

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՏԻՏՈՒՏ  
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

---

ЕФИ-354(12)-79

Г.Н.ХАЧАТРЯН, Ю.Г.ШАХНАЗАРЯН

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В ИНКЛЮЗИВНОМ  
ПРОЦЕССЕ  $e^+e^- \rightarrow \Delta X$  В МОДЕЛИ ПАРТОНОВ

ԵՐԵՎԱՆ 1979 ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-354(12)-79

Г.Н.ХАЧАТРЯН, Ю.Г.ШАХНАЗАРЯН

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В ИНКЛЮЗИВНОМ  
ПРОЦЕССЕ  $e^+e^- \rightarrow \Delta X$  В МОДЕЛИ ПАРТОНОВ

Ереван 1979

© *Ереванский физический институт, 1979*

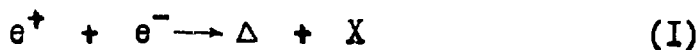
## I. Введение

Как известно, эксперименты по глубоко неупругому  $eN$ -рассеянию обнаружили скейлинговое поведение структурных функций, определяющих усредненное по спину нуклона сечение процесса  $eN \rightarrow eX$ . Такое поведение нашло объяснение в рамках целого ряда теоретических моделей. Более чувствительны к различным моделям структурные функции, характеризующие зависимость от спина [1]. В случае  $eN$ -рассеяния их число равно двум [2], в случае мишеней спина 1 и 3/2 - соответственно шести [3] и восьми [4]. Для нахождения поведения этих структурных функций необходимо изучать спиновые корреляции. Уже имеются первые результаты [5] измерения поляризационной асимметрии в процессе  $ep \rightarrow eX$ . Однако такое рассмотрение для других процессов глубоко неупругого электроорождения затруднено из-за отсутствия стабильных "элементарных" частиц со спином  $j > 1/2$ .

С вводом в действие электронно-позитронных накопителей ближайшего будущего встанет вопрос изучения структурных функций (в том числе и характеризующих зависимость от спина), определяющих инклюзивный процесс  $e^+e^- \rightarrow hX$  во времениподобной области

квадрата импульса виртуального  $\chi$ -кванта. Если в таком процессе измерять только импульс и угол вылета детектируемого адрона  $h$ , то можно найти лишь просуммированное по поляризациям  $h$  сечение процесса, характеризуемое двумя структурными функциями  $\bar{W}_1$  и  $\bar{W}_2$ . Для нахождения остальных структурных функций, определяющих зависимость от спина, как было показано в работах [3,4], необходимо изучать угловое распределение продуктов распада этого адрона и поляризацию одной из распавшихся частиц, если последние обладают спином.

В работе [4] было рассмотрено образование нуклонной изобары  $\Delta(I232)$  в инклюзивном процессе



в случае, когда по поляризациям изобары суммирование не проводится. Был построен тензор, описывающий вершину перехода  $\chi^* \rightarrow \Delta X$  и содержащий десять структурных функций, и предложен способ экспериментального определения этих структурных функций с целью проверки теоретических моделей.

В настоящей работе процесс (I) рассматривается в конкретной модели - ковариантной партонной модели [5]. Развита в работах [5] техника была ранее применена при изучении процессов глубоко неупругого рассеяния лептонов на поляризованных протонах [6] и  $e^+e^- \rightarrow \nu X$  с учетом поляризационных состояний детектируемого векторного мезона [7]

Дифференциальное сечение процесса (I) в однофотонном приближении запишем в виде

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{s^2} L_{\mu\nu} T_{\mu\nu} \frac{d\vec{P}}{P_0}, \quad (2)$$

где  $S = -q^2$  - квадрат полной энергии реакции в с.ц.м.,

$$L_{\mu\nu} = \frac{1}{2S} \text{Tr} [(1 - i\hat{a}_1 \gamma_5)(m_e - i\hat{K}_1) \gamma_\mu (1 - i\hat{a}_2 \gamma_5)(m_e + i\hat{K}_2) \gamma_\nu] \quad (3)$$

есть лептонный тензор, учитывающий возможную поляризацию электронов ( $a_1$ ) и позитронов ( $a_2$ ) в накопителях,

$$T_{\mu\nu} = (2\pi)^3 \sum_X \langle 0 | J_\mu(0) | r, p; P_X \rangle \langle r, p; P_X | J_\nu(0) | 0 \rangle \delta(q - p - P_X) \quad (4)$$

есть адронный тензор, характеризующий переход  $\gamma^* \rightarrow \Delta X$ , в котором  $r$  и  $P$  - поляризационный индекс и 4-импульс изобары, а суммирование проводится по всем возможным состояниям в пучке ненаблюдаемых адронов. Поскольку по поляризациям изобары суммирования нет, тензор  $T_{\mu\nu}$  должен включать в себя поляризационные параметры изобары. На основе требования P- и T-инвариантности и условия эрмитовости, следующего из определения (4), в работе [4] был найден следующий градиентно-инвариантный вид тензора  $T_{\mu\nu}$ :

$$T_{\mu\nu} = T'_{\mu\nu} + T''_{\mu\nu},$$

$$T'_{\mu\nu} = \bar{\delta}_{\mu\nu} T_1 + \frac{1}{M^2} \bar{P}_\mu \bar{P}_\nu T_2 + S_{\alpha\beta} \left[ \frac{1}{M^2} q_\alpha q_\beta (\bar{\delta}_{\mu\nu} T_5 + \frac{1}{M^2} \bar{P}_\mu \bar{P}_\nu T_6) + \bar{\delta}_{\mu\alpha} \bar{\delta}_{\nu\beta} T_7 + \frac{1}{M^2} q_\alpha (\bar{P}_\mu \bar{\delta}_{\nu\beta} + \bar{P}_\nu \bar{\delta}_{\mu\beta}) T_8 \right], \quad (5)$$

$$T''_{\mu\nu} = \frac{1}{M} e_{\mu\nu\gamma\delta} q_\epsilon \left[ S_\rho (\delta_{\rho\gamma} T_3 + \frac{1}{M^2} q_\rho P_\gamma T_4) + \frac{1}{M^2} q_\alpha q_\beta S_{\alpha\beta\rho} (\delta_{\rho\gamma} T_9 + \frac{1}{M^2} q_\rho P_\gamma T_{10}) \right]$$

В  $T_{\mu\nu}$  проведено разделение на симметричную и антисимметричную по  $\mu$  и  $\nu$  части,  $M$  - масса изобары,  $S_\rho$ ,  $S_{\alpha\beta}$  и  $S_{\alpha\beta\rho}$  - соответственно 4- вектор поляризации, тензор квадрупольной поляризации и тензор октупольной поляризации изобары,  $T_1, \dots, T_{10}$ .

