

ԵՐԵՎԱՆԻ ԲՐԵՇՎԱԿԱՆ ԳՐԱԳՐԱԿԱՆ
ԵՐԵՎԱՆՍԿԻ ԲՈՒՄԱԿԱՆ ԻՆՏԻՏՈՒՏ

Ефи- 318(43)-78

ՏԿ 49090.33

Ю.Л.МАРТИРОСЯН, М.Л.ПЕТРОСЯН

ВЛИЯНИЕ УГЛОВОГО РАСХОЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО
ПУЧКА НА СПЕКТРАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ
ОНДУЛЯТОРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ



ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЭФИ-318(43)-78

Ю.Л.МАРТИРОСЯН, М.Л.ПЕТРОСЯН

ВЛИЯНИЕ УГЛОВОГО РАСХОЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО
ПУЧКА НА СПЕКТРАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОНДУЛЯТОРНОГО
ИЗЛУЧЕНИЯ

Ереван 1978

© Гродненский физический институт. 1979

В теории ондуляторного излучения [1-4] предполагается движение электронов строго параллельно оси ондулятора. В реальных экспериментах необходимо учесть начальное угловое распределение электронного пучка. В работе [5] рассмотрено влияние углового распределения пучка для спирального ондулятора, где благодаря симметрии решение задачи упрощается. Кроме того, угловое распределение описывалось гауссовским распределением вида

$$N(\theta) = N_0 e^{-\frac{\theta^2}{2\mathcal{E}^2}}, \quad (1)$$

где N_0 - число частиц, начальная скорость которых параллельна оси ондулятора

θ - угол между направлением скорости электрона и осью ондулятора

\mathcal{E} - характеризующий расхождение пучка угол

Такой вид углового распределения несколько не удобен для описания реального распределения пучка, так как величина θ ограничена, а выражение (1) допускает наличие в пучке электронов,

скорость которых перпендикулярна оси ондулятора. В действительности пучок имеет некоторую коллимацию и мы предполагаем, что он имеет параболическое угловое распределение:

$$N(\theta') = N_m \left(1 - \frac{\theta'^2}{\theta_m'^2}\right), \quad (2)$$

где θ' - угол между направлением скорости электрона и осью ондулятора

N_m - число электронов, влетающих в ондулятор под углом $\theta'=0$

θ_m' - максимальный угол расхождения пучка.

Задача состоит в следующем: найти спектральное распределение ондуляторного излучения, если электронный пучок характеризуется параболическим распределением. Поступаем следующим образом: мысленно поворачиваем ось ондулятора на угол θ' и совмещаем с вектором \vec{V} рис. I. При таком рассмотрении задачи мы допускаем следующие предположения: так как угловое расхождение очень мало $\theta_m' \sim 10^{-3}$, то предполагаем, что траектории всех электронов имеют синусоидальную форму с данными амплитудой и периодом. Используем известную формулу для вычисления спектра излучения

$$\frac{dI}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \omega^2}{4\pi^2 c^3} \left| \int_{-\infty}^{\infty} [\vec{n} \cdot \vec{v}] e^{i\omega(t - \frac{\vec{n} \cdot \vec{r}}{c})} dt \right|^2 \quad (3)$$

где

$$\vec{n} = (\sin \theta \cdot \cos \varphi; \sin \theta \cdot \sin \varphi; \cos \theta)$$

$$\vec{r}(t) = (-x_0 \cos \Omega t; 0, \quad v_0 t) \quad (4)$$

$$\vec{v}(t) = (x_0 \Omega \sin \Omega t; 0, \quad v_0)$$

здесь введены следующие обозначения:

$$\Omega = \frac{2\pi\beta c}{\ell} ; \quad \chi_0 = \frac{e c^2 H_0}{\mathcal{E} \Omega^2}$$

где \mathcal{E} - энергия электрона

e - его заряд

H_0 - напряженность поперечного магнитного поля в ондуляторе и наконец $d\omega = \sin\theta d\theta d\varphi$; $0 \leq \theta \leq \pi$; $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

