

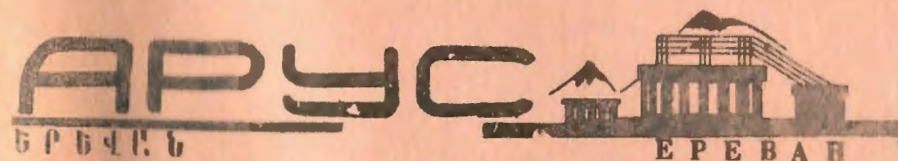
индекс 3624

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ԻՆՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-305(30)-78

Г.В.БАДАЛЯН, Ю.М.КАЗАРИНОВ, В.С.КИСЕЛЕВ,
В.С.ПОГОСОВ, А.В.ТАРАСОВ

ВОПРОСЫ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ
ПО УПРУГОМУ $e-d$ РАССЕЯНИЮ НА МАЛЫЕ УГЛЫ



ЕФИ-305(30)-78

G.V.BADALYAN, Yu.M.KAZARIMOV, V.S.KISELEV,
V.S.POGOSOV, A.V.TARASOV

ON THE PROCESSING OF ELASTIC $e-d$ SMALL ANGLE
SCATTERING DATA

The technique of data processing for the experiment on elastic $e-d$ small angle scattering at the internal beam of Yerevan synchrotron is described. The methods of the consideration of background, of the probability of produced particles to get into the detecting system, of the contribution from the elastic scattering on hydrogen admixture protons in the target for the extraction of elastic deuteron peaks, as well as the method of subsequent processing of the data with the aim of obtaining the elastic form-factors of the deuteron etc. are given. The procedure of the consideration of radiative corrections is described. This technique is also applicable in the experiments on elastic scattering of electrons on protons and nuclei when the recoil particles are detected.

Yerevan Physics Institute
Yerevan 1978

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-305(30)-78

Г.В.БАДАЛЯН, Ю.М.КАЗАРИНОВ,^{*)} В.С.КИСЕЛЕВ,^{*)}
В.С.ПОГОСОВ, А.В.ТАРАСОВ^{*)}

ВОПРОСЫ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ
ПО УПРУГОМУ $e-d$ РАССЕЯНИЮ НА МАЛЫЕ УГЛЫ

^{*)} Лаборатория ядерных проблем ОИЯИ г.Дубна

Ереван 1978

В эксперименте по упругому $e-d$ рассеянию, проведенном на Ереванском синхротроне [1], система из четырех кремниевых полупроводниковых детекторов регистрировала заряженные частицы, вылетающие из мишени CD_2 в результате рассеяния на её ядрах электронов с энергией 4,5 Гэв. Информация от каждого детектора после прохождения спектрометрического тракта подавалась через смеситель, (разбивающий каналы анализатора на четыре группы по 1000 каналов в каждой), на вход амплитудного анализатора DIDAC - 4000.

Основной целью эксперимента являлось определение упругих формфакторов дейтрона в исследуемой области передаваемых импульсов.

Специфика эксперимента потребовала применения нестандартных методов обработки. Отметим некоторые особенности измерений.

Эксперимент проводился на внутреннем пучке и это затруднило проведение соответствующего мониторинга с достаточной точностью (вследствие ограниченности точности квантования-единственного, на наш взгляд, применимого в данном случае метода).

Регистрирующая аппаратура позволяла определить только энергию частицы и не идентифицировала частицы по массам. Дейтроны от упругого рассеяния идентифицировались выделением из общего спектра упругого пика.

Мишень содержала примесь обычного водорода. Это обстоятельство, казалось бы, можно использовать для мониторинга. Однако, долю указанной примеси точно установить не удалось, и, более того, пик от упругого рассеяния на протонах примеси частично перекрывается с упругим пиком от дейтронов (см. рис. I), что усложнило обработку.

О ряде других особенностей будет сказано ниже.

