

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-357(15)-79

К.А.БАРСУКОВ, Э.А.БЕГЛОЯН

Э.М. ЛАЗИЕВ

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ПОПЕРЕЧНО-СЛОИСТОМ
ВОЛНОВОДЕ

ԵՐԵՎԱՆ 1979 ԵՐԵՎԱՆ

K.A.BARSUKOV, E.A.BEGLOYAN, E.M.LAZIEV

THE TRANSITION RADIATION IN THE
CROSS-LAYERED WAVE-GUIDE

The transition radiation of thread-current crossing the infinite plane three-layered wave-guide perpendicularly to its axis is considered. The expressions for fields and radiation energy are found. The optimal conditions of power choice of electron beam on transition radiation are determined.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1979

К.А. БАРСУКОВ, Э.А. БЕГЛОЯН, Э.М. ЛАЗИЕВ

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ПОПЕРЕЧНО-СЛОИСТОМ ВОЛНОВОДЕ

Рассмотрено переходное излучение токовой нити, пересекающей бесконечный плоский трехслойный волновод перпендикулярно его оси. Найдены выражения для полей и энергии излучения. Определены оптимальные условия отбора мощности электронного пучка на переходное излучение.

Ереванский физический институт

Ереван 1979

ЕФИ-357(15)-79

К.А. БАРСУКОВ, Э.А. БЕГЛОЯН, Э.М. ЛАЗИЕВ

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ПОПЕРЕЧНО-СЛОИСТОМ ВОЛНОВОДЕ

Рассмотрено излучение токовой нити, пересекающей бесконечный плоский трехслойный волновод перпендикулярно его оси. Найдены выражения для полей и энергии излучения. Определены оптимальные условия отбора мощности электронного пучка на переходное излучение.

Ереван 1979

Исследование излучения заряда в волноводах со слоистым диэлектрическим заполнением по поперечному сечению, обладает рядом специфических особенностей, связанных с построением ортонормированных собственных функций поперечного сечения. Дело в том, что собственные функции поперечного сечения таких волноводов как правило оказываются неортogonalными и обобщение известных методов решения задач об излучении заряда в волноводе с однородным заполнением по поперечному сечению [1] в общем случае невозможно. По-видимому, единственным исключением здесь является случай, когда вектор электрической напряженности поля параллелен границам раздела сред, что позволяет использовать метод работы [1]. Это дает возможность получить оптимальные условия отбора мощности у электронного пучка на переходное излучение, варьированием свойств диэлектрического слоя. Ниже рассмотрена эта возможность на примере трехслойного волновода.

Рассмотрим бесконечный плоский волновод ограниченный двумя идеально проводящими плоскостями $y = -b$ и $y = b$, заполненный кусочно-однородной диэлектрической средой при $y < |b_2|$ и $\epsilon = \epsilon_1$, при $|b_2| < y < |b|$.

Пусть волновод вдоль оси Oy пересекает токовая нить, направленная вдоль оси Oz . Поскольку нить имеет лишь E_z , H_x , H_y составляющие полей, то в волноводе возбуждаются лишь TE волны.

Для описания электромагнитного поля в таком волноводе используем в качестве потенциала Z - составляющую Фурье-компоненты электрического поля $E_{z,\omega}$. Она удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 E_{z,\omega}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{z,\omega}}{\partial y^2} + \frac{\omega}{c^2} \epsilon E_{z,\omega} = -\frac{2ij_0\omega}{c^2 v} \delta(x) e^{-i\frac{\omega}{v}y}, \quad (1)$$

где j_0 - ток нити, v - скорость нити.

В предлагаемой модели $\partial E_{z,\omega} / \partial z = 0$

Остальные компоненты полей определяются выражениями

$$H_{x,\omega} = \frac{ic}{\omega} \frac{\partial E_{z,\omega}}{\partial y}, \quad H_{y,\omega} = \frac{c}{i\omega} \frac{\partial E_{z,\omega}}{\partial x}$$

1. Построим собственные функции поперечного сечения волновода. Для этой цели нам необходимо найти полное решение однородного уравнения (1)

$$\frac{\partial^2 E_{z,\omega}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{z,\omega}}{\partial y^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon E_{z,\omega} = 0, \quad (2)$$

которое ищем в виде волн, распространяющихся вдоль оси Ox

$$E_{z,\omega} = \sum_n \psi_n(y) e^{i\chi_n x}, \quad (3)$$

где χ_n - постоянная распространения волны вдоль оси Ox пока неизвестная, n - номер моды волны.

