

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՏԻՏՈՒՏ  
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

---

ЕФИ-360(18)-79

С.Г.МАТИНЯН

ЕДИНЫЕ ТЕОРИИ ПОЛЯ: ПРОШЛОЕ И НАСТОЯЩЕЕ  
( К СТОЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ  
АЛЬБЕРТА ЭЙНШТЕЙНА )

ԵՐԵՎԱՆ 1979 ԵՐԵՎԱՆ

ЕФИ-360(18)-79

С.Г.МАТИНЯН

ЕДИНЫЕ ТЕОРИИ ПОЛЯ: ПРОШЛОЕ И НАСТОЯЩЕЕ  
(К СТОЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ АЛЬБЕРТА ЭЙНШТЕИНА).<sup>\*)</sup>

---

<sup>\*)</sup> Доклад, прочитанный на юбилейной сессии АН Арм.ССР, посвященной столетию со дня рождения А.Эйнштейна 27-го марта 1979г.

Ереван 1979

Специальная и, в особенности, общая теории относительности являются яркими образцами современного подхода теоретической физики к изучению явлений микромира.

Они в полной мере реализуют критерии Эйнштейна подлинной теории, о которых в 1929 г. он писал <sup>[1]</sup>: "Теория преследует две цели.

1. Охватить по возможности все явления и их взаимосвязи (полнота).
2. Добиваться этого, взяв за основу как можно меньше логически взаимно независимых понятий и произвольно установленных соотношений между ними (основных законов или аксиом). Эту цель я буду называть "логической единственностью".

Если говорить честно, второе пожелание можно выразить также следующим образом: мы хотим не только знать, как устроена природа (и как происходят природные явления), но и по возможности достичь цели, может быть, утопической и дерзкой на вид - узнать, почему природа является именно такой, а не другой. В этом ученые находят наивысшее удовлетворение ... В этом состоит прометеевский элемент научного творчества, который выше

был назван школьным выражением "логическая единственность". Для меня в этом и заключается постоянное очарование научного мышления ..."

В соответствии с этой логикой специальная теория относительности возникла как логическое обобщение двух опытных фактов: равноправности всех инерциальных систем отсчета (Галилей) и постоянство скорости света.

В результате возникло далеко идущее объединение прежде казавшихся независимыми физических понятий ( электрическое и магнитное поля; масса и энергия ) , значение которого для науки, техники и всей нашей жизни едва ли можно переоценить. Общая теория относительности также обладает этой " логической единственностью" - она есть следствие опытного факта равенства инертной и гравитационной масс (Галилей, Гюйгенс, Ньютон, Бессель, Этвёш, Дикке, Брагинский ) и обобщения принципа относительности - равноправность всех (не только инерциальных) систем отсчета ( относительность не только скорости, но и ускорения). В наиболее общей и современной формулировке этот принцип называется принципом общей ковариантности.

В результате мы имеем теорию гравитации со всеми ее выводами и предсказаниями, получившими экспериментальное подтверждение.

Вместе с тем, общая теория относительности как теория гравитации, не удовлетворяет, строго говоря, первому критерию Эйнштейна полноты.

Поэтому воодушевленный успехом общей теории относительности в описании гравитации Эйнштейн с большой настойчивостью и последовательностью проводит в жизнь идею о единстве взаимодей-

ствий (сил) природы, стремясь объединить гравитацию с электромагнетизмом, который блестяще описывается уравнениями Максвелла.

Он пишет [1] (мы решились привести еще одну длинную цитату, поскольку она полностью раскрывает и причины неудач Эйнштейна построить единую теорию - игнорирование квантового аспекта и отсутствие в то время существенной экспериментальной информации о взаимодействиях элементарных частиц ):

"Удача этой попытки (создание общей теории относительности - прим. авт. ) вывести законы природы чисто умозрительным путем, основываясь на убеждении в формальной простоте действительности, поощряет к дальнейшему движению по этому пути...

Отвлекаясь теперь от квантовой загадки, разрешение которой несмотря на столь многообещающие начинания, по-моему, дело далекого будущего, мы можем считать теорию поля удовлетворительной только в том случае, если она будет рассматривать электрическое и гравитационное поля как проявление единой структуры четырехмерного пространственно-временного континуума. Для решения этой проблемы опыт, по-видимому, не дает нам ничего..."