- безразмерные вещественные структурные функции, зависящие от двух независимых инвариантов:  $S$  и  $\nu = -(q\rho)$  или  $M_x^2 = S - 2\nu + M^2$ ,

$$\bar{\delta}_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}, \quad \bar{P}_\mu = P_\mu - \frac{\nu}{S} q_\mu.$$

В силу градиентной инвариантности как лептонный, так и адронный тензоры в с.ц.м. имеют только пространственные компоненты, в частности,

$$L_{ik} = (1 + \vec{\xi}_1 \vec{\xi}_2) (\delta_{ik} - v_i v_k) - (\xi_{1i}^\perp \xi_{2k}^\perp + \xi_{2i}^\perp \xi_{1k}^\perp) + i(\xi_1'' + \xi_2'') e_{ik\epsilon} v_\epsilon, \quad (6)$$

где  $\vec{v}$  - единичный вектор вдоль импульса электрона,  $\vec{\xi}_1$  и  $\vec{\xi}_2$  - векторы поляризации электрона и позитрона в системе покоя каждой из этих частиц, а разбиение их на продольную и поперечные компоненты проведено относительно  $\vec{v}$ . Как нетрудно видеть, в случае неполяризованных или поперечно-поляризованных лептонов в сечение дает вклад только симметричная часть тензора  $T_{\mu\nu}$ , и процесс (I) характеризуется шестью структурными функциями. Когда же векторы поляризации аннигилирующих частиц имеют продольные компоненты, дают вклад все десять структур.

Для нахождения на эксперименте спиновых структурных функций необходимо рассмотреть распад изобары. Матрицу плотности изобары, образующейся в реакции (I), удобно выразить через новый тензор  $t_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$ . Если выделить в матричном элементе тока перехода  $\chi^* \rightarrow \Delta$  X биспинорную амплитуду изобары:

$$\langle r, p; P_x | J_\nu^\beta(0) | 0 \rangle = \bar{U}_p^{(r)}(\vec{p}) \langle p; P_x | J_\nu^\beta(0) | 0 \rangle$$

и определить тензор

$$t_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = (2\pi)^3 \sum_x \langle p; P_x | J_\nu^\beta(0) | 0 \rangle \langle 0 | J_\mu^\alpha(0) | p; P_x \rangle \delta(q - p - P_x), \quad (7)$$

являющийся матрицей в спинорном пространстве, то матрица плотности изобары в спиральном представлении примет вид

$$\rho_{\lambda\lambda'} = \frac{1}{R^0} L_{\mu\nu} \bar{U}_\beta^{(\lambda)}(\vec{P}) t_{\mu\nu}^{\alpha\beta} U_\alpha^{(\lambda')}(\vec{P}), \quad (8)$$

где величина

$$R^0 \equiv L_{iK} T_{iK}^0 = 2(1 + \xi_1^* \xi_2^*) \bar{W}_1 + \frac{\vec{P}^2}{M^2} [(1 + \xi_1^* \xi_2^*) \sin^2 \Theta - 2(\vec{n} \xi_1^* \xi_2^*) (\vec{n} \xi_2^* \xi_1^*)] \bar{W}_2$$

на основе (2) определяет сечение процесса (1) в случае, когда по поляризациям изобары проводится суммирование,  $\vec{n}$  - единичный вектор вдоль импульса  $\vec{P}$  изобары в с.ц.м.,  $\cos \Theta = (\vec{v} \vec{n})$ ,

$$\bar{W}_1 = 4T_1, \quad \bar{W}_2 = 4T_2. \quad (9)$$

Тензор  $t_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$  был построен в работе [4] и имеет следующий вид:

$$t_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = (t')_{\mu\nu}^{\alpha\beta} I + (t'')_{\mu\nu}^{\alpha\beta} (i\gamma_5 \gamma_\rho). \quad (10)$$

где

$$(t')_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = \frac{1}{M} [\delta_{\alpha\beta} (\bar{\delta}_{\mu\nu} t_1 + \frac{1}{M^2} \bar{P}_\mu \bar{P}_\nu t_2) + \frac{1}{M^2} q_\alpha q_\beta (\bar{\delta}_{\mu\nu} t_3 + \frac{1}{M^2} \bar{P}_\mu \bar{P}_\nu t_4) + (\bar{\delta}_{\mu\alpha} \bar{\delta}_{\nu\beta} + \bar{\delta}_{\mu\beta} \bar{\delta}_{\nu\alpha}) t_5 + \frac{1}{M^2} (\bar{P}_\mu \bar{\delta}_{\nu\alpha} q_\beta + \bar{P}_\nu \bar{\delta}_{\mu\beta} q_\alpha + \bar{P}_\mu \bar{\delta}_{\nu\beta} q_\alpha + \bar{P}_\nu \bar{\delta}_{\mu\alpha} q_\beta) t_6],$$

$$(t'')_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = \frac{1}{M^2} e_{\mu\nu\gamma\tau} q_\tau [\delta_{\alpha\beta} (\delta_{\rho\gamma} t_7 + \frac{1}{M^2} q_\rho P_\gamma t_8) + \frac{1}{M^2} q_\alpha q_\beta (\delta_{\rho\gamma} t_9 + \frac{1}{M^2} q_\rho P_\gamma t_{10})].$$

Он также содержит десяти вещественных структурных

функций  $t_n$ , зависящих от тех же инвариантов  $S$  и  $\nu$ , которые в физической области процесса (I) положительно определены в используемой метрике. Связь их со структурными функциями  $T_m$  нетрудно найти из соотношения

$$T_{\mu\nu} = T_2(t_{\mu\nu}^{\alpha\beta} \mathcal{P}_{\alpha\beta}), \quad (II)$$

где  $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$  - ковариантная матрица плотности для спина  $3/2$ .

