8150034-5

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-361(19)-79

А.Д.ТЕР-ПОГОСЯН

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ С ДВИЖУЩЕЙСЯ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДОЙ

ԵՐԵՎԱՆ 1979 ЕРЕВАН

ЕФИ-36I(I9)-79

A.D.TER-POGOSYAN

ELECTROMAGNETIC WAVE PROPAGATION IN THE WAVEGUIDE WITH MOVING ANISOTROPIC MEDIUM

Wave propagation in the waveguide with moving anisotropic medium having an anisotropy axis directed along a waveguide axis is considered. The waves are divided into E- and H-types. The coupling of the field components is obtained in terms of longitudinal components of electric and magnetic fields. The energy density of the two wave types is calculated for the anisotropic medium with dispersion. The boundary problem has been solved too, and the Brewster condition has been determined. The incidence of both types of waves on the plasma moving over the strong longitudinal magnetic field is considered.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1979

ЕФИ-361(19)-79

УДК.538.566:621.372.8

А.Д.ТЕР-ПОГОСЯН

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ С ДВИЖУЩЕЙСЯ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДОЙ

Рассмотрено распространение волн в волноводе с движущейся анизотропной средой с осью анизотропии, направленной вдоль оси волновода. Проведено разделение волн на Е - и Н-типы, получены связи компонент полей через продольные компоненты электрического и магнитного полей. Для случая анизотропной среды с дисперсией рассчитана плотность энергии обоих типов волн. Решена также граничная задача, определено условие Брюстера. Рассмотрено падение на плазму, движущуюся в сильном продольном магнитном поле, обоих типов волн.

Ереванский физический институт

Ереван 1979

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-361(19)-79

А.Д.ТЕР-ПОГОСЯН

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ С ДВИЖУЩЕЙСЯ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДОЙ

Ереван 1979

Вопросы распространения электромагнитных волн в движущихся средах представляют, несомненно, большой интерес как в бурно развивающейся в последние десятилетия радиоастрономии, физике атмосферы (ионосферы) Земли и планет, так и в волноводной и ускорительной физике. Теоретическое исследование этих вопросов сопровождается решением ряда самостоятельных задач. Так, в [I] исследовано распространение электромагнитной волны в волноводе с движущейся изотропной средой; проведено разделение волн в движущейся среде на Е- и Н-типы, найдены коэффициенты Френеля при взаимодействии с движущейся границей, определено условие Брюстера. В [2] приведена методика расчета плотности энергии электромагнитной волны в волноводе с движущейся изотропной средой при наличии дисперсии.

В настоящей работе вышеуказанные вопросы исследованы для случая движущейся в волноводе анизотропной среды.

I. Пусть регулярный волновод с образующими, параллельными оси z, заполнен анизотропной средой, движущейся со скоростью $V_z = V$ относительно стенок волновода. В системе покоя среды материальные уравнения записываются в виде

$$\mathcal{D}_i' = \varepsilon_{ik} E_k' \; ; \qquad B_i' = \mu_{ik} H_k' \; ;$$

где тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей заданы следующим образом:

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix}, \quad \hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{pmatrix}. \qquad (\text{I})$$

Материальные уравнения Минковского в системе наблюдения, связанной со стенками волновода имеют следующий вид:

$$\mathcal{D}_x - \beta H_y = \varepsilon_0 (E_x - \beta B_y), \quad B_x + \beta E_y = \mu_0 (H_x + \beta \mathcal{D}_y).$$

$$\mathcal{D}_y + \beta H_x = \varepsilon_0 (E_y + \beta B_x), \quad B_y - \beta E_x = \mu_0 (H_y - \beta \mathcal{D}_x), \qquad (2)$$

$$\mathcal{D}_z = \varepsilon E_z \; ; \qquad B_z = \mu H_z, \quad \left(\beta = \frac{v}{c}\right).$$

Можно показать, что выбор тензоров (I) (в поперечном сечении волновода нет неоднородности) позволяет представить решения уравнений Максвелла как Е- и Н-типы волн с потенциальными функциями

$$E_z = E_{n0}\, \psi_n (x, y) \exp[i(\omega t - \gamma_n z)], \qquad (3а)$$

$$H_z = H_{n0}\, \hat{\psi}_n (x, y) \exp[i(\omega t - \hat{\gamma}_n z)]; \qquad (3б)$$

где $\psi_n(x, y)$ и $\hat{\psi}_n(x, y)$ – собственные функции поперечного сечения волновода, удовлетворяющие следующим уравнениям и граничным условиям на стенках волновода Σ

$$\Delta_\perp \psi_n + \varkappa_n^2 \psi_n = 0, \qquad \Delta_\perp \hat{\psi}_n + \hat{\varkappa}_n^2 \psi_n = 0$$

$$\psi_n \Big|_\Sigma = 0; \qquad \frac{\partial \hat{\psi}_n}{\partial \vec{n}} \Big|_\Sigma = 0$$

и соответствующие собственным значениям первой и второй краевых задач $\varkappa_n$ и $\hat{\varkappa}_n$; $\vec{n}$ – нормаль к контуру волновода, $\Delta_\perp = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$. Индекс моды волны n в дальнейшем для простоты опустим.