Это было написано в 1929 году; однако А.Эйнштейн начал реализовывать программу объединения гравитации и электромагнетизма сразу после создания общей теории. В 1922 году его внимание привлекла единая теория Калузы (1921) , основанная на введении формального пятимерного пространства.

Его интересует вопрос - допускают ли уравнения такой единой теории центрально-симметричные несингулярные решения, описывающие электрон. Ответ, полученный им, отрицателен [2] .

К единой теории типа Калузы он возвращался еще не раз

(1927 г. [3,4], 1930 г. [5], 1931 г. [6], 1932 г. [7], 1938 г. [8], 1941 г. [9], 1943 г. [10]). Однако на этом пути его ждет разочарование. Несмотря на кажущиеся временные успехи, невозможно получить никакого регулярного стационарного решения, описывающего частицы с ненулевой массой или зарядом. Это последнее утверждение есть результат последней его статьи о пятимерии [10], написанной в 1943 г. совместно с другим выдающимся физиком XX века Вольфгангом Паули.

В этом свете становится понятной вызвавшая у многих удивление мысль Эйнштейна, что ему не надо знать отдельные свойства других частиц (пионов, мюонов, нуклонов, появившихся в конце его жизни (K-мезонов и т.п.) — достаточно того, что существует электрон. Ведь он так и не смог получить из своих единых (и не только пятимерных) теорий несингулярного электрона! Это его глубоко разочаровывало.

В лекции, прочитанной в 1931 г. в Физическом институте Венского университета, он называет результаты попыток найти единые законы материи и структуру пространства, объединяющую теорию поля и квантовую теорию, "кладбищем погребенных надежд". "... надежда не сбылась... Построенная теория (речь идет о пятимерии; прим.автора), по-видимому, разбивается о проблему материи и квантов. Между обеими идеями все еще сохраняется пропасть".

Проблеме построения единой теории поля Эйнштейн посвятил более 30 статей, начиная с 1922 года, последняя статья в этой области вышла в год его смерти. Видное место среди них занимает подход, развивающий идеи Вейля, Картана, Леви - Чивиты.

Речь идет о так называемой аффинной теории поля, основанной на обобщении евклидовой связности в римановом пространстве. Соответствующая теория была первоначально создана Эйнштейном в 1923 году и развиваясь до 1928 г. В ней электромагнитное поле возникало из антисимметричной части аффинной связности.

Мы еще вернемся к вопросу о связности ниже, когда будем говорить о калибровочном поле Янга-Миллса.

В 1928 г. Эйнштейн приступает к разработке единой теории поля, основанной на геометрии Римана с сохранением в ней понятия "абсолютного" параллелизма [11]. Как известно, в геометрии Римана отсутствует понятие параллельности линейных элементов, разделенных конечным расстоянием.

Эйнштейн вводит в каждой точке пространства ортогональный репер с числом координатных осей, равным размерности пространства. В одной точке ориентацию этого локального репера можно выбрать произвольно, но для других точек она уже будет, по Эйнштейну, определяться однозначно требованием, чтобы все соответственные оси реперов были взаимно параллельны. Тогда параллельные векторы будут иметь одинаковые локальные (т.е. взятые относительно локальных реперов) компоненты. При этом остается свобода произвольно менять ориентацию и поворачивать их одновременно. В результате, закон параллельного переноса (в четырехмерном пространстве) будет определяться более общими, чем символы Кристоффеля-Римана, структурами, позволяющими включить в теорию антисимметричный тензор электромагнитного поля.

Эйнштейн хотел, чтобы и гравитация, и электромагнетизм выступали как проявление геометрии пространства-времени. Именно поэтому он и искал структуру, промежуточную между структу-

рами пространств Римана и Евклида, более богатую формальными свойствами, чем первая, но более бедную, чем вторая.

На этот подход Эйнштейн возлагал большие надежды.

В 1929 г. он пишет:

"После двенадцати лет поисков, полных разочарований, я открыл метрическую структуру континуума, промежуточную между римановской и евклидовой, исследование которой ведет к действительно единой теории поля." ... я почти не сомневаюсь, что указанное здесь соединение метрики Римана с постулатом о существовании абсолютного параллелизма дает естественное понимание и описание физических свойств пространства в рамках теории поля."