Тензор  $t_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$ , характеризующий взаимодействие виртуально-го  $\chi$  - кванта с адронным блоком, схематически можно изобразить диаграммой рис. I. На ней  $\mu$ ,  $\nu$  и  $\alpha$ ,  $\beta$  - соответственно индексы 4-векторов, описывающих  $\chi$  -квант и изобару, знак (+) относится к физической амплитуде перехода  $\chi^* \rightarrow \Delta X$ , а знак (-) - к комплексно-сопряженной амплитуде, внутренние линии соответствуют всевозможным наборам реальных частиц, из которых складывается  $X$ .

Рассмотрим теперь матричный элемент виртуального комптон-эффекта  $\chi_\nu^* \bar{\Delta}_\beta \rightarrow \chi_\mu^* \bar{\Delta}_\alpha$ , изображаемого диаграммой рис. 2:

$$K_{\mu\nu}^{\alpha\beta}(s_0, t_0, u_0, -q_1^2, -q_2^2) = i \int d^4x e^{-i \frac{1}{2}(q_1 + q_2)x} \langle P_2 | T(J_\mu^\alpha(x) J_\nu^\beta(0)) | P_1 \rangle, \quad (I2)$$

где  $s_0$ ,  $t_0$ ,  $u_0$  - мандельштамовские переменные, которые определены так:

$$s_0 = -(p_1 + q_1)^2, \quad t_0 = -(q_1 - q_2)^2, \quad u_0 = -(p_1 - q_2)^2.$$

Аналитические свойства 4-хвосток хорошо изучены, и обычно считается, что при  $t_0 \leq 0$  комптоновская амплитуда является

аналитической функцией своих аргументов с правым и левым (соответствующим  $U_0$ ) разрезами по переменной  $S_0$  и правыми разрезами по переменным  $(-q_1^2)$  и  $(-q_2^2)$ . В области  $q^2 > 0$ , которая реализуется в процессах электророждения, комptonовская амплитуда является аналитической при наличии разрезов только по переменной  $S_0$ . Поэтому адронный тензор, описывающий процесс глубоко неупругого электророждения, с помощью условия унитарности непосредственно выражается через мнимую часть амплитуды комptonовского рассеяния вперед [8].

Для времениподобных значений квадрата импульса виртуального фотона мнимая часть комptonовской амплитуды наряду с диаграммой рис.1 содержит также другие диаграммы [8], существование которых связано с возможностью непосредственного перехода такого фотона в адроны. Для выделения вклада интересующего нас члена, изображаемого диаграммой рис.1, необходимо в (12) положить  $p_1 = p_2 = -p$ ,  $-q_1^2 = s + i\epsilon'$ ,  $-q_2^2 = s - i\epsilon'$  и найти скачок [9,10] по переменной  $\nu = \frac{1}{4}(U_0 - S_0)$ :

$$2i\pi t_{\mu\nu}^{\alpha\beta}(\nu, s) = \bar{K}_{\mu\nu}^{\alpha\beta}(\nu + i\epsilon, s + i\epsilon', s - i\epsilon') - \bar{K}_{\mu\nu}^{\alpha\beta}(\nu - i\epsilon, s + i\epsilon', s - i\epsilon'). \quad (13)$$

Таким образом, задача нахождения поведения структурных функций, описывающих процесс (1), в бьеркеновском скейлинговом пределе [11] (при  $\nu \rightarrow \infty$  и фиксированном  $\omega = 2\nu/s$ ) сводится к исследованию комptonовской амплитуды  $\bar{K}_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$ . Наше дальнейшее рассмотрение будет основываться на ковариантной партонной модели [5]. Амплитуду  $\bar{K}_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$  будем вычислять на основе диаграмм рис.3, дающих основной вклад в скейлинговом

пределе [5]. На этих диаграммах пунктирные линии изображают партоны, а стрелки на них указывают направление импульса и положительного заряда. Поскольку биспинорные амплитуды изобары  $U_\alpha(\vec{P})$  и  $U_\beta(\vec{P})$  выделены, величина  $\bar{K}_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$ , как и тензор  $t_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$ , является матрицей в спинорном пространстве и с учетом уравнения Дирака может быть представлена в виде

$$\bar{K}_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = (K')_{\mu\nu}^{\alpha\beta} I + (K'')_{\mu\nu\rho}^{\alpha\beta} (i\gamma_5 \gamma_\rho). \quad (14)$$

Ниже будут рассмотрены случаи скалярных партонов и партонов спина  $1/2$ . Если имеются партоны нескольких типов, то в скейлинговом пределе сечение будет некогерентной суммой вкладов партонов разных типов [5]. Начнем с более простого случая скалярных партонов.

## 2. Скалярные партоны

Для партонов, описываемых заряженным скалярным полем, амплитуда, соответствующая диаграммам рис.3, имеет вид

$$\bar{K}_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4k (2k-q)_\mu (2k-q)_\nu [R_{\alpha\beta}^- \Delta'_F(k^2) + R_{\alpha\beta}^+ \Delta'_F((k-q)^2)], \quad (15)$$

где  $\Delta'_F$  - пропагатор скалярного поля,  $R_{\alpha\beta}^\mp$  - амплитуды 4-хвосток партон-изобара, изображенных на рис.3а,б.

Проанализируем первый член в (15), соответствующий диаграмме рис.3а. Амплитуда  $R_{\alpha\beta}^-$  является матрицей в спинорном пространстве и в силу (14) может быть представлена в виде

$$R_{\alpha\beta}^- = R_{\alpha\beta}^{\prime-} I + R_{\alpha\beta\rho}^{\prime\prime-} (i\gamma_5 \gamma_\rho); \quad (16)$$

поэтому

$$(K'^{-})_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4k (2k-q)_\mu (2k-q)_\nu R_{\alpha\beta}^{\prime-} \Delta'_F(k^2), \quad (17)$$

$$(K''^{-})_{\mu\nu\rho}^{\alpha\beta} = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4k (2k-q)_\mu (2k-q)_\nu R_{\alpha\beta\rho}^{\prime\prime-} \Delta'_F(k^2).$$

Тензорные коэффициенты  $R_{\alpha\beta}^{\prime-}$  и  $R_{\alpha\beta\rho}^{\prime\prime-}$  должны быть построены из 4-импульсов, характеризующих соответствующую 4-хвостку, а именно  $K'_\alpha \equiv (k-q)_\alpha$  и  $P_\lambda$ , но не должны содержать  $P_\alpha$  и  $P_\beta$ . Из требований Р и Т-инвариантности и условия эрмитовости комптоновской амплитуды для  $R_{\alpha\beta}^{\prime-}$  находим

$$R_{\alpha\beta}^{\prime-} = \frac{1}{M} (R_1^- \delta_{\alpha\beta} + R_2^- K'_\alpha K'_\beta), \quad (18)$$