На рис. I представлен типичный спектр заряженных частиц, регистрируемых детектором. Этот спектр включает дейтроны и протоны отдачи от упругого рассеяния электронов на дейтерии и водороде мишени, заряженные частицы, вылетающие из углерода мишени и протоны от развала дейтронов. Поэтому ожидаемый спектр можно представить в виде:

$$\Delta N^{jk}(T_i) = [N_p^j f_p^{jk}(T_i) \left(\frac{d\sigma(T_i)}{dT}\right)_p + N_d^j f_d^{jk}(T_i) \left(\frac{d\sigma(T_i)}{dT}\right)_d + F^{jk}(T_i)] \Delta T_i, \quad (I)$$

где $\Delta N^{jk}(T_i)$ - ожидаемое число частиц с энергией T_i , соответствующей i -му каналу анализатора, попадающих в k -й детектор в j -ом сеансе измерений, ΔT_i - энергетическая ширина канала анализатора, N_p^j и N_d^j - нормировочные коэффициенты, общие для всех детекторов в j -ом сеансе измерений,

$f_{p(d)}^{jk}(T_i)$ - эффективность [2] регистрации протонов (дейтронов) с энергией T_i от упругого рассеяния, $(d\sigma(T_i)/dT)_{p(d)}$ - дифференциальное сечение упругого $e-p$ ($e-d$) рассеяния. Сечение упругого $e-p$ рассеяния при описании первого члена суммы в I принималось известным (мы фиксировали среднеквадратичный радиус протона равным $0,817F$ [3] и использовали масштабный закон для описания магнитного фактора протона).

Определение эффективности регистрации упруго рассеянных частиц

Функции $f_p^{jk}(T_i)$ и $f_d^{jk}(T_i)$ определяются геометрией опыта и согласно [2] имеют вид:

$$f(T) = \frac{\Delta\psi}{9\pi^2} \int_0^\infty \frac{dx}{x} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\theta_c} \frac{x}{L}\right)^2\right] \cdot \sin\left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{\theta_c} x\right) \cos\left(\frac{\bar{\theta} - \theta(T)}{\theta_c} x\right) \frac{1 - \exp(-\psi(t, x))}{\psi(t, x)}, \quad (2)$$

где $\Delta\psi$ - азимутальный охват детектора, $L = 1450$ мм - расстояние от оси электронного пучка до плоскости детектора, θ_1 , θ_2 , $\bar{\theta}$ - соответственно полярные координаты краев и середины детектора относительно центра пересечения пучка с мишенью, $\theta(T)$ - угол вылета частицы отдачи с энергией T относительно плоскости, перпендикулярной оси электронного пучка, t - толщина мишени в $(\text{г}/\text{см}^2)$, $\alpha = \sqrt{\theta_1^2 + L^2(\delta\theta)^2}$, θ_1 - дисперсия плотности распределения циркулирующего электронного пучка по вертикали, $\delta\theta$ - дисперсия его углового разброса.

$$\psi(t, x) = \frac{1}{2} x^2 \left[\frac{1}{2} + \ln 2 - C + \ln\left(\frac{\theta_0}{\theta_c} x\right) \right] \quad (3)$$

Θ_c и Θ_a - известные выражения в теории многократного кулоновского рассеяния [4]:

$$\Theta_c = 0.396 [Z(Z+1)/A]^{1/2} z \cdot t^{1/2} \beta^{-1} \rho^{-1},$$

$$\Theta_a = 4.49 \cdot 10^{-3} Z^{1/3} (1 + 3.35 \alpha^2)^{1/2} \rho^{-1},$$

$\alpha = \frac{zZ}{137\beta}$, A и Z - соответственно атомный вес и атомный номер вещества, z , ρ , β - соответственно заряд, импульс в Мэв/с и скорость (в единицах скорости света) рассеиваемой частицы, C - постоянная Эйлера.

Если для нахождения функции $f(\tau)$ воспользоваться не результатами работы [2], а обычным классическим выражением для углового распределения многократно рассеянных частиц, полученными Мольер [4], то соответствующая функция в условиях геометрии нашего опыта представилась бы в виде тройного интеграла, (по угловому акселтансу детектора, толщине мишени и проекции на ось пучка области взаимодействия пучка с мишенью), что очень усложнило бы задачу. Указанные интегрирования были произведены в работе [2] используя не формулу Мольер, а исходное интегральное представление для неё.

Учет радиационных поправок.

Теоретические выражения для дифференциальных сечений упругого рассеяния электронов на протонах и дейтронах обычно даются в применимости однофотонного приближения. В случае $e-p$ рассеяния это приводит к известной формуле Розенблюта [5], для $e-d$ рассеяния соответствующее выражение можно найти, например, в [6]. Будем обозначать σ соответственно $(d\sigma/d\tau)_{op}$ и $(d\sigma/d\tau)_{qd}$

Для учета отличия от однофотонности, а также наличия эффектов, экспериментально не отличных от упругого процесса из-за конечного разрешения аппаратуры, необходим учет радиационных поправок [7]. Обычно, экспериментально определяемое сечение представляется так:

$$d\sigma/d\tau = (d\sigma/d\tau)_0 \cdot (1 + \delta(\tau)), \quad (4)$$

где $\delta(\tau)$ есть соответствующая радиационная поправка. Методика учета радиационных поправок в условиях наиболее близких условиям нашего эксперимента, описана в работе [8].