Из (3) и (2) для $\psi_n(y)$ получаем следующее уравнение

$$\frac{\partial^2 \psi_n(y)}{\partial y^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon - \chi_n^2 \right) \psi_n(y) = 0. \quad (4)$$

Решение (4) ищем в виде стоячих волн в каждом слое диэлектрика

$$\psi_{n,i}(y) = \begin{cases} \psi_{n,1}(y) = A_{n,1} \cos \lambda_{n,1} y + B_{n,1} \sin \lambda_{n,1} y, \\ \psi_{n,2}(y) = A_{n,2} \cos \lambda_{n,2} y + B_{n,2} \sin \lambda_{n,2} y, \\ \psi_{n,3}(y) = A_{n,3} \cos \lambda_{n,3} y + B_{n,3} \sin \lambda_{n,3} y, \end{cases}$$

$$\text{где } \lambda_{n,1}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_1 - \chi_n^2, \quad \lambda_{n,2}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_2 - \chi_n^2.$$

Так как OZ является осью симметрии волновода и сред, то $\lambda_{n,1} = \lambda_{n,3}$. Функции $\psi_{n,i}(y)$ связаны между собой посредством граничных условий

$$\psi_{n,1}(b_2) = \psi_{n,2}(b_2), \quad \psi_{n,3}(-b_2) = \psi_{n,2}(-b_2), \quad (6)$$

$$\frac{\partial \psi_{n,1}(b_2)}{\partial y} = \frac{\partial \psi_{n,2}(b_2)}{\partial y}, \quad \frac{\partial \psi_{n,3}(-b_2)}{\partial y} = \frac{\partial \psi_{n,2}(-b_2)}{\partial y}.$$

Разрешая систему уравнений (6) относительно неизвестных коэффициентов $A_{n,i}$ и $B_{n,i}$, после несложных выкладок окончательно для нечетных относительно оси Oy мод волн получаем: (см. также [2])

$$\psi'_{n,i}(y) = \begin{cases} \psi_{n,1}(y) = B'_{n,1} \sin \lambda_{n,1} (y - b), \\ \psi_{n,2}(y) = -B'_{n,1} \frac{\sin \lambda_{n,1} b}{\cos \lambda_{n,2} b_2} \cos \lambda_{n,2} y, \\ \psi_{n,3}(y) = -B'_{n,1} \sin \lambda_{n,1} (y + b). \end{cases} \quad (7)$$

При этом условие нетривиального решения системы приводит к дисперсионному уравнению

$$\frac{\lambda_{n,1}}{\lambda_{n,2}} \operatorname{ctg} \lambda_{n,1} b_1 - \operatorname{tg} \lambda_{n,2} b_2 = 0, \quad (7a)$$

где $b_1 = b - b_2$.

Для четных мод волн $\Psi_n(y)$ имеет вид

$$\Psi_{n,i}''(y) = \begin{cases} \Psi_{n,1}(y) = B_{n,1}'' \sin \lambda_{n,1}(y-b), \\ \Psi_{n,2}(y) = B_{n,1}'' \frac{\sin \lambda_{n,1} b}{\sin \lambda_{n,2} b_2} \sin \lambda_{n,2} y, \\ \Psi_{n,3}(y) = B_{n,1}'' \sin \lambda_{n,1}(y+b) \end{cases} \quad (8)$$

с дисперсионным уравнением

$$\frac{\lambda_{n,2}}{\lambda_{n,1}} \operatorname{tg} \lambda_{n,1} b_1 + \operatorname{tg} \lambda_{n,2} b_2 = 0. \quad (8a)$$