Решая совместно уравнения Максвелла и материальные уравнения(2) при $H_z = 0$ и $E_z = 0$, получим следующие связи компонент полей через E_z и H_z в системе наблюдения:

$$E_x = \frac{\varepsilon}{(1-\beta^2)\varepsilon_0 \varkappa^2}\left[(1-\varepsilon_0\mu_0\beta^2)\frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial z} - \frac{\beta}{c}(\varepsilon_0\mu_0 - 1)\frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial t}\right],$$

$$E_y = \frac{\varepsilon}{(1-\beta^2)\varepsilon_0 \varkappa^2}\left[(1-\varepsilon_0\mu_0\beta^2)\frac{\partial^2 E_z}{\partial y \partial z} - \frac{\beta}{c}(\varepsilon_0\mu_0 - 1)\frac{\partial^2 E_z}{\partial y \partial t}\right],$$

$$H_x = \frac{\varepsilon}{c\varkappa^2}\,\frac{\partial^2 E_z}{\partial y \partial t}, \qquad H_y = -\frac{\varepsilon}{c\varkappa^2}\,\frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial t};$$

$$\mathcal{D}_x = \frac{\varepsilon}{\varkappa^2}\,\frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial z}, \qquad \mathcal{D}_y = \frac{\varepsilon}{\varkappa^2}\,\frac{\partial^2 E_z}{\partial y \partial z}, \tag{4a}$$

$$B_x = \frac{\varepsilon}{(1-\beta^2)\varepsilon_0 \varkappa^2}\left[\beta(\varepsilon_0\mu_0 - 1)\frac{\partial^2 E_z}{\partial y \partial z} + \frac{1}{c}(\varepsilon_0\mu_0 - \beta^2)\frac{\partial^2 E_z}{\partial y \partial t}\right],$$

$$B_y = \frac{\varepsilon}{(1-\beta^2)\varepsilon_0 \varkappa^2}\left[\beta(\varepsilon_0\mu_0 - 1)\frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial z} + \frac{1}{c}(\varepsilon_0\mu_0 - \beta^2)\frac{\partial^2 E_z}{\partial x \partial t}\right];$$

$$E_x = -\frac{\mu}{c\,\text{æ}^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial y\partial t}, \qquad E_y = \frac{\mu}{c\,\text{æ}^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial x\partial t},$$

$$H_x = \frac{\mu}{(1-\beta^2)\mu_0 \text{æ}^2}\left[(1-\varepsilon_0\mu_0\beta^2)\frac{\partial^2 H_z}{\partial x\partial z} - \frac{\beta}{c}(\varepsilon_0\mu_0 - 1)\frac{\partial^2 H_z}{\partial x\partial t}\right],$$

$$H_y = \frac{\mu}{(1-\beta^2)\mu_0 \text{æ}^2}\left[(1-\varepsilon_0\mu_0\beta^2)\frac{\partial^2 H_z}{\partial y\partial z} - \frac{\beta}{c}(\varepsilon_0\mu_0 - 1)\frac{\partial^2 H_z}{\partial y\partial t}\right],$$

$$\mathcal{D}_x = -\frac{\mu}{(1-\beta^2)\mu_0 \text{æ}^2}\left[\beta(\varepsilon_0\mu_0 - 1)\frac{\partial^2 H_z}{\partial y\partial z} + \frac{1}{c}(\varepsilon_0\mu_0 - \beta^2)\frac{\partial^2 H_z}{\partial y\partial t}\right], \tag{4б}$$

$$\mathcal{D}_y = \frac{\mu}{(1-\beta^2)\mu_0 \text{æ}^2}\left[\beta(\varepsilon_0\mu_0 - 1)\frac{\partial^2 H_z}{\partial x\partial z} + \frac{1}{c}(\varepsilon_0\mu_0 - \beta^2)\frac{\partial^2 H_z}{\partial x\partial t}\right],$$

$$B_x = \frac{\mu}{\text{æ}^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial x\partial z}, \qquad B_y = \frac{\mu}{\text{æ}^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial y\partial z}.$$

Продольная компонента электрического поля E_z удовлетворяет волновому уравнению

$$\left[\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\Delta_\perp - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\varepsilon_0\mu_0 - 1}{c^2(1-\beta^2)}\left(\frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial z}\right)^2\right]E_z = 0. \tag{5}$$

Подставив в (5) выражение (3а) для E_z, приходим к дисперсионному уравнению

$$\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\text{æ}^2 + \gamma^2 - \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\varepsilon_0\mu_0 - 1}{c^2(1-\beta^2)}(\omega - \gamma v)^2 = 0, \tag{6}$$