Мы воспользовались результатами этой работы, согласно которой:

$$\delta(\tau) = \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \delta_{M.Y.} + \frac{M+E}{\alpha M} \frac{1}{f(\alpha)} \int_{\Delta\alpha}^{\infty} f(\alpha+\xi) \cdot \frac{d\psi(y)}{dy} d\xi \right\}, \quad (5)$$

$$\text{где } \delta_{M.Y.} = -\frac{17}{12} \ln b - \frac{7}{4} \ln \Delta y - \ln \Delta y \cdot \ln b - \frac{1}{2} \ln^2 \Delta y - \frac{28}{9},$$

$$\psi(y) = -\frac{17}{12} \ln b - \frac{7}{4} \ln b \ln y - \frac{1}{2} \ln^2 y - \frac{28}{9} + \frac{5}{4} \frac{y}{1+y} + \frac{y}{(1+y)^2} + \frac{5}{2} \ln(1+y) + \ln^2(1+y) - \left[\ln(1+y) + \frac{3}{4} \frac{y}{1+y} + \frac{a}{4(1+y)^2} \right] \ln \frac{(1+y)^2}{by} + \int_0^y \frac{\ln(1+x)}{x} dx,$$

$$\alpha = e^2/\hbar c, \quad \Delta y = \frac{M+E}{M} \frac{\Delta\alpha}{\alpha}, \quad M - \text{масса частицы,}$$

$$b = m_e^2/2M\tau, \quad m_e - \text{масса электрона, } \alpha = \sin \Theta$$

и из-за малости угла Θ можно записать $\alpha = \Theta$,

E - энергия первичного электрона, $y = \frac{M+E}{M} \frac{\xi}{x}$, $f(x)$ - описанная выше эффективность регистрации частиц, Δx - произвольная, достаточно малая величина, такая, что $\left| \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{f(x)} \right| \ll 1$, от конкретного выбора которой окончательный результат практически не зависит. Тогда, с учетом (2) нахождение $\delta(\tau)$ сводится к вычислению двукратных интегралов, где в качестве подынтегральных функций фигурируют довольно громоздкие выражения. Однако, можно произвести одно интегрирование, если пренебречь членом $\ln x$ в (3). Если теперь произвести трижды операцию интегрирования по частям в (5), то можно снять интегрирование по ξ и представить (5) в виде:

$$\delta(\tau) = \frac{\alpha \cdot \Delta y}{2\pi^2} \left[\frac{M\theta}{(M+E)\theta_c} \right]^3 \frac{1}{f(\theta)} \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}b'} \cdot \exp\left[-\frac{(\theta_2 - \theta - \frac{M\theta}{M+E}x)^2}{2b'\theta_c^2}\right] - \frac{1}{\sqrt{2\pi}(B+b')} \cdot \exp\left[-\frac{(\theta_2 - \theta - \frac{M\theta}{M+E}x)^2}{2(B+b')\theta_c^2}\right] - \frac{1}{\sqrt{2\pi}b'} \cdot \exp\left[-\frac{(\theta_1 - \theta - \frac{M\theta}{M+E}x)^2}{2b'\theta_c^2}\right] + \frac{1}{\sqrt{2\pi}(B+b')} \cdot \exp\left[-\frac{(\theta_1 - \theta - \frac{M\theta}{M+E}x)^2}{2(B+b')\theta_c^2}\right] \right\} \cdot f_1(x) dx, \quad (6)$$

$$f_1(x) = \frac{x}{8} \left[4 + 3x - 2(3x+2)\ln bx \right] + \left[(x+1)x + (x^2 + x + \frac{1}{2})\ln \frac{bx}{x+1} \right] \ln(x+1) + (x^2 - x + \frac{1}{2}) \int_0^x \frac{\ln(1+y)}{y} dy,$$

где $b' = a^2/2L^2\theta_c^2$, $B = \frac{1}{2} + \ln 2 - C + \ln \frac{\theta_a}{\theta_c}$.