Коэффициенты $B_{n,1}'$ и $B_{n,1}''$ определяются из условия нормировки

$$\int_{-b}^{+b} \Psi_n^2(y) dy = 1,$$

откуда

$$B_{n,1}' = \left[b_1 - \frac{\sin 2\lambda_{n,1} b_1}{\lambda_{n,1}} + \left(b_2 + \frac{\sin 2\lambda_{n,2} b_2}{2\lambda_{n,2}} \right) \frac{\sin^2 \lambda_{n,1} b_1}{\cos^2 \lambda_{n,2} b_2} \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

$$B_{n,1}'' = \left[b_1 - \frac{\sin 2\lambda_{n,1} b_1}{\lambda_{n,1}} + \left(b_2 - \frac{\sin 2\lambda_{n,2} b_2}{2\lambda_{n,2}} \right) \frac{\sin^2 \lambda_{n,1} b_1}{\sin^2 \lambda_{n,2} b_2} \right]^{-\frac{1}{2}}.$$

Нетрудно убедиться, что $\Psi_n'(y)$ с нормировочными коэффициентами (9) составляют набор ортонормированных функций

$$\int_S \Psi_n'(y) \Psi_m'(y) ds = \delta_{n,m},$$

где S - поверхность поперечного сечения волновода.

2. Для нахождения полей и энергии переходного излучения воспользуемся методом, описанным в [1]. Разложим левую и правую части уравнения (1) по ортонормированным собственным функциям (7) и (8),

$$E_{z,\omega} = \sum_n E_n(x) \Psi_n(y), \quad e^{-i\frac{\omega}{v}y} = \sum_n A_n \Psi_n(y), \quad (10)$$

а все величины, зависящие от координаты x в интеграл Фурье

$$E_n(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_n(\mu) e^{i\mu x} d\mu; \quad \delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\mu x} d\mu. \quad (11)$$

Из (1) для $C_n(\mu)$ получаем

$$C_n(\mu) = \frac{i\omega j_0}{c^2 v \pi} \frac{A_n}{\mu^2 - \gamma_n^2}. \quad (12)$$

Производя в (11) интегрирование по μ с учетом (12) и принципа излучения, получаем окончательное выражение для $E_{z,\omega}$

$$E_{z,\omega} = \frac{\omega j_0}{c^2 v} \sum_n \frac{A_n}{\gamma_n} \Psi_n(y) e^{-i\gamma_n |x|} \operatorname{sign} x, \quad (13)$$

где $A_n = \int_{-b}^{+b} e^{-i\frac{\omega}{v}y} \Psi_n(y) dy$, γ_n - постоянная распространения волны вдоль оси Ox , удовлетворяющая дисперсионному уравнению

$$\frac{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 - \gamma_n^2}}{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 - \gamma_n^2}} \operatorname{tg} (b_2 \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 - \gamma_n^2}) \operatorname{ctg} (b_1 \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 - \gamma_n^2}) = -1. \quad (14)$$

При $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $b_2 = 0$, $b_2 = b$, $E_{z,\omega} = E_{z,\omega}^0$ ($E_{n,\omega}^0$ - поле излучения в однородно заполненном волноводе [1]).

Для вычисления энергии переходного излучения единицы нити воспользуемся выражением для полных потерь энергии единицы нити на излучение

$$\frac{\partial W_n}{\partial z} = \frac{j_0^2}{c^2 v^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_y \frac{A_n}{\gamma_n} e^{i \frac{\omega}{v} y} \psi_n(y) dy \omega d\omega. \quad (15)$$

Опуская громоздкие математические выкладки приведем окончательное выражение для энергии переходного излучения

$$\frac{\partial W_n}{\partial z} = \frac{4j_0^2}{v^2 c^2} \sum_n \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma_n^{-1} |W_{n,2} - W_{n,1} - W_{n,3}|^2 \omega d\omega, \quad (16)$$

