198 (1972).
74. Г.М.Гарибян, М.М.Мурадян, Ян Ши. Изв. АН Арм. ССР, Физика 7, 188 (1972).
75. Г.М.Гарибян, Ян Ши. Научное Сообщение ЕФМ I (72).
76. Г.М.Гарибян, Ян Ши. Научное Сообщение ЕФМ I6 (73).
77. А.А.Авакян, Г.М.Гарибян, Ян Ши. Изв.АН Арм.ССР, Физика 8, № 5 (1973).
78. П.В.Блиох. Изв.ВУЗов. Радиофизика 2, 63 (1959).

Рукопись поступила 27-го марта 1973 г.

О Г Л А В Л Е Н И Е

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| I. Введение | 3 |
| 2. Одна граница раздела сред | 7 |
| 3. Некоторые дополнительные вопросы | 18 |
| 4. Одна пластина | 20 |
| 5. Стопка, состоящая из произвольного числа пластин | 30 |
| 6. Переход к ультрарелятивистским частицам и рентгеновскому переходному излучению | 37 |
| 7. Учет поглощения среды в стопке пластин | 55 |
| 8. Стопка хаотически расположенных пластин с произвольными толщинами | 61 |
| 9. Усиление интенсивности излучения, испускае- мого в стопке пластин, на отдельных частотах | 69 |
| 10. Анализ поля переходного излучения вблизи брэгговских частот | 73 |
| II. Некоторые, часто встречающиеся обозначения | 79 |
| 12. Литература | 81 |



Редактор Л.П.Мурадян

Заказ 0393

80-03139

Тираж 330

Подписано к печати 9/VI-73г. Формат издания 30 х 40

5,5 уч.изд.л. Ц.57 коп.

Отпечатано на ротапринте

Ереванского физического института, Ереван-36, пер.Маркаряна 2