где  $R_{1,2}^-$  - вещественные инвариантные амплитуды. Величина  $R_{\alpha\beta\rho}^{\prime\prime-}$  является аксиальным тензором и должна быть построена с помощью антисимметричного тензора  $e_{\alpha\rho\lambda\tau}$ . С помощью уравнения Дирака соответствующие структуры с  $(i\gamma_5 \gamma_\rho)$  можно свести к структурам при единичной матрице, т.е. они не являются независимыми. Поэтому можно считать, что в случае скалярных партонов  $R_{\alpha\beta\rho}^{\prime\prime-} = 0$  и

$$(K'^{-})_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4k (2k-q)_\mu (2k-q)_\nu \frac{1}{M} (R_1^- \delta_{\alpha\beta} + R_2^- K'_\alpha K'_\beta) \Delta'_F(k^2), \quad (19)$$

$$(K''^{-})_{\mu\nu\rho}^{\alpha\beta} = 0.$$

Такой результат следовало ожидать, так как комптоновская амплитуда (15) симметрична по индексам  $\mu$  и  $\nu$  и согласно (13) может дать вклад только в симметричную часть  $t_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$ , которая, как видно из (10), пропорциональна единичной матрице. Антисимметричная часть  $t_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$ , пропорциональная  $(i\gamma_5 \gamma_\rho)$ , содержит структурные функции  $t_7 \div t_{10}$ , которые связаны с  $T_3, T_4, T_6$  и  $T_{10}$ . Поэтому можно сказать, что скалярные партонн

не дают вклада в вектор поляризации изобары и её октупольную поляризацию, но дают вклад в квадрупольную поляризацию.

Для диаграммы рис.5б по аналогии с (19) имеем

$$(K'^+)_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4k (2k-q)_\mu (2k-q)_\nu \frac{1}{M} (R_1^+ \delta_{\alpha\beta} + R_2^+ \kappa_\alpha \kappa_\beta) \Delta'_F(K'^2), \quad (20)$$

$$(K''^+)_{\mu\nu\rho}^{\alpha\beta} = 0.$$

Интегралы в (19) и (20) в точности совпадают с теми, которые были проанализированы в работе [7]. Это позволяет сразу выписать в бьеркеновском скейлинговом пределе поведение структурных функций, характеризующих процесс (I), в случае скалярных партонов:

$$\frac{\nu}{M^2} t_{1,2} = F_{1,2}, \quad \frac{\nu^3}{M^6} t_{3,4} = F_{3,4}, \quad \frac{\nu}{M^2} t_5 = F_5, \quad \frac{\nu^2}{M^4} t_6 = F_6, \quad (21)$$

$$t_7 = t_8 = t_9 = t_{10} = 0$$

и

$$\frac{\nu}{M^2} T_1 = F_1 + \frac{1}{3} (F_3 + 2F_5), \quad \frac{\nu}{M^2} T_2 = F_2 + \frac{1}{3} (F_4 + 2F_5 - 4F_6),$$

$$\frac{\nu^3}{M^6} T_{5,6} = -\frac{1}{2} F_{3,4}, \quad \frac{\nu}{M^2} T_7 = -F_5, \quad \frac{\nu^2}{M^4} T_8 = -F_6, \quad (22)$$

$$T_3 = T_4 = T_9 = T_{10} = 0,$$

где

$$F_n(\omega) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int dy' d^2x f_n(\omega, y', x^2), \quad (23)$$

$$f_1 = \frac{\partial e^2}{2M^2} (R_1 + \frac{1}{4} x^2 R_2), \quad f_2 = \frac{1}{\omega^2} (R_1 + \frac{1}{2} x^2 R_2),$$

$$f_3 = \frac{\alpha^2}{8M^4} (y'^2 - M^2 \alpha^2) R_2, \quad f_4 = \frac{1}{4M^2} \left( \frac{y'^2 - 2M^2 \alpha^2}{\omega^2} - \frac{4y' \alpha^2}{\omega} + \alpha^4 \right) R_2,$$

$$f_5 = \frac{\alpha^4}{8M^2} R_2, \quad f_6 = \frac{\alpha^2}{8M^2} \left( \alpha^2 - \frac{2y'}{\omega} \right) R_2,$$

а

$$R_{1,2} = R_{1,2}^- - R_{1,2}^+$$

являются функциями инвариантов

$$u' = M^2 \left( 1 + \frac{1}{\omega} \right)^2 - \left( 1 + \frac{1}{\omega} \right) y' - \alpha^2, \quad \mu^2 = \frac{M^2}{\omega^2} - \frac{y'}{\omega} - \alpha^2. \quad (24)$$

Посмотрим теперь, к каким наблюдаемым следствиям мы приходим в случае скалярных партонов. Считая скейлинговые структурные функции  $F_n(\omega)$  конечными и отличными от нуля, проанализируем общие формулы, полученные в работе [4]. Используя связь (9), приходим к одинаковому скейлинговому поведению для структурных функций  $\bar{W}_1$  и  $\bar{W}_2$ :

$$\frac{\partial}{\partial M^2} \bar{W}_1 = 4 \left( F_1 + \frac{1}{3} F_3 + \frac{2}{3} F_5 \right), \quad (25)$$

$$\frac{\partial}{\partial M^2} \bar{W}_2 = 4 \left( F_2 + \frac{1}{3} F_4 + \frac{2}{3} F_5 - \frac{4}{3} F_6 \right).$$

При не очень малых значениях угла рождения  $\theta$  изобары недиагональные элементы матрицы плотности  $\rho_{\lambda\lambda'}$  малы по сравнению с диагональными, и угловое распределение продуктов распада  $\Delta \rightarrow N\pi$  принимает простой вид

$$W(\theta', \varphi') = \frac{1}{8\pi} \left[ 4(1 - 2\rho_{33}) - 3(1 - 4\rho_{33}) \sin^2 \theta' \right], \quad (26)$$

обладающий азимутальной симметрией, где

$$\rho_{33} = \frac{3F_2}{4(3F_2 + F_4 + 2F_5 - 4F_6)}$$

зависит только от  $\omega$  и не зависит от поляризаций аннигилирующей  $e^+e^-$ -пары и угла  $\theta$  рождения изобары.