Уравнения полей, полученные на базе такой модифицированной метрики Римана, в самом деле привели к двум группам уравнений — симметричные уравнения описывали гравитационное поле (совместное с законом Ньютона, но не совпадающее с гравитацией, основанной на чистой метрике Римана), группа антисимметричных уравнений призвана была описывать (по крайней мере, в первом приближении) электромагнитное поле.

Однако здесь опять появились те же трудности с сингулярностями для частицеподобных решений, которые были в единых теориях с пятимерием, и уже в 1931 г. Эйнштейн опять переходит к исследованию обобщений пятимерных теорий, о которых мы уже говорили и которые также не дали желаемых результатов.

Мы проследили здесь кратко тот полный драматизма и блестящих теоретических построений путь, которым шел (почти в одиночестве) последние тридцать лет своей жизни великий преобразователь естествознания, как назвал его Ленин.

Неудачи в построении единых теорий во многом подорвали веру теоретиков в квантовую теорию поля как в адекватный инструмент исследования законов взаимодействия элементарных частиц и их унификации на базе универсальных принципов.

Однако общая методология Эйнштейна, которую всегда он четко формулировал при конкретных построениях единых теорий, осталась мощным фактором, повлиявшим на развитие теоретических исследований.

Эту методологию он прекрасно сформулировал в статье "Новая теория поля" [12]: "меньшая степень произвола в формальных рассуждениях, устоявшиеся эмпирические основы, радикальный характер теоретических построений и, наконец, уверенность в единстве тайн природы и в способности интеллекта познать их... Однако в конечном счете единственным компетентным судьей остается опыт. Между тем в защиту теории можно сказать одно. Прогресс научных знаний должен приводить к тому, что формальное упрощение может достигаться только ценой увеличения разрыва между фундаментальными гипотезами теории, с одной стороны, и непосредственно наблюдаемыми фактами — с другой. Теория должна переходить все больше и больше от индуктивного метода к дедуктивному, хотя самое важное для всякой научной теории — требование, чтобы она соответствовала фактам — будет сохраняться всегда".

Эта цитата — яркая иллюстрация известной ленинской формулы: "От живого созерцания к абстрактному мышлению и от него к практике — таков диалектический путь познания истины, познания объективной реальности". Только в ней подчеркивается особая роль второго звена этой единой цепи — абстрактного мышления.

50-ые и 60-ые годы были периодом довольно успешного применения феноменологических методов исследования взаимодействий элементарных частиц (дисперсионные соотношения и теория аналитической  $S$ -матрицы, внутренние симметрии, алгебра токов, метод комплексных моментов и др.). В семидесятые годы, как будет видно ниже, мы являемся свидетелями бурного прогресса и резкого повышения интереса к квантовой теории поля. Этот прогресс в значительной степени связан с развитием теории так называемых калибровочных полей.

В 1954 г., незадолго до смерти А.Эйнштейна, появилась статья Янга и Миллса [13], которая, как мы увидим, по духу тесно примыкает к эйнштейновской методологии, а по своему существу — к его общей теории относительности.

В основе этой работы лежит последовательное проведение в жизнь концепции локализованного поля, которое играло такую важную роль у Эйнштейна повсюду.

Рассмотрим сначала электромагнитное взаимодействие.

Как известно, оно характеризуется калибровочной инвариантностью. Изменение калибровки приводит к изменению фазы комплексной волновой функции заряженного поля, т.е. к изменению, не приводящему к каким-либо физическим следствиям. Инвариантность относительно изменения этой фазы приводит, как известно, к закону сохранения тока. Если учесть, что фазовый множитель у волновой функции заряженного поля в каждой точке может быть выбран совершенно произвольно (а не обязательно одинаковым, т.е. независимым от координат) (а это и есть последовательное проведение в жизнь концепции локализованного поля), то калибровочная инвариантность приведет к необходимости введения

векторного поля, взаимодействующего с заряженным полем, компенсирующего этот произвол в выборе фазы в разных точках пространства-времени и преобразующегося как вектор-потенциал электромагнитного поля при калибровочном (градиентном) преобразовании.

На языке теории групп это означает, что локализация абелевой группы  $U(1)$  (соответствующей преобразованию фазы волновой функции частицы) приводит к существованию электромагнитного поля. Иными словами, электромагнитное взаимодействие является проявлением локализации абелевой группы  $U(1)$  (группы вращения относительно оси в зарядовом пространстве). Если фазу считать независимой от координат, то мы имеем глобальную группу калибровки  $U(1)$ , когда углы поворота вокруг оси во всех точках пространства-времени выбраны одинаковыми.