При вычислении (6) мы пользовались разложением: $\int_0^x \frac{\ln(1+y)}{y} dy = x + \frac{x^2}{2} + \dots$, Число членов в разложении выбиралось так, чтобы добавление остальных не влияло на результаты интегрирования. Для этого производилось интегрирование на ЭВМ выражения (6) при различных $\theta(\tau)$, привлекая различное число членов разложения. Вычисления показали, что можно огра-

ничиться пятью членами. Далее, для того, чтобы убедиться в применимости выражения (6) для нашей задачи, мы сравнивали результаты вычислений на ЭВМ выражений (5) и (6). Оказалось, что результаты не отличаются более, чем на 10%. Это позволило вычислить радиационные поправки по формуле (6), что существенно упростило эти вычисления. Таким образом, ожидаемое число протонов (дейтронов) с энергией T_i в энергетическом интервале ΔT_i , попадающих в K -й детектор в j -ом сеансе измерений можно представить в виде:

$$\Delta N_{P(d)}^{jk}(T_i) = N_{P(d)}^j f_{P(d)}^{jk}(T_i) \cdot [1 + \delta_{P(d)}^{jk}(T_i)] \cdot \left(\frac{d\dot{\epsilon}(T_i)}{dT} \right)_{0,P(d)}. \quad (7)$$

Учет фона

$F_{(T_i)}^{jk}$ - функция распределения, включающая фон заряженных частиц от углерода мишени и протонов от развала дейтронов. Для учета фона от углерода были проведены измерения на мишени $C_e F_4$. Типичная картина фонового спектра представлена на рис.2.

Прямое вычитание фона при отсутствии мониторинга затруднено хотя бы потому, что в области левой наиболее интенсивной его части трудно произвести привязку к обрабатываемому спектру, так как именно в этой его части находится упругий P -пик, влияние которого распространяется на всю левую часть, а правая же часть мало интенсивна.

Обработка фонового спектра показала, что фон от углерода

можно запараметризовать в виде:

$$F_c(T) = a_1 \exp(-a_2 T) + a_3 \exp(-a_4 T), \quad (8)$$

где T - энергия частицы, а a_1 , a_2 , a_3 и a_4 - варьируемые параметры. Для этого функция (8) сравнивалась с экспериментальным фоновым спектром минимизацией функционала:

$$\chi_k^2 = \sum_i \left(\frac{F_{c\Delta}^k(T_i) - F_c(T_i)}{\Delta_i^k} \right)^2, \quad (9)$$

где $F_{c\Delta}^k(T_i)$ - экспериментальный фоновый спектр, Δ_i^k - соответствующая ошибка измерения. Варьировались параметры a_1 , a_2

a_3 , a_4 . Подобная процедура проводилась для каждого детектора при различных сеансах измерений. При этом получилось хорошее описание ($\chi^2/\bar{\chi}^2 \approx 1$).

Кроме того, оценивался фон от развала дейтронов. Оценки этого эффекта показали, что указанный фон имеет вид плавно спадающей функции.

Все это позволило нам запараметризовать суммарный фон в (I) в виде (8).

Некоторые аспекты обработки данных на ЭВМ

Согласно, например [6] дифференциальное сечение упругого $e-d$ рассеяния $(d\sigma/dT)_{od}$ можно представить в виде произведения известной кинематической функции $K(T)$ на $G_d^2(q^2)$ -квадрат упругого формфактора дейтрона, где $q^2 = 2M_d T$ - квадрат

4-х мерного передаваемого дейтрону импульса. Для описания формфактора дейтрона мы использовали следующее разложение по q^2 :

$$G_d(q^2) = 1 - Aq^2 + Bq^4 - Cq^6, \quad (10)$$

Определение коэффициентов этого разложения является одной из основных целей указанного эксперимента.

Таким образом, мы получили аналитическое представление ожидаемого спектра $\Delta N^{jk}(T_i)$, зависящего от совокупности перечисленных параметров (нормировочные коэффициенты, параметры фона для каждого детектора, дисперсия пучка, толщина мишени, положение детекторов, параметры дейтронного формфактора), для определения которых минимизировался функционал

$$\chi_j^2 = \sum_{k,i} \left[\frac{\Delta N_j^k(T_i) - \Delta N_{\text{эксп}}^k(T_i)}{\Delta_{ji}^k} \right]^2, \quad (11)$$

где $\Delta N_j^k(T_i)$ - число событий в i -ом канале анализатора от k -го детектора в j -ом сеансе измерений, Δ_{ji}^k - соответствующая ошибка измерений. В качестве варьируемых параметров, наряду с нормировочными коэффициентами Π_p^j и Π_d^j , которые варьировались из-за отсутствия мониторинга пучка, параметров фона для каждого детектора в каждом сеансе, трех параметров дейтронного формфактора, брались также дисперсия пучка α^j , толщина мишени t^j и положение детектора, т.е. $\bar{\Theta}^{jk}$. Параметр " α^j " варьировался, так как нет достаточно точных данных о размерах пучка.