Вводя в (3) характеризующий расхождение фактор, получим:

$$\frac{dI}{d\omega d\theta} = \int_{\theta-\theta_m}^{2\pi-\theta_m} \frac{dI}{d\omega d\theta} \Big|_{(\theta-\theta')} N(\theta') \sin\theta' d\theta' d\varphi', \quad (5)$$

Подставляя сюда выражение (4), используя известные соотношения:

$$e^{i\alpha \cos\alpha t} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m(\alpha) e^{i\alpha t}$$

$$J_{m-1}(\alpha) + J_{m+1}(\alpha) = \frac{2m}{\alpha} J_m(\alpha); \quad 2i \sin\alpha t = e^{i\alpha t} - e^{-i\alpha t} \quad (6)$$

и приняв $Z_0 = \frac{e H_0 \ell}{2\pi m e^2} < 1$ (в этом случае можно взять

$m=1$ /3/ и $J_1(\alpha) = \frac{\alpha}{2}$ поскольку

$\alpha = \frac{\chi_0 \omega}{c} \sin\theta \cos < 0,6$) получим:

$$\frac{dI}{d\omega d\theta} = \frac{e^2 \omega^4 \chi_0^2}{8\pi\beta c^4} \int_{\theta-\theta_m}^{2\pi-\theta_m} \left\{ [1 - \beta \cos(\theta-\theta')]^2 - \frac{\sin^2(\theta-\theta') \cos^2(\varphi-\varphi')}{\gamma^2} \right\} \times$$

$$\times \frac{N_m}{\theta_m^2} (\theta_m^2 - \theta'^2) \sin\theta' \delta\{[1 - \beta \cos(\theta-\theta')] \omega - \Omega\} d\theta' d\varphi' \quad (7)$$

Проинтегрировав по θ' в пределах от $-\theta'_m$ до θ'_m (используя наличие под знаком интеграла δ -функции), после некоторых преобразований получим:

$$\frac{dI}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \omega^3 \chi_0^2 N_m}{8\beta^2 c^4 \theta_m'^2} \left[\theta_m'^2 - (\theta - \alpha \epsilon \cos \theta)^2 \right] \left[\epsilon \sin \theta - \sqrt{1 - \epsilon^2} \cos \theta \right] \times \left[\frac{1 - \epsilon^2}{\gamma^2} + 2(1 - \beta \epsilon)^2 \right] \frac{1}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} \quad (8)$$

где

$$\epsilon = \frac{1}{\beta} \left(1 - \frac{\Omega}{\omega} \right)$$

Чтобы получить спектральное распределение излучения, надо проинтегрировать по всем возможным значениям телесного угла

$$\frac{dI}{d\omega} = \frac{e^2 \omega^3 \chi_0^2}{8\beta^2 c^4} \frac{N_m}{\theta_m'^2 \sqrt{1 - \epsilon^2}} \left[\frac{1 - \epsilon^2}{\gamma^2} + 2(1 - \beta \epsilon)^2 \right] \times \int_0^\pi \int_0^\pi \left[\theta_m'^2 - (\theta - \alpha \epsilon \cos \theta)^2 \right] \left[\epsilon \sin \theta - \sqrt{1 - \epsilon^2} \cos \theta \right] \sin \theta d\theta d\varphi \quad (9)$$

Поскольку подынтегральное выражение не зависит от φ , то интегрирование по φ дает 2π .

Производя интегрирование по θ , окончательно получим спектральное распределение идеального ондуляторного излучения при слабых полях ($Z_0 < 1$) с учетом расхождения электронного пучка:

$$\frac{dI}{d\omega} = \frac{e^2 \omega^3 \chi_0^2}{4\beta^2 c^4 \theta_m'^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} \left[\frac{1 - \epsilon^2}{\gamma^2} - 2(1 - \beta \epsilon)^2 \right] \left[\theta_m'^2 \frac{\pi \epsilon}{2} - (\alpha \epsilon \cos \theta)^2 \frac{\pi \epsilon}{2} + \frac{\epsilon}{2} (\pi \epsilon + \sqrt{1 - \epsilon^2}) \alpha \epsilon \cos \theta + \frac{\pi}{4} (\epsilon - \sqrt{1 - \epsilon^2} - \frac{3}{2} \pi \epsilon^2) \right] \quad (10)$$

Как видно из (10), амплитуда спектрального распределения падает обратно пропорционально $\theta_m'^2$.