Янг и Миллс обобщили этот подход на изотопический спин, различные компоненты которого не коммутируют между собой (не-абелева группа).

Сохранение изотопического спина отвечает инвариантности взаимодействия относительно вращений изотопического спина в гипотетическом изотопическом пространстве (пространство внутренней симметрии). Иными словами, ориентация изотопического спина не имеет физического значения. Обычно считалось, однако, что если в одной точке пространства-времени мы выбрали ось изотопического спина (т.е. решили, что называть протоном, что нейтроном), то свобода выбора в других точках пропала (сравните ситуацию с введением "абсолютного" параллелизма Эйнштейном, о котором говорилось выше, когда при свободе выбора ориентации локального репера в любой точке, она определяется однозначно в

других точках требованием, чтобы все соответственные оси реперов были взаимно параллельны. Только надо учесть, что в данном случае речь идет об ориентации не в обычном пространстве, как у Эйнштейна, а во "внутреннем", зарядовом пространстве). Однако такое ограничение свободы поворотов не соответствует, опять-таки, концепции локализованного поля, и надо потребовать, чтобы взаимодействие было инвариантно относительно независимых вращений изотопического спина во всех точках пространства-времени, так что бессмысленна относительная ориентация изотопического спина в разных точках пространства-времени. В результате, аналогично тому, как это было с электромагнитной калибровкой, можно определить изотопическую калибровку как произвол в выборе ориентации оси изотопического спина в разных точках пространства-времени.

Аналогично, для компенсации произвола в выборе оси изотопического спина необходимо ввести поле, векторное (т.е. со спином единица) как в обычном, так и в трехмерном изопространстве, т.е. имеющее 12 компонент. Это поле несет на себе изоспин и его компоненты преобразуются по группе  $SU(2)$ , поэтому говорят о неабелевом калибровочном поле Янга-Миллса.

Поле Янга-Миллса является проявлением локализации неабелевой группы  $SU(2)$  (группы вращения в трехмерном изотопическом пространстве), поэтому теория Янга-Миллса есть пример неабелевой калибровочной теории. Если внимательно проследить за приведенным рассуждением, то можно сказать, что теория Янга-Миллса, исходящая из инвариантности относительно нескоррелированных в разных точках пространства-времени произвольных вращений в изопространстве, есть общая теория относительности в изотопическом

пространстве. В частности, тензор напряженности неабелевого Янг-Миллсовского поля соответствует кривизне в изотопическом пространстве. (Отметим, что еще Вейль в 1929 г. [13] прямо говорил об электромагнетизме как об общей теории относительности в зарядовом пространстве. В.А.Фок и Г.Вейль трактовали тензор электромагнитного поля как кривизну в зарядовом пространстве).

В свете того, что говорилось о связности Вейля и Картана выше, с точки зрения дифференциальной геометрии поле Янга-Миллса является связностью в главном расслоенном пространстве, базой которого является многообразие пространства-времени, а типичным слоем-группа внутренней симметрии.

В подходе Эйнштейна, использующем аффинную связность, не могло быть речи о чем-то похожем на слои пространства, ибо внутренние симметрии, в частности, изотопическая инвариантность сильных взаимодействий, не были известны в разгар деятельности по построению единых теорий. Замечательным свойством неабелевой калибровочной теории является то, что она, как и общая теория относительности, определяет полностью динамику взаимодействия калибровочных полей между собой и с другими полями. Калибровочные неабелевы поля несут "изотопический заряд", который и определяет как их взаимодействия (обязательно нелинейные) друг с другом, так и с другими полями, несущими этот заряд. Форма этих взаимодействий однозначна.

Аналогия между теорией Янга-Миллса и теорией гравитации на этом не исчерпывается. Более того, в определенных условиях решения уравнения гравитации находятся в соответствии с решением уравнений теории Янга-Миллса. Эта тесная связь прослеживается

ся и в другом направлении.

Можно сделать так, чтобы и гравитация возникла как локализация определенной группы симметрии, точно также как электродинамика есть результат локализации  $U(1)$ -группы, а поля Янга-Миллса связаны с локализацией группы вращений изотопического спина.