При углах  $\theta \sim M/\sqrt{s}$  сечение в скейлинговом пределе содержит дополнительный множитель  $M^2/\sqrt{s}$  и ведет себя как  $\sqrt{s}^{-3}$ . Из-за малости  $R^0$  недиагональные элементы матрицы плотности оказываются того же порядка, что и диагональные элементы, и угловое распределение продуктов распада изобары зависит от поляризаций  $e^+e^-$ -пары и азимутального угла  $\varphi'$ .

В случае скалярных партонів продольная поляризация  $\xi_N''$  образовавшегося при распаде изобары нуклона, которая выражается через структурные функции  $t_7 \div t_{10}$ , обращается в нуль. Тождественно равны нулю также вектор поляризации и тензор октупольной поляризации изобары, образующейся в реакции (I).

### 3. Партонь спина 1/2

Перейдем к рассмотрению более интересного случая партонів спина 1/2. При этом имеются два различных спинорных пространства, соответствующих изобаре и партонам. Комптоновская амплитуда, соответствующая диаграммам рис.3, является матрицей в первом из этих пространств и имеет вид (14), в котором

$$(K')_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4k T_2 [\gamma_\mu S'_F(k) \gamma_\nu R_{\alpha\beta}^{\prime-} + \gamma_\nu S'_F(k') \gamma_\mu R_{\alpha\beta}^{\prime+}], \quad (27)$$

$$(K'')_{\mu\nu\rho}^{\alpha\beta} = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4k T_2 [\gamma_\mu S'_F(k) \gamma_\nu R_{\alpha\beta\rho}^{\prime-} + \gamma_\nu S'_F(k') \gamma_\mu R_{\alpha\beta\rho}^{\prime+}].$$

Для пропагатора партона  $S'_F$  будем использовать спектральное представление [5]. Тензорные амплитуды  $R'_{\alpha\beta}$  и  $R''_{\alpha\beta}$  являются матрицами в спинорном пространстве партонов, и их необходимо разложить по полному набору эрмитовых матриц  $4 \times 4$ . Поскольку мы интересуемся симметричной по индексам  $\mu$  и  $\nu$  частью тензора  $(K')_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$  и антисимметричной по этим индексам частью тензора  $(K'')_{\mu\nu\rho}^{\alpha\beta}$ , то нетрудно убедиться, что можно ограничиться следующими разложениями:

$$R'_{\alpha\beta} = I R_{\alpha\beta}^{(1)\bar{}} + i \gamma_\lambda R_{\alpha\beta\lambda}^{(2)\bar{}},$$

$$R''_{\alpha\beta\rho} = \frac{1}{2} (\gamma_\lambda \gamma_\tau - \gamma_\tau \gamma_\lambda) R_{\alpha\beta\rho\lambda\tau}^{(3)\bar{}} + i \gamma_5 \gamma_\lambda R_{\alpha\beta\rho\lambda}^{(4)\bar{}}. \quad (28)$$

Коэффициенты в них должны быть построены из 4-импульсов, характеризующих соответствующую 4-хвостку. Очевидно,  $R_{\alpha\beta}^{(1)\bar{}}$  и  $R_{\alpha\beta\lambda}^{(2)\bar{}}$  имеют такой же вид, как в случае процесса  $e^+e^- \rightarrow \nu\chi$  [7]:

$$R_{\alpha\beta}^{(1)-} = \frac{1}{M} (\delta_{\alpha\beta} R_1^- + K'_\alpha K'_\beta R_2^-),$$

$$(29)$$

$$R_{\alpha\beta\lambda}^{(2)-} = \frac{1}{M} [\delta_{\alpha\beta} (P_\lambda R_3^- + K'_\lambda R_4^-) + K'_\alpha K'_\beta (P_\lambda R_5^- + K'_\lambda R_6^-) + (\delta_{\alpha\lambda} K'_\beta + \delta_{\beta\lambda} K'_\alpha) R_7^-];$$

$R_{\alpha\beta}^{(1)+}$  и  $R_{\alpha\beta\lambda}^{(2)+}$  получаются соответственно из  $R_{\alpha\beta}^{(1)-}$  и  $R_{\alpha\beta\lambda}^{(2)-}$  посредством замен  $K' \rightarrow K$ ,  $R_n^- \rightarrow R_n^+$ .

Величины  $R''_{\alpha\beta\rho}$  являются аксиальными тензорами, поэтому  $R_{\alpha\beta\rho\lambda\tau}^{(3)\bar{}}$  также должны быть аксиальными тензорами, а  $R_{\alpha\beta\rho\lambda}^{(4)\bar{}}$  — полярными тензорами. Наиболее общий их вид, симметричный по индексам  $\alpha$  и  $\beta$  и удовлетворяющий условиям эрмитовости и T-инвариантности, следующий:

$$R_{\alpha\beta\rho\lambda}^{(3)-} = \frac{1}{M^2} e_{\gamma\delta\lambda\tau} \left\{ \delta_{\alpha\beta} [\delta_{\rho\delta} (P_{\gamma} R_{\delta}^{-} + K'_{\gamma} R_{\delta}^{-}) + K'_{\rho} P_{\gamma} K'_{\delta} R_{10}^{-}] + \right. \\ \left. + K'_{\alpha} K'_{\beta} [\delta_{\rho\delta} (P_{\gamma} R_{11}^{-} + K'_{\gamma} R_{12}^{-}) + K'_{\rho} P_{\gamma} K'_{\delta} R_{13}^{-}] \right\}, \\ R_{\alpha\beta\rho\lambda}^{(4)-} = \frac{1}{M^2} \left[ \delta_{\alpha\beta} (\delta_{\rho\lambda} R_{14}^{-} + K'_{\rho} P_{\lambda} R_{15}^{-} + K'_{\rho} K'_{\lambda} R_{16}^{-}) + \right. \\ \left. + K'_{\alpha} K'_{\beta} (\delta_{\rho\lambda} R_{17}^{-} + K'_{\rho} P_{\lambda} R_{18}^{-} + K'_{\rho} K'_{\lambda} R_{19}^{-}) \right], \quad (30)$$

а  $R_{\alpha\beta\rho\lambda}^{(3)+}$  и  $R_{\alpha\beta\rho\lambda}^{(4)+}$  получаются из приведенных выражений путем замен  $K' \rightarrow K$ ,  $R_n^{-} \rightarrow R_n^{+}$ . Заметим, что все инвариантные амплитуды  $R_n^{\pm}$  вещественны.