Из дальнейшего анализа каждого члена в последней скобке выясняется, что для влияния углового расхождения на форму кривой спектрального распределения необходимо, чтобы

$$\theta_m'^2 \frac{\mathcal{P} \mathcal{G}}{2} \sim 1 \quad (11)$$

откуда следует, что либо электроны должны иметь малую энергию $\beta \sim 10^{-4}$, либо очень большие углы расхождения. Это следует и из физических соображений. Действительно, поскольку ондуляторное излучение имеет малый угол расхождения

$$\Delta \nu \sim \frac{m e^2}{\mathcal{E}} = \frac{1}{\delta}$$

а мы интегрирование ведем по всему пространству, то на значение интеграла не будет влиять угловое расхождение электронов в нашем приближении (все электроны имеют одни и те же синусоидальные траектории). Действие углового расхождения будет сказываться, когда направление наблюдения не меняется или интегрирование производится под малым углом, соизмеримым телесному углу излучения, что равносильно измерению прибором (датчиком) малой поверхности. В случае идеального ондулятора без учета расхождения электронного пучка на оси ондулятора, под углом $\theta = 0$ получилась только одна частота

$$\omega = \frac{\Omega}{1 - \beta \cos \theta} = \frac{\Omega}{1 - \beta} \quad (12)$$

в нашем случае, как видно из (8), даже на оси ондулятора имеем

спектр частот. Для вычисления спектра подставим в (8) $\theta=0$ и значение X_0 :

$$\frac{dI}{d\omega} = \frac{\tau_0^2 H_0^2}{2\gamma^2} \frac{\omega}{\Omega^2} \left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2 \theta_m'^2} \right) \quad (13)$$

где мы разложили в ряд выражение в скобке и подставили значение θ . Из (13) видно, что при больших энергиях электронов в пучке остается только пропорциональность первой степени частоты.

На рис.2 приведена кривая спектрального распределения при учете углового расхождения электронного пучка, форма которой при очень малых значениях угла расхождения приближается к облучной кривой спектрального распределения ондуляторного излучения.