В самом деле, если считать, что параметры преобразования Лоренца не постоянны, как обычно, во всем пространстве, а являются функциями точки, и потребовать инвариантности относительно таких обобщенных преобразования Лоренца, то для компенсации изменений этих параметров группы Лоренца-Пуанкаре необходимо, как и в примерах с электромагнетизмом и полями Янга-Миллса, ввести некое компенсирующее поле, которое совпадает в основном с гравитационным полем (Утияма, 1956 г., Киббл, 1961 г.), компенсационная производная, появляющаяся при этом, как и в вышеприведенных примерах, есть ни что иное, как ковариантная производная римановой геометрии.

Это введение гравитационного поля, отнюдь не связанное прямо с геометрией пространства, можно пояснить "на пальцах" следующим образом.

Требуя, чтобы параметры группы Лоренца-Пуанкаре были функциями точки пространства, мы тем самым считаем, что лоренцовские повороты различны в различных точках ("реперы" вращаются независимо от точки к точке). Это означает, что различные точки пространства-времени обладают не только относительными скоростями, но и относительными ускорениями. Однако из принципа эквивалентности Эйнштейна мы знаем, что инвариантность относительно таких преобразований можно обеспечить лишь при учете

гравитационного поля! Это рассуждение также показывает, что риманову геометрию не обязательно вводить априорно. Геометрическая интерпретация в ее терминах, конечно, очень полезна, и полученные на этом пути уравнения совпадают с обычными уравнениями для скалярной кривизны, выраженной через коэффициенты аффинной связности, но не обязательно симметричные, как и в упомянутой выше модели Вейля-Эйнштейна с "абсолютным параллелизмом". Однако здесь их антисимметричные части связаны не с тензором электромагнитного поля, а с тензором спинового момента.

Следует отметить, что в большинстве книг по общей теории относительности подчеркивается именно геометрический аспект гравитации - плод гения Эйнштейна. Однако его не стоит переоценивать, как это видно и из приведенных выше рассуждений о локализации группы Лоренца-Пуанкаре.

Геометрический подход искусственно разделяет гравитацию и теорию элементарных частиц. До тех пор пока оставалась надежда на то, что всю материю, а не только гравитацию, можно понять в геометрической интерпретации, имело смысл придавать геометрии Римана центральную роль при описании гравитации. Однако мы все больше убеждаемся в том, и в этом нас убеждает и неудача Эйнштейна в построении единой теории поля, и успехи калибровочных теорий, что слабые, электромагнитные и сильные взаимодействия не связаны с геометрическими свойствами пространства-времени. Риманова геометрия есть лишь удобный математический аппарат при описании гравитации, а не фундаментальная её основа.

Такой калибровочный подход указывает на тесную связь гравитации с остальной физикой частиц.

Но вместе с тем надо иметь в виду, что гравитация отличается

ся — с точки зрения обобщенных калибровочных преобразований — от всех остальных взаимодействий природы тем, что она возникает как локализация не групп внутренних симметрий, а группы Пуанкаре, группы четырехмерного пространства-времени.

И если пытаться объединить её со всеми другими взаимодействиями, то надо помнить общее утверждение Колемана о невозможности объединения группы пространства-времени с группами внутренних симметрий на обычной основе. Теорема Колемана строгая, и обойти её можно, лишь дополнив группу Пуанкаре антикоммутирующими переменными. Тем самым возникает понятие суперсимметрии, объединяющей в своих представлениях и бозоны и фермионы (т.е. частицы целого и полуцелого спина).

В таких условиях можно надеяться объединить гравитацию с другими взаимодействиями на базе единого суперполя, проявлениями которого будут все силы природы.

На этом пути достигнут ряд результатов, но здесь все еще впереди.

Из приведенного выше видно, что труднее всех будет именно объединение гравитации с каким-либо или со всеми взаимодействиями, т.е. Эйнштейн, с точки зрения сегодняшнего дня, взялся за самую трудную задачу. Задача объединения остальных взаимодействий (слабых, электромагнитных, сильных), являющихся проявлением локализации внутренних симметрий, представляется более "простой", и к изложению полученных здесь успехов мы сейчас переходим.