откуда вытекает следующая зависимость между постоянной распространения γ и частотой ω в системе наблюдения:

$$\gamma = -\frac{\beta(\varepsilon_0\mu_0 - 1)}{1-\varepsilon_0\mu_0\beta^2}\frac{\omega}{c} \pm \sqrt{\varepsilon_0\mu_0\left(\frac{1-\beta^2}{1-\varepsilon_0\mu_0\beta^2}\right)^2\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\frac{1-\beta^2}{1-\varepsilon_0\mu_0\beta^2}\text{æ}^2} \tag{7}$$

При дочеренковских скоростях движения среды $|\beta| < (\varepsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$ критическая частота [I] для Е-волны, определенная с помощью (7) из условия $Re\,\gamma = 0$, равна

$$\Omega_{кр} = c\varkappa \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}} \sqrt{\frac{1-\varepsilon_0\mu_0\beta^2}{\varepsilon_0\mu_0(1-\beta^2)}} . \qquad (8)$$

При черенковских скоростях движения среды $|\beta| > (\varepsilon_0\mu_0)^{-1/2}$ такой критической частоты не существует: действительно, подкоренное выражение в (7) при этом всегда положительно, и для любой моды волны становятся разрешенными все частоты.

Для Н-волны формулы, аналогичные (5)-(8), можно получить, произведя в них замену $\varepsilon_0 \longleftrightarrow \mu_0$, $\varepsilon \longleftrightarrow \mu$.

Групповые скорости Е- и Н-волн в движущейся анизотропной среде, определенные из соответствующих дисперсионных уравнений как $V_{гр} = \partial\omega/\partial\gamma$, равны

$$V_{гр}^{E} = c \cdot \frac{(1-\beta^2)c\gamma + \beta(\varepsilon_0\mu_0 - 1)(\omega - \gamma v)}{(1-\beta^2)\omega + (\varepsilon_0\mu_0 - 1)(\omega - \gamma v)} ,$$
$$V_{гр}^{H} = c \cdot \frac{(1-\beta^2)c\hat{\gamma} + \beta(\varepsilon_0\mu_0 - 1)(\omega - \hat{\gamma} v)}{(1-\beta^2)\omega + (\varepsilon_0\mu_0 - 1)(\omega - \hat{\gamma} v)} . \qquad (9)$$

Выражения (9) формально совпадают с выражениями для групповых скоростей Е- Н-волн [I], распространяющихся в волноводе с движущейся изотропной средой с $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$, однако постоянные распространения γ для Е-волны и $\hat{\gamma}$ для Н-волны в данном случае по-разному зависят от частот.

Усредненный по времени поток вектора Пойнтинга через поперечное сечение волновода равен

$$\bar{S} = \frac{c}{8\pi} Re \int [\vec{E}\vec{H}^*]_z \, dx\,dy. \tag{10}$$

Пользуясь выражениями (4а,б), получим из (10):

$$\bar{S}^E = \frac{\varepsilon^2\omega}{8\pi c(1-\beta^2)\varepsilon_0 \varkappa^2}\left[(1-\beta^2)c\gamma + \beta(\varepsilon_0\mu_0 - 1)(\omega - \gamma v)\right]|E_0|^2,$$

$$\bar{S}^H = \frac{\mu^2\omega}{8\pi c(1-\beta^2)\mu_0 \hat{\varkappa}^2}\left[(1-\beta^2)c\hat{\gamma} + \beta(\varepsilon_0\mu_0 - 1)(\omega - \hat{\gamma} v)\right]|H_0|^2. \tag{11}$$

Таким образом, в движущейся анизотропной среде Е- и Н-волны обладают различными характеристиками распространения. Обе рассматриваемые волны можно назвать "необыкновенными" (по аналогии со случаем свободного пространства [3] . Если же только диэлектрическая проницаемость имеет тензорный вид (I), а $\hat{\mu} = \mu_0$, то "необыкновенной" будет только Е-волна, а Н-волна будет "обыкновенной" волной, распространяющейся как бы в изотропной среде с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_0, μ_0.

2. Рассмотрим распространение волны в волноводе с движущейся анизотропной средой, обладающей дисперсией. Пусть все три отличные от нуля компоненты тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей (I) являются функциями частоты волны в системе покоя среды $\omega' = \frac{\omega - \gamma v}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Как известно [3] , выражение для потока вектора Пойнтинга, определяемого как компонента тензора энергии-импульса Минковского [4] , справедливо и в случае движущейся диспергирующей среды, следовательно, формулы (10), (11) остаются в силе.

Дать разумное определение плотности энергии как термодинамической величины в общем случае диспергирующей среды невозможно [3] . Это связано с тем, что любая дисперсия предполагает одновременно и наличие диссипации энергии. Введем в этой связи малое отклонение волны от строгой монохроматичности