где

$$W_{n,1} = i B_n' \left[\frac{\sin(\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,1}) \frac{b_1}{2}}{\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,1}} e^{-i(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,1}) \frac{b+b_2}{2}} e^{i \lambda_{n,1} b} - \right.$$

$$\left. - \frac{\sin(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,1}) \frac{b_1}{2}}{\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,1}} e^{-i(\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,1}) \frac{b+b_2}{2}} e^{-i \lambda_{n,1} b} \right],$$

$$W_{n,2} = i B_n' \left[\frac{\sin(\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,1}) \frac{b_1}{2}}{\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,1}} e^{-i(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,1}) \frac{b+b_2}{2}} e^{i \lambda_{n,1} b} - \right.$$

$$\left. - \frac{\sin(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,1}) \frac{b_1}{2}}{\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,1}} e^{-i(\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,1}) \frac{b+b_2}{2}} e^{-i \lambda_{n,1} b} \right],$$

$$W_{n,3} = B_n' \left[\frac{\sin(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,2}) b_2}{\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,2}} + \frac{\sin(\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,2}) b_2}{\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,2}} \right].$$

Выражение (16) справедливо в случае излучения четных мод волноводных волн.

Энергия излучения на нечетных модах также описывается выражением (16) при следующих заменах

$$B_n' \rightarrow B_n'', \quad W_{n,1} \rightarrow -W_{n,1}, \quad (17)$$

$$W_{n,3} \rightarrow W_{n,3}' = i B_n'' \left[\frac{\sin(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,2}) b_2}{\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,2}} - \frac{\sin(\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,2}) b_2}{\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,2}} \right].$$

Дифференциальный спектр энергии переходного излучения является непрерывной функцией безразмерного параметра $x = \frac{\omega}{v} b$ и степени заполнения волновода $\delta = b_2/b$. (Рис. 1, 2). При малых степенях заполнения спектральная плотность энергии переходного излучения является убывающей функцией степени заполнения, причем по сравнению со случаем однородного заполнения спектральная плотность энергии уменьшается. При средних степенях заполнения наличие диэлектрической пластины в поперечном сечении волновода приводит к резонансным эффектам позволяющим повысить отбор мощности излучения от нити. Так, при $\lambda_0/\lambda_{kp} = 1$ и шири-

ле диэлектрической пластины $0,45 b$ энергия переходного излучения по сравнению с пустым волноводом возрастает более чем в два раза.

В непрерывном спектре переходного излучения отсутствуют частоты удовлетворяющие условиям

$$\left(\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,2}\right) b_2 = \pi k, \quad \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,2}\right) b_2 = \pi s, \quad (18)$$

$$\left(\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,1}\right) \frac{b_1}{2} = \pi l, \quad \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,1}\right) \frac{b_1}{2} = \pi m,$$

$$k, s, l, m = 1, 2, 3, \dots$$

Условия (18) реализуются в случае, когда нить попадает в узлы стоячих волн в каждом слое диэлектрика.

Если же выполняются

$$\left(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,2}\right) b_2 \gg 1, \quad \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,1}\right) \frac{b_1}{2} \gg 1,$$

то на фоне непрерывного спектра переходного излучения появляются пики излучения Вавилова-Черенкова, спектр которого определяется из условий

$$\omega' = v \lambda_{n,2}, \quad \omega'' = v \lambda_{n,1}$$

частоты ω' соответствуют излучению, возникающему в области $y < |b_2|$, ω'' - области $|b_2| < y < |b|$

Заметим, что если в полученных результатах сделать замену

$$\epsilon_2 \rightarrow \epsilon_z = \frac{\epsilon(a+d)}{\epsilon a + d},$$

то они будут справедливы и в случае частичного заполнения волновода мелкослойной средой, для которой выполняется условие

$$\lambda_{n,2} d \left(\sqrt{\frac{\epsilon_2 \lambda_{n,1}}{\lambda_{n,2}}} + \sqrt{\frac{\lambda_{n,2}}{\epsilon_2 \lambda_{n,1}}} \right) \ll 1, \quad (19)$$

где d - толщина диэлектрических пластин мелкослойной среды ($\epsilon = \epsilon_2$).