Во-первых, очень важно, что калибровочные теории обеспечивают квантовые аспекты явлений — проведено квантование как безмассовой неабелевой теории, так и теории Янга-Миллса со

спонтанным нарушением симметрии (Фейнман, 1963 г., Фаддеев, Лопов, 1967 г., Де Витт, 1967 г., Т.Хофт, 1971 г.), обнаружена их так называемая "асимптотическая свобода", т.е. в отличие от квантовой электродинамики, характеризующейся полным экранированием заряда (проблема "нуль-заряда"), поле Янга-Миллса из-за отмеченных нелинейностей теории и того факта, что они несут изотопический заряд (заряженные кванты), обладают противоположным свойством — антиэкранированием, так что на малых расстояниях источники этих полей — кварки — взаимодействуют слабо, а не сильно, как это имеет место для зарядов источников электромагнитного поля. Этим объясняются многочисленные факты, подтверждающие применимость простых представлений модели кварков, основанных на гипотезе о свободных невзаимодействующих составляющих (кварках) внутри элементарных частиц.

С другой стороны, это обеспечивает так называемую перенормируемость всех калибровочных теорий, т.е. возможность проведения непротиворечивых расчетов в принципе в любом порядке по константе связи калибровочной теории, которая убывает на малых расстояниях, в отличие от электрического заряда, который на малых расстояниях растет.

Все это говорит о том, что поля Янга-Миллса, которые четверть века назад казались курьезной теоретической конструкцией, превратились в важнейший объект теоретических исследований. Все наши надежды на построение теории элементарных частиц сегодня связаны с калибровочными теориями. Это относится и к единой теории слабых и электромагнитных взаимодействий (модель Вайнберга-Салама), и к теории сильных взаимодействий, которая

описывается неабелевой калибровочной  $SU(3)$  - симметрией кварков и переносчиков взаимодействия между ними - глюонов.

С неабелевыми калибровочными теориями связаны и наши надежды на объединение слабых и электромагнитных взаимодействий (схема Вайнберга-Салама, получившая блестящее подтверждение на эксперименте и сделавшая ряд фундаментальных предсказаний, подтвержденных опытом), с одной стороны, и сильных взаимодействий - с другой.

Оба эти вида взаимодействий прекрасно описываются калибровочными теориями, поэтому есть надежда, что и синтез их на более высокой основе - на базе калибровочной группы более высокой размерности - приведет к успеху и объединит все три взаимодействия элементарных частиц.

Возникла реальная возможность объяснения на основе единого принципа иерархии этих взаимодействий. Термин "единая теория поля" получает реальное содержание в рамках калибровочных теорий.

Что касается гравитации, то, как мы уже отмечали, ее труднее объединить с остальными взаимодействиями. Во-первых, квантовый аспект гравитации до сих пор неясен. Во-вторых, специфика гравитации (локализация группы пространства-времени) делает необходимым введение суперсимметрий.

Но именно это обстоятельство должно, по-видимому, помочь в решении квантовой проблемы гравитации. Супергравитация ("геометрия" суперпространства) ведет себя на малых расстояниях гораздо лучше, чем обычная гравитация.

Работа в направлении объединения всех полей природы в рамках единого суперполя начата.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Доклад на юбилее проф. Стодолы, Лейпциг, 1929.
2. J. Grommer, A. Einstein .В книге "Альберт Эйнштейн", изд. "Наука" , 2, 130, 1966.
3. A. Einstein, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss, Phys.-math, Kl, 23, 1927.
4. A. Einstein, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss, Phys.-math kl, 26, 1977.
5. A. Einstein, Science 74, 438, 1930.
6. A. Einstein, W. Mayer, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss, Phys.-math kl, 541, 1931.
7. A. Einstein, W. Mayer, ibid, 130, 1932.
8. J. P. Bergmann, A. Einstein, Ann. Math., ser. 2, 39, 683, 1938.
9. V. Bargmann, P. Bergmann, A. Einstein, T. von Karman Anniversary Volume, Pasadena Calif. Inst. Technology, 1941.
10. W. Pauli, A. Einstein, Ann. Math. 44, 131, 1943.
11. A. Einstein, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss, Phys.-math kl, 1928, 217.
12. A. Einstein, Observatory, 52, 114, 1929.
13. H. Weil, Zs. f. Phys. 56, 330, 1929.

Рукопись поступила 12-го апреля 1979 г.