Параметры t^j и $\bar{\Theta}^{jk}$ варьировались, так как в силу ряда

причин было трудно установить с достаточной точностью толщину мишени (неоднородность толщины по поверхности мишени, не известна область взаимодействия пучка с мишенью из-за специфики вывода пучка на мишень), а также точное положение мишени относительно детекторов.

Минимизация функционалов (9) и (II) производилась методом линейаризации по программе FUMILLI [9]. Этот метод требует помимо задания самой функции еще и её производных по всем варьируемым параметрам.

Каждому сеансу измерений, а их десять, соответствует около 300 точек, и радиационные поправки зависят от шести "геометрических" параметров (толщина мишени, параметр "а" и положение четырех детекторов) производные по которым выражаются через интегралы с довольно громоздкими подынтегральными выражениями. Поэтому, в целях экономии машинного времени минимизация (II) проводилась в два этапа.

На первом - мы пренебрегали влиянием радиационных поправок на получение перечисленных параметров при минимизации (II) и фит проводился без учета радиационных параметров. Кстати, указанная процедура позволила нам решить побочную задачу - определить параметр α , что представляет определенный интерес. Мы получили $\alpha = (2.38 \pm 0.16) \text{ мм}$.

Далее, полученные в результате фита "геометрические параметры" для каждого сеанса измерений были фиксированы и минимизация функционала (II) проводилась уже с учетом радиационных поправок. Усреднив затем по всем экспозициям параметры А, В и С из (10), мы определили значения дейтронных формфакторов.

Для извлечения дифференциальных сечений из экспериментального спектра вычитался фон с параметрами, полученными в результате фита (II). Полученный спектр должен содержать протоны и дейтроны отдачи только от упругого рассеяния электронов на них. Затем, вычитался протонный спектр, представленный как первый член фитируемой функции (I) с параметрами, при которых достигается минимум функционала (II), (так как протонный и дейтронный спектры частично перекрываются и экспериментально не отделяются). Оставшийся спектр - $\Delta \tilde{N}_d^{jk}(T_i)$ после деления на ΔT_i усредняется по эффективности:

$$\left(\frac{\tilde{N}_d^{jk}}{\Delta T} \right) = \frac{\sum_i \Delta \tilde{N}_d^{jk}(T_i) / \Delta T_i}{\sum_i \left\{ f_d^{jk}(T_i) \cdot [1 + \delta_d^{jk}(T_i)] \right\}}, \quad (12)$$

где $\delta_d^{jk}(T_i)$ - соответствующая радиационная поправка. Далее, взяв нормировочные коэффициенты n_d^j , полученные в результате фита (II), составили отношение:

$$\left(d\sigma^{jk}/dT \right)_d^{\text{экс}} = \left(\frac{\tilde{N}_d^{jk}}{\Delta T} \right) / n_d^j, \quad (13)$$

которое и бралось в качестве дифференциальных сечений.

Для определения соответствующей энергии T^{jk} производилась следующая процедура. Сначала определялось усредненное по дейтронному пику теоретическое значение сечения, используя уже полученные нами параметры дейтронного формфактора:

$$\left(\frac{d\sigma^{jk}}{dT}\right)_d^{\text{теор}} = \frac{\sum_i \left(\frac{d\sigma(T_i)}{dT}\right)_{o,d} [1 + \delta_d^{jk}(T_i)] \cdot f_d^{jk}(T_i)}{\sum_i f_d^{jk}(T_i) \cdot [1 + \delta_d^{jk}(T_i)]} \quad (14)$$

Соответствующую этому сечению кинетическую энергию дейтрона отдачи и брали в качестве T^{jk} . Следует отметить, что результат слабо чувствителен к конкретным значениям формфакторов, так как одиночный пик, взятый сам по себе, малоинформативен относительно последних. Далее, взяв отношение получившихся дифференциальных сечений $(d\sigma^{jk}/dT)^{\text{эксп}}$ к $K(T)$ мы получаем значение формфактора, которое в дальнейшем используем как для определения энергии дейтрона, так и для получения значений нейтронного формфактора.