Действительно, как показано в [3], такую мелкослойную среду конечной толщины можно рассматривать как одну пластину с тензорной диэлектрической проницаемостью

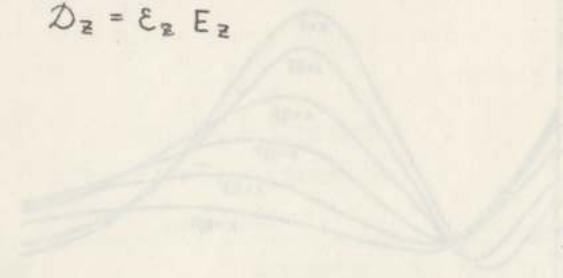
$$\tilde{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_z & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix}.$$

Материальное уравнение для этой пластины запишем в виде

$$\vec{D} = \tilde{\epsilon} \vec{E}, \quad (20)$$

Поскольку в рассмотренной задаче нет зависимости от координаты z , и E_y, E_x составляющие полей отсутствуют, то (20) принимает вид

$$D_z = \epsilon_z E_z$$



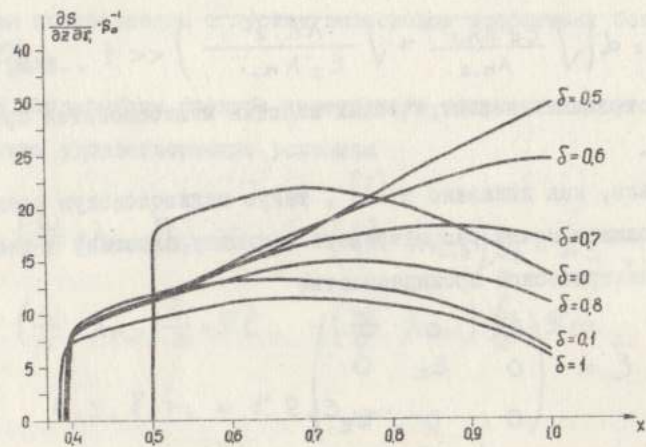


Рис.1

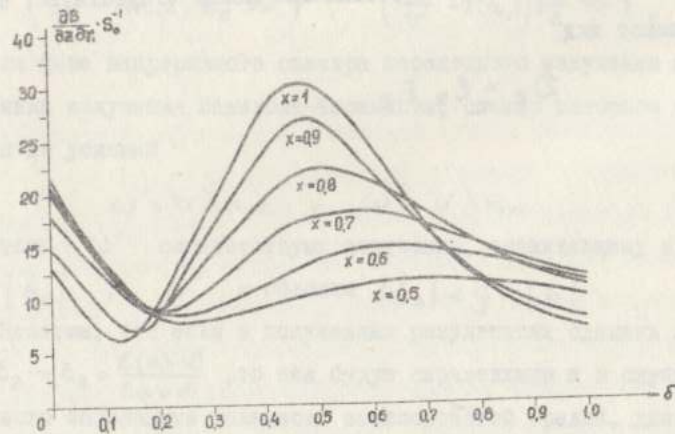


Рис.2

ПОДПИСИ К РИСУНКАМ

Рис.1 Дифференциальный спектр энергии излучения $\frac{\partial S}{\partial z \partial \chi}$ основной моды волны в зависимости от $x = \frac{\omega}{c} b$.
 $\epsilon_1 = 1, \epsilon_2 = 2, S_0 = 4j_0^2 / \omega^2 b$.

Рис.2 Дифференциальный спектр энергии излучения $\frac{\partial S}{\partial z \partial \chi}$ основной моды волны в зависимости от степени заполнения $\delta = b_2 / b, \epsilon_1 = 1, \epsilon_2 = 2, S_0 = 4j_0^2 / \omega^2 b$.

ЛИТЕРАТУРА

1. К.А.Барсуков, Э.Д.Газаян, Э.М.Лазиев, Изв.ВУЗов, Радиофизика, 15, 586, 1975.
2. Ю.В.Егоров, "Частично заполненные прямоугольные волноводы", Советское радио, 1967.
3. Э.А.Беглянь, Э.Д.Газаян, Э.М.Лазиев, "Радиотехника и электроника", 31, 164, 1976.

Рукопись поступила 8-го июня 1978 г.

Редактор Л.П.Мукаян

Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 196

ВФ-05933

Тираж 299

Препринт ЕФИ

Формат издания 60 x 84/16

Подписано к печати 2/УЦ-79г.

1,0 уч.изд.л. Ц. 7 к.

Издано Отделом научно-технической информации
Ереванского физического института, Ереван-36, пер.Маркарян 2