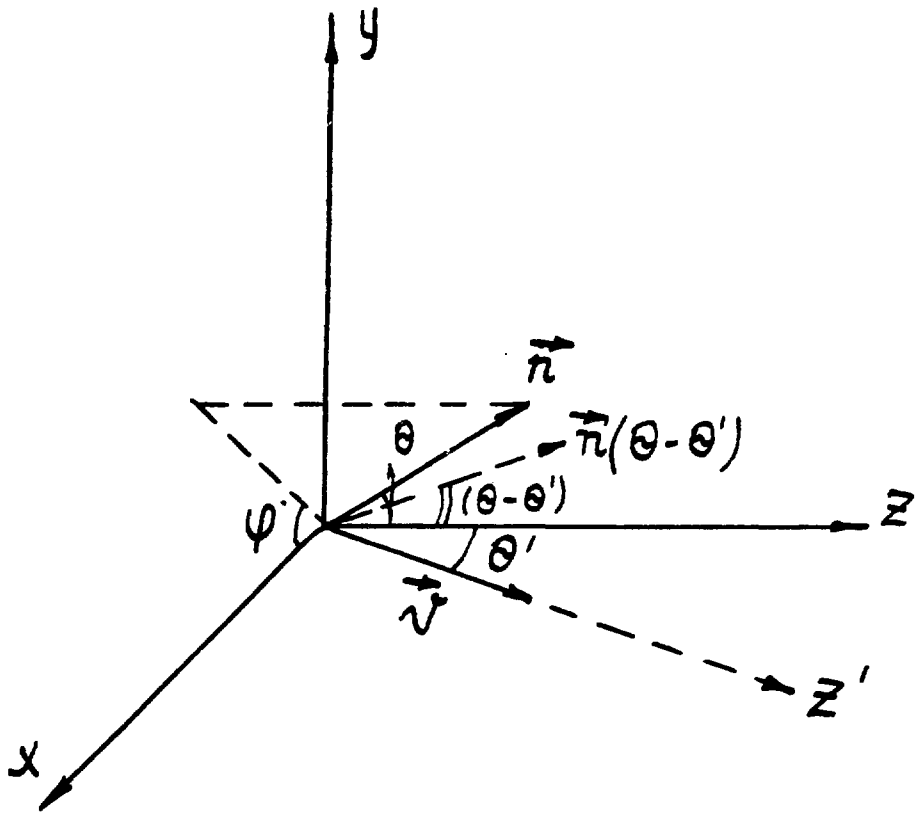


Рис. I

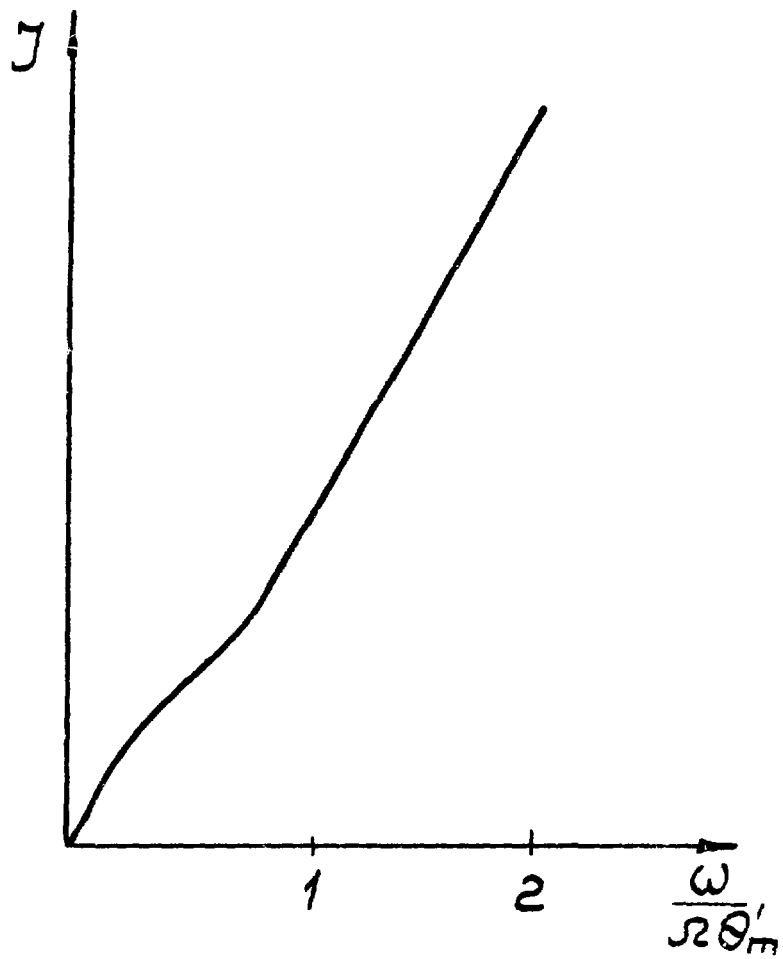


Рис.2

ЛИТЕРАТУРА

1. Metz H., J. Appl. Phys. 22, 5, 527, 1951
"Миллиметровые и субмиллиметровые волны", ИИ, М., 1959.
2. Н.А.Корхмазян. Изв.АН Арм.ССР, Физика 7, 114, 1972.
3. Н.А.Корхмазян. Изв.АН Арм.ССР, Физика 8, 405, 1973.
4. Д.Ф.Альферов, Ю.А.Башмаков, В.Т.Бессонов. ЖТФ 10, 1973.
5. H. Hirschfeld " A short helical wiggler as an improved source of synchrotron radiation" SLAC Report N.77/65 Aug 1977.
6. Дж. Джексон. Классическая электродинамика. Изд. М.Р., М., 1975.

Справка поступила 14 мая 1978г.



Редактор Л.П.Мукаян
Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 323

ВФ-03398

Тираж 299

Подписано к печати 2/УШ-78г. Формат издания 60x84/16

0,7 уч.изд.л. Ц. 5 к.

Издано Отделом научно-технической информации
Ереванского физического института, Ереван-36, пер.Маркаряна 2

индекс 3624