Теперь выражения (28)–(30) необходимо подставить в (27) и проанализировать получающиеся интегралы. Заметим, однако, что  $(K')_{\mu\nu}^{\alpha\beta}$  в точности совпадает с симметричной по  $\mu$  и  $\nu$  частью амплитуды виртуального комптон-эффекта  $\gamma_{\nu}^{*} V_{\beta} \rightarrow \gamma_{\mu}^{*} V_{\alpha}$ . Поэтому для поведения структурных функций  $t, \div t_e$  в бьеркеновском скейлинговом пределе можно воспользоваться результатами, полученными в [7].

Для анализа  $(K'')_{\mu\nu\rho}^{\alpha\beta}$  мы также будем пользоваться техникой Грибова [12], использующей переменные Судакова. Перейдем к новым переменным интегрирования  $x, y$  и  $\mathcal{E}_{\mu}$ , связанным с  $K_{\mu}$  соотношением

$$K_{\mu} = -x p_{\mu} + y q_{\mu} + \mathcal{E}_{\mu}. \quad (31)$$

В силу условий  $(\mathcal{E}p) = (\mathcal{E}q) = 0$   $\mathcal{E}_{\mu}$  является пространственноподобным двумерным вектором и можно писать  $d^4 K = \nu(1-2M^2/\nu\omega)^{1/2} dx dy d^2 \mathcal{E}$ . Заметим, что произведение нечетного числа векторов  $\mathcal{E}$  не дает вклада в интеграл, а в случае четного числа  $\mathcal{E}$  под интегралом

можно заменить

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_\mu \mathcal{E}_\nu &\rightarrow \frac{i}{2} \mathcal{E}^2 (\bar{\delta}_{\mu\nu} - \frac{S}{\sqrt{\lambda}} \bar{P}_\mu \bar{P}_\nu), \\ \mathcal{E}_\mu \mathcal{E}_\nu \mathcal{E}_\alpha \mathcal{E}_\beta &\rightarrow \frac{1}{8} \mathcal{E}^4 [\bar{\delta}_{\mu\nu} \bar{\delta}_{\alpha\beta} + \bar{\delta}_{\mu\alpha} \bar{\delta}_{\nu\beta} + \bar{\delta}_{\mu\beta} \bar{\delta}_{\nu\alpha} - \frac{M^2}{\sqrt{\lambda}} \bar{\delta}_{\mu\nu} q_\alpha q_\beta - \\ &- \frac{S}{\sqrt{\lambda}} \bar{P}_\mu \bar{P}_\nu \bar{\delta}_{\alpha\beta} + \frac{1}{\lambda} (\bar{P}_\mu \bar{\delta}_{\nu\alpha} q_\beta + \bar{P}_\nu \bar{\delta}_{\mu\beta} q_\alpha + \bar{P}_\mu \bar{\delta}_{\nu\beta} q_\alpha + \bar{P}_\nu \bar{\delta}_{\mu\alpha} q_\beta) + \\ &+ \frac{1}{\lambda^2} (2 + \frac{M^2 S}{\nu^2}) \bar{P}_\mu \bar{P}_\nu q_\alpha q_\beta], \\ \lambda &= \nu (1 - \frac{M^2 S}{\nu^2}). \end{aligned} \quad (32)$$

Рассмотрим, для конкретности, часть  $(K'')_{\mu\nu\rho}^{\alpha\beta}$ , соответствующую диаграмме рис.3а. Считая квадрат импульса партона  $\mu^2$  конечным в пределе  $\nu \rightarrow \infty$ , как этого требует динамический постулат [5], нетрудно видеть, что основной вклад в интеграл по  $y$  дает область  $y \sim 1$ . Произведя замену переменной:

$$y = 1 + \frac{y'}{2\nu},$$

в скейлинговом пределе для переменных, от которых зависят инвариантные амплитуды  $R_n^-$ , находим

$$\begin{aligned} u' &\equiv -(p-k+q)^2 = M^2(1+x)^2 - (1+x)y' - \mathcal{E}^2, \\ \mu^2 &\equiv -(k-q)^2 = M^2 x^2 - x y' - \mathcal{E}^2. \end{aligned}$$

При вычислении скачка по  $\nu$  в (13) необходимо иметь в виду, что величины  $R_n^-$ , будучи функциями только инвариантов  $u'$  и  $\mu^2$ , в скейлинговом пределе не зависят от  $\nu$ . Поэтому можно воспользоваться формулой

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{x(\nu+i\epsilon)^n - \frac{S}{2}(\nu+i\epsilon)^{n-1}} - \frac{1}{x(\nu-i\epsilon)^n - \frac{S}{2}(\nu-i\epsilon)^{n-1}} \right\} = -\frac{2i\pi}{\nu^n} \delta(x - \frac{1}{\omega}), \quad (33)$$

$$n \geq 1.$$

Наличие мнимых добавок к  $S$  в (13) приводит к отличному от случая электророждения расположению особенностей инвариантных амплитуд  $R_n^-$  в плоскости  $y'$ , чем и обусловлена невозможность в общем случае аналитического продолжения структурных функций электророждения в область  $e^+e^-$ -аннигиляции [5].

Для диаграммы рис.3б в интеграле по  $y$  существенной является область  $y \sim 0$ . Полагая  $y = \frac{y'}{2v}$  и учитывая, что при вычислении скачка в этом случае возникает  $\delta(x + \frac{1}{\omega})$ , нетрудно видеть, что инвариантные амплитуды  $R_n^+$  зависят от одних и тех же переменных, задаваемых (24).

