ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ԳԻՏԱԿԱՆ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄ НАУЧНОЕ СООБЩЕНИЕ

ЕФИ- 276(I)-78

В.С.ПОГОСОВ

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ УЧЕТА МНОГОКРАТНОГО КУЛОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ

АРУС
ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

ЕФИ-276(I)-78

V.S.POGOSOV

SOME ASPECTS OF THE CONSIDERATION OF MULTIPLE COULOMB SCATTERING

It is shown that ~~at~~ in the calculation of probabilities for multiple scattered charged particles to get into a detector it is convinient to use the original integral representation for the Molier formula, not the formula itself.

Yerevan Physics Institute
Yerevan 1978

ЕФИ-276(I)-78

УДК.539.12.17

В.С.ПОГОСОВ

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ УЧЕТА МНОГОКРАТНОГО КУЛОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ

Показано, что в ряде случаев при расчетах вероятности попадания заряженных частиц, претерпевших многократное рассеяние, в детектирующую установку удобно пользоваться не формулой Мольер, описывающей распределение частиц по углам многократного рассеяния, а исходным интегральным представлением для нее.

Ереванский физический институт
Ереван 1978

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ- 276(I)-78

В.С.ПОГОСОВ

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ УЧЕТА МНОГОКРАТНОГО КУЛОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ

Ереван 1978

Как известно, многократное кулоновское рассеяние заряженных частиц при прохождении слоя вещества может существенно повлиять на их угловое распределение и должно учитываться при обработке экспериментальных данных. Теория Мольер [I,2] находится в хорошем согласии с экспериментом [3] и дает угловое распределение многократно рассеянных частиц в виде:

$$f(\theta)\theta d\theta = \vartheta d\vartheta\left[2\exp(-\vartheta^2)+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{B^n}f_n(\vartheta)\right], \qquad \text{(I)}$$

где $\vartheta = \frac{\theta}{\theta_c\sqrt{B}}$, B – так называемый параметр толщины – есть решение трансцендентного уравнения $B - \ln B = \ln\left(\frac{\theta_c}{\theta_a}\right)^2 - 0{,}154$, выражения для θ_c и θ_a можно, например найти в [3].

Для приближенных вычислений в тех случаях, когда эффекты многократного рассеяния невелики (быстрые частицы, тонкие мишени) можно приближенно пользоваться только первым, т.е. гауссовым членом в [I]. Для более точного учета многократного рассеяния нужно использовать еще, по крайней мере, два члена [I], где

$$f_n(v)=\frac{1}{n!}\int_0^{\infty}J_0(vy)\,y\,e^{-y^2/4}\left(y^2/4\cdot \ln y^2/4\right)^n dy \qquad (2)$$

и не выражаются через элементарные функции. В затабулированном виде функции $f_1(v)$ и $f_2(v)$ даны, например, в работе [2]

В ряде случаев для вычисления вероятности попадания частицы в детектирующую установку геометрия опыта требует проведения многократного интегрирования функции [I]. В частности, дополнительное интегрирование должно быть введено по толщине, если "источником" вылетающих частиц является сам рассеиватель. Кроме того, при необходимости учитывать члены с $n \geq I$ в [I] , приходится вводить дополнительную операцию интегрирования выражений вида [2] , либо задавать подынтегральную функцию в виде таблиц.

Цель настоящего сообщения - показать, что в ряде случаев при расчетах вероятности попадания частиц в детектор удобно пользоваться не выражением [I] для распределения по углам многократного рассеяния , а исходным интегральным представлением для него. Согласно [I] имеем:

$$f(\theta,t')=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}d\eta_1\,d\eta_2\exp\left(i\eta_1 x_1+i\eta_2 x_2-t'F\left(\sqrt{\eta_1^2+\eta_2^2}\right)\right), \qquad (3)$$

где x_1 и x_2 - проекции угла θ на взаимноперпендикулярные плоскости ,

$$F(x)=-N\int_0^{\infty}\sigma(y)\,y\,dy\left\{1-J_0(yx)\right\}, \qquad (4)$$

где N – число атомов в единице объёма, σ – сечение рассеяния в единицу телесного угла (см.,например, [2]).