Следует отметить, что предлагаемая методика применима для обработки экспериментов по упругому рассеянию электронов как на дейтронах, так и на протонах и других ядрах с целью получения их формфакторов в случаях, когда регистрируются частицы отдачи. Кроме того, данная методика позволяет с высокой точностью определить отношения сечений упругого $e-d$ рассеяния к сечению упругого $e-p$ рассеяния, если знать с достаточной точностью относительное содержание водорода и дейтерия в мишени. Отметим еще, что, применив указанную методику, помимо основной задачи - определения формфакторов, можно решить и побочные задачи, что было показано на примере определения вертикальных размеров пучка.

Авторы выражают признательность Л.И.Липидусу за постоянный интерес к работе, а также Д.М.Бегларян и Г.Р.Гулканяну за полезные обсуждения.

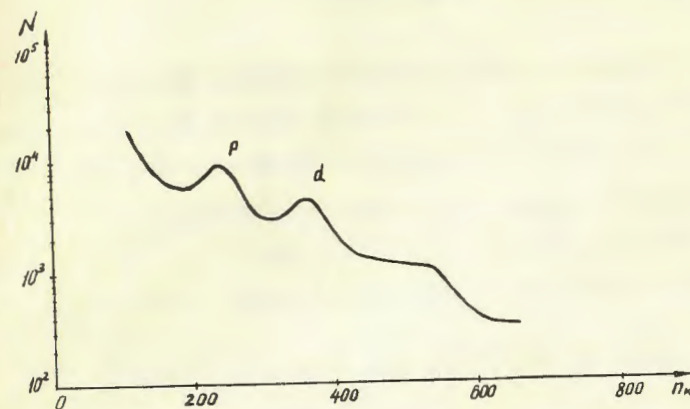


Рис.1 Типичный спектр заряженных частиц от CD_2 мишени (n_k - каналы анализатора).

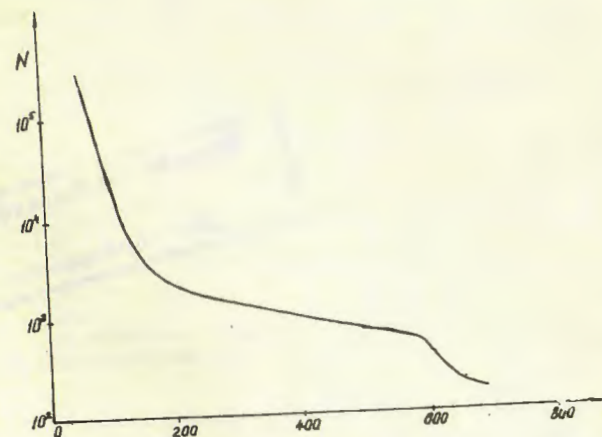


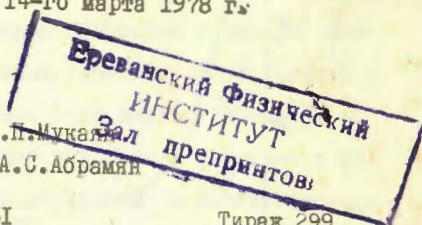
Рис.2 Типичный фоновый спектр от C_2F_4 - мишени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю.К.Акимов и др. Научное сообщение ЕФИ-98(74)-1974.
2. В.С.Погосов. Научное сообщение ЕФИ-276(78)-1978.
3. А.В.Кравцов и Л.Л.Неменов. Препринт ЛЛЯФ, 301, 1977.
- 4 Moliere G., Zs.f.Naturforsch., 3a, 78(1948);
Bethe H.A.Phys.Rev., 89, 1256 (1953)
5. D.Frerejacque, D.Benaksas, D.Drickey, Phys.Rev. 41, 4,
1966.
6. J.E.Elias et al. Phys.Rev. 177, 2075, 1969.
7. L.W. Mo, Y.S.Tsai Rev.Mod. Phys., 41, 205, 1969.
8. А.Н.Ванжа, С.Г.Геворкян, А.В.Тарасов. Препринт ОИЯИ
P2-6309, 1972.
9. С.Н.Соколов, И.Н.Силин. Препринт ОИЯИ Д-810, 1961.

Рукопись поступила 14-го марта 1978 г.

Редактор Л.П.Муканян
Тех.редактор А.С.Абрамян



Заказ 237

ВФ-0385I

Тираж 299

Подписано к печати 20/VI-78г. Формат издания 60x84/16

I,0 уч.изд.л. Ц. 7 к.

Издано Отделом научно-технической информации
Ереванского физического института, Ереван-36, пер.Маркаряна 2