Приведем окончательные выражения для структурных функций в бьеркенновском скейлинговом пределе в случае партонов спина 1/2, которые находятся из сравнения (10) и (13):

$$t_1 = F_1, \quad \frac{\sqrt{s}}{M^2} t_2 = F_2, \quad \frac{\sqrt{s}^2}{M^4} t_3 = F_3, \quad \frac{\sqrt{s}^3}{M^6} t_4 = F_4, \quad \frac{\sqrt{s}}{M^2} t_5 = F_5, \quad (34)$$

$$\frac{\sqrt{s}^2}{M^4} t_6 = F_6, \quad \frac{\sqrt{s}}{M^2} t_7 = F_7, \quad \frac{\sqrt{s}^2}{M^4} t_8 = F_8, \quad \frac{\sqrt{s}^3}{M^6} t_9 = F_9, \quad \frac{\sqrt{s}^4}{M^8} t_{10} = F_{10}$$

и

$$T_1 = F_1 + \frac{1}{3} F_3, \quad \frac{\sqrt{s}}{M^2} T_2 = F_2 + \frac{1}{3} (F_4 + 2F_5 - 4F_6),$$

$$\frac{\sqrt{s}}{M^2} T_3 = F_7 + \frac{2}{5} F_9, \quad \frac{\sqrt{s}^2}{M^4} T_4 = F_8 + \frac{1}{5} (F_9 + F_{10}),$$

$$\frac{\sqrt{s}^2}{M^4} T_5 = -\frac{1}{2} F_3, \quad \frac{\sqrt{s}^3}{M^6} T_6 = -\frac{1}{2} F_4, \quad \frac{\sqrt{s}}{M^2} T_7 = -F_5, \quad \frac{\sqrt{s}^2}{M^4} T_8 = -F_6, \quad (35)$$

$$\frac{\sqrt{s}^3}{M^6} T_9 = \frac{1}{2} F_9, \quad \frac{\sqrt{s}^4}{M^8} T_{10} = \frac{1}{2} F_{10},$$

где скейлинговые функции  $F_n(\omega)$  имеют интегральное представление (23), в котором

$$f_1 = -\frac{\omega}{2} f_2 = R_3 - \frac{1}{\omega} R_4 + \frac{\alpha^2}{2} (R_5 - \frac{1}{\omega} R_6),$$

$$f_3 = \frac{1}{M^2} \left[ \frac{1}{4} (y'^2 - 2M^2 \alpha^2) (R_5 - \frac{1}{\omega} R_6) - y' R_7 \right],$$

$$f_4 = \frac{1}{M^2} \left\{ \left[ -\frac{y'^2}{2\omega} + (y' + \frac{M^2}{\omega}) \alpha^2 \right] R_5 + \left[ \frac{y'^2}{2\omega^2} - \left( \frac{M^2}{\omega^2} + \frac{2y'}{\omega} - \frac{\alpha^2}{2} \right) \alpha^2 \right] R_6 \right\},$$

$$f_5 = \frac{\alpha^2}{4M^2} (\alpha^2 R_6 + 4R_7),$$

$$f_6 = \frac{1}{4M^2} \left[ y' \alpha^2 R_5 - \left( 2\frac{y'}{\omega} - \alpha^2 \right) \alpha^2 R_6 - 2 \left( \frac{y'}{\omega} - \alpha^2 \right) R_7 \right], \quad (36)$$

$$f_9 = -\frac{1}{M^2} \left\{ \left[ R_{16} + R_{17} - \frac{1}{4M^2} (y'^2 - 2M^2 \alpha^2) R_{19} \right] \frac{\alpha^2}{2} + R_{14} \right\},$$

$$f_8 = -\frac{1}{2M^2} \left[ y' R_{15} - \left( \frac{y'}{\omega} - \alpha^2 \right) R_{16} + \frac{1}{2} y' \alpha^2 R_{18} - \frac{\alpha^2}{2} \left( \frac{y'^2}{2M^2} + \frac{y'}{\omega} - \alpha^2 \right) R_{19} \right],$$

$$f_9 = -\frac{1}{4M^2} \left[ (y'^2 - 2M^2 \alpha^2) R_{17} + \frac{3}{2} \alpha^2 (y'^2 - M^2 \alpha^2) R_{13} \right],$$

$$f_{10} = -\frac{1}{8M^4} \left\{ y' (y'^2 - 6M^2 \alpha^2) R_{18} - \left[ \frac{y'}{\omega} (y'^2 - 6M^2 \alpha^2) - 3\alpha^2 (y'^2 - M^2 \alpha^2) \right] R_{19} \right\},$$

где

$$R_n = R_n^- + R_n^+, \quad n = 3, 5, 15, 18,$$

$$R_n = R_n^- - R_n^+, \quad n = 4, 6, 7, 14, 16, 17, 19.$$

Необходимо отметить, что сюда не входят амплитуды  $R_1, R_2, R_8$

$\div R_{13}$ , так как соответствующие члены в скейлинговом пределе в главном порядке не дают вклада в комптоновскую амплитуду. Их

вклад не мал лишь в градиентно-неинвариантных структурах, и требование сохранения электромагнитного тока партонов приводит к определенным интегральным соотношениям между вышеуказанными амплитудами и остальными.

Замечая, что между скейлинговыми структурными функциями имеет место связь

$$F_1 = -\frac{\omega}{2} F_2, \quad F_3 = -\frac{\omega}{2} (F_4 + 2F_5 - 4F_6), \quad (37)$$

на основе (9) и (35) приходим к соотношению Каллана-Гросса

$$\frac{\partial}{\partial M^2} \bar{W}_2 = -\frac{2}{\omega} \bar{W}_1. \quad (38)$$

Сравнение (35) с найденным в [7] скейлинговым видом структурных функций  $T_n$  для процесса  $e^+e^- \rightarrow V\chi$  показывает, что поведение структурных функций, характеризующих инклюзивный процесс  $e^+e^- \rightarrow h\chi$ , определяется лишь типом поляризационного параметра (вектор поляризации, тензор квадрупольной поляризации и т.д.) и не зависит от спина детектируемого адрона  $h$ .

Анализ полученных в [4] выражений показывает, что в случае партонов спина  $1/2$  в скейлинговом пределе недиагональные элементы матрицы плотности рожденной в (I) изобары малы по сравнению с диагональными элементами при всех углах рождения  $\theta$ . Угловое распределение продуктов распада  $\Delta \rightarrow N\pi$  не зависит от азимутального угла  $\psi'$  и имеет вид

$$W(\theta, \psi') = \frac{1}{8\pi} [2(2-\rho) - 3(1-\rho)\sin^2\theta'], \quad (39)$$

в котором

$$\rho \equiv 2(\rho_{33} + \rho_{-3-3}) = \frac{3F_1}{3F_1 + F_3}$$

независимо от угла рождения  $\theta$  изобары и поляризаций  $e^+e^-$ -пары.