Интегрирование выражения [4] по толщине и по углам многократного рассеяния χ_1 и χ_2 выполняется аналитически, если только пределы интегрирования независимы, так, что для вычисления вероятности попадания частицы в детектор остается выполнить два интегрирования (по η_1 и η_2).

Ситуация заметно упрощается, если симметрия задачи позволяет провести интегрирование по углу рассеяния в одной плоскости в бесконечных пределах. В этом случае имеем:

$$\int_{-\infty}^{\infty} exp(i\eta_2 \chi_2)\, d\chi_2 = 2\pi\delta(\eta_2) \tag{5}$$

и с помощью δ – функции снимается интегрирование по η_2. Для примера рассмотрим вычисление эффективности регистрации протонов и дейтронов отдачи определенной энергии полупроводниковыми детекторами прямоугольной формы в экспериментах по упругому рассеянию электронов на протонах и дейтронах на малые углы [4,5] , выполненных на Ереванском электронном синхротроне. Детекторы находились на расстоянии, значительно превышающем их линейные размеры. Это, в частности, означает малость углового захвата по азимутальному углу ϕ ($\Delta\phi \ll 1$). Совместно с малостью угла вылета медленных частиц отдачи по отношению к плоскости, ортогональной направлению электронного пучка это позволяет с большой точностью (порядка $(\Delta\phi\,\theta^2)$) аппроксимировать элемент поверхности конуса $\theta(T) = const$

образуемого частицами заданной энергии T, попадающими в детектор и не испытывающими рассеяния, элементом касательной плоскости. Тогда и все частицы, испытавшие сколь угодно большое (по сравнению с характерным углом многократного рассеяния, но малое по абсолютной величине) рассеяние в этой плоскости будут иметь одинаковый полярный угол, а следовательно, и кинетическую энергию. Это означает, что независимые отклонения из-за многократного рассеяния в этой плоскости и в ортогональной ей приводят к независимым изменениям азимутального ϕ и полярного θ углов рассеяния.

Таким образом, вероятность попадания частицы, вылетевшей из мишени в детектор, если учесть симметрию задачи по ϕ и заменить интегрирование по этому параметру в конечных пределах бесконечными, будет пропорциональна величине:

$$\varphi(\theta(T))=\frac{1}{t}\int\limits_{\theta_1-\theta(t)}^{\theta_2-\theta(t)}d\chi_1\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\chi_2\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\eta_1\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\eta_2\int\limits_{0}^{t}dt'\exp\left(i\eta_1\chi_1-i\eta_2\chi_2-t'F\left(\sqrt{\eta_1^2+\eta_2^2}\right)\right), \tag{6}$$

где θ_1 и θ_2 - полярные координаты краев детектора относительно точки мишени, из которой вылетает частица, $\theta(T)$ - угол частицы отдачи без учета многократного рассеяния, соответствующий кинетической энергии T, t - толщина мишени, по которой производится усреднение.

Выполняя интегрирование с учетом [6], получаем:

$$\varphi(\theta(T))=\frac{2}{\pi}\int\limits_0^{\infty}d\eta/\eta\cdot\sin[(\theta_2-\theta_1)\eta]\cos\left[\left(\frac{\theta_2+\theta_1}{2}-\theta(T)\right)\eta\right]\times \tag{7}$$

$$\times\frac{1-\exp(-tF(\eta))}{tF(\eta)}.$$

В отсутствие эффектов многократного рассеяния ($F(\eta) \to 0$) эта величина пропорциональна разности ступенчатых функций $\mathrm{sign}(\Theta_2-\Theta)-\mathrm{sign}(\Theta_1-\Theta)$ т.е.постоянна и отлична от нуля внутри интервала $\Theta_1<\Theta<\Theta_2$ и исчезает вне его.