Для продольной поляризации нуклона в указанном распаде получаем выражение

$$\xi_N'' = \frac{1}{16\pi W(\theta', \varphi')} [3(\rho_{33} - \rho_{-3-3}) \sin^2 \theta' + (\rho_{11} - \rho_{-1-1})(9 \cos^2 \theta' - 5)] \cos \theta' \quad (40)$$

в котором

$$\rho_{33} - \rho_{-3-3} = -\frac{4}{R^0} (F_7 - F_8) \cos \theta (\xi_1'' + \xi_2''),$$

$$\rho_{11} - \rho_{-1-1} = -\frac{4}{3R^0} (F_7 - F_8 + 2F_9 - 2F_{10}) \cos \theta (\xi_1'' + \xi_2''),$$

$$R^0 = 4(F_1 + \frac{1}{3}F_3) [(1 + \cos^2 \theta)(1 + \xi_1'' \xi_2'') + \sin^2 \theta \cos(\varphi_1 + \varphi_2) \xi_1^{\perp} \xi_2^{\perp}],$$

откуда следует, что при углах  $\theta$  и  $\theta'$ , не близких к  $\pi/2$ , продольная поляризация нуклона в распаде  $\Delta \rightarrow N\pi$  может оказаться заметной.

Вектор поляризации изобары в собственной системе отсчета в скейлинговом пределе есть

$$S_i^0 = -\frac{40}{9R^0} \left\{ [F_7 - F_8 + \frac{1}{5}(F_9 - F_{10})] \cos \theta n_i + \sqrt{\frac{2M^2}{\nu\omega}} (F_7 + \frac{2}{5}F_9) v_i \right\} (\xi_1'' + \xi_2''). \quad (41)$$

При углах  $\theta$ , не очень близких к  $\pi/2$ , изобара оказывается поляризованной вдоль своего импульса. При угле  $\theta = \pi/2$  вектор поляризации изобары стремится к нулю. Как следует из (40) и (41), вектор поляризации изобары и продольная поляризация нуклона в распаде изобары могут быть отличны от нуля только тогда,

когда одна из аннигилирующих начальных частиц имеет продольную компоненту поляризации.

Авторы выражают благодарность С.Г.Матиняну за постоянный интерес к работе.

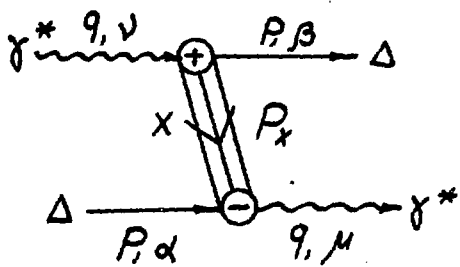


Рис. 1

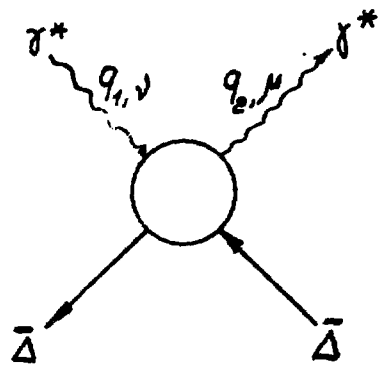


Рис. 2

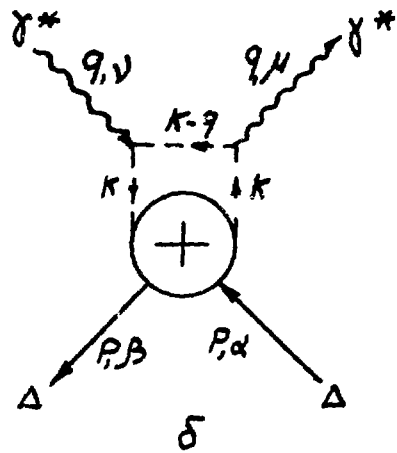
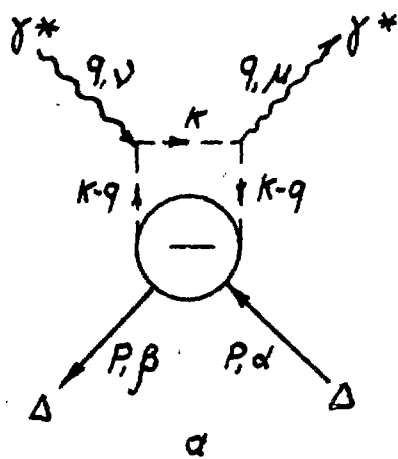


Рис. 3

## ЛИТЕРАТУРА

1. L. Galfi, J. Kuti, A. Patkos. Phys.Lett., 31B, 465, 1970.  
G. Domokos, S. Kovesi-Domokos, E. Schonberg. Phys.Rev., D3, 1191,  
1971. J. Kuti, V. F. Weisskopf. Phys.Rev., D4, 3418, 1971.
2. J. D. Bjorken. Phys.Rev., 148, 1467, 1966.
3. Г. Н. Хачатрян, Ю. Г. Шахназарян. ЯФ, 26, 1258, 1977.
4. Г. Н. Хачатрян, Ю. Г. Шахназарян. ЯФ, 29, 144, 1979.
5. P. V. Landshoff, J. C. Polkinghorne, R. D. Short. Nucl. Phys., B28,  
255, 1971. P. V. Landshoff, J. C. Polkinghorne. Phys.Rep., 5C,  
1, 1972.
6. C. Nash. Nucl. Phys., B31, 419, 1971.
7. G. N. Khachatryan, Yu. G. Shakhnazaryan, Scientific Rep. EFI,  
314 (39)-78.
8. S. D. Drell, D. J. Levy, T. M. Yan. Phys.Rev., D1, 1617, 1970.
9. A. H. Mueller. Phys.Rev., D2, 2963, 1970.
10. P. M. Fishbane, J. D. Sullivan. Phys.Rev., D6, 3568, 1972.
11. J. D. Bjorken. Phys.Rev., 179, 1547, 1969.
12. В. Н. Грибов. ЖЭТФ, 53, 654, 1967.

Рукопись поступила 14-го января 1979г.



Редактор Л.П.Мукаян  
Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ I43

ВФ-06397

Тираж 299

---

Препринт ЕФИ

Формат издания 60 x 84/16

Подписано к печати 17/У-79г. I, Уч. изд. л. Ц. 10 к.

---

Издано Отделом научно-технической информации  
Ереванского физического института, Ереван-36, пер. Маркаряна 2