Учет конечных размеров пучка предполагает усреднение величины (7) и по проекции " x " координаты точки взаимодействия электрона с мишенью на направление пучка. Если распределение по переменной " x " описывается нормированной функцией $S(x)$ (т.е. $\int\limits_{-\infty}^{\infty} S(x)\,dx = 1$), то

$$\bar{\varphi}(\Theta(T)) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi\left(\bar{\Theta}_0 + \frac{x}{\ell}, \Theta(T)\right) S(x)\,dx , \qquad (8),$$

где $\bar{\Theta}_0$ – полярный угол, под которым видна середина детектора середине области взаимодействия пучка с мишенью, ℓ – расстояние от мишени до плоскости детектора. Аппроксимируя распределение $S(x)$ суммой гауссовых

$$S(x) = \sum c_n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,a_n} e^{-x^2/2a_n^2}, \quad \sum C_n = 1 \qquad (9)$$

получим в явном виде

$$\bar{\varphi}(\Theta(T)) = \sum C_n \frac{2}{\pi} \int\limits_0^{\infty} \frac{d\eta}{\eta} e^{-\frac{a_n^2}{2\ell^2}\eta^2} \times$$

$$\times \sin(\eta\Delta\Theta)\cos(\eta(\bar{\Theta}_0-\Theta(T)))\frac{1-\exp(-tF(\eta))}{tF(\eta)} . \qquad (10)$$

Таким образом,для рассмотренного случая задача вычисления геометрической эффективности регистрации(т.е.вероятности попадания частицы в детектирующую установку)свелась к вычислению однократного интеграла,в то время как при интегрировании выражения (I) пришлось бы проводить, по крайней мере, двойное интегрирование по θ и t, если пренебрегать величинами порядка $1/B$ и три интегрирования при необходимости учитывать поправочные функции $f_1(\theta)$ и $f_2(\theta)$ (или два интегрирования, но с заданием подынтегральной функции в затабулированном виде). Учет же поперечных размеров пучка внес бы дополнительные трудности.

При обработке экспериментальных данных [5] проводился фит с использованием подпрограммы FUMILI [6], требующей задания как фитируемой функции, так и её производных по всем варьируемым параметрам. Фитируемая функция содержала в себе геометрическую эффективность и если её вычислять исходя из [I], то производные, скажем, по параметрам, определяющим размеры пучка толщину мишени, которые в рассматриваемых случаях не были точно определены и потому варьировались, не представляются аналитически. Предлагаемый метод вычисления геометрической эффективности регистрации заряженных частиц позволяет преодолеть и эти трудности, и, если учесть, что количество экспериментальных точек довольно велико, а в каждой точке вычисляются как фитируемая функция, так и её производные, видно, что он существенно сокращает время обработки.

Автор благодарит Г.В.Бадаляна, Ю.М.Казаринова, В.С.Киселева и А.В.Тарасова за внимание к работе и обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

I. Molier G.Z. Naturforsch A, 3, 78 1948

2. Bethe H.A., Phys.Rev. 89, 1256 1953 .

3. А.А.Бедняков и др. ЖЭТФ, 42, 748, I962.

4. Ю.К.Акимов и др. ЖЭТФ, 62, I23I, 1972.

5. Ю.К.Акимов и др. Препринт ЕФИ-98(74).

6. С.Н.Соколов, И.Н.Силин. Препринт ОИЯИ, Д-8I8, Дубна I96I.

Рукопись поступила 8-го декабря I977г.

Редактор Л.П.Мукаян

Тех.Редактор А.С.Абрамян

Заказ ВФ- 06998 Тираж 299

Подписано к печати Формат издания 30х40

0,8 уч.изд.л. Ц. 5 к.

Издано Отделом научно-технической информации
Ереванского физического института, Ереван-36, пер.Маркаряна 2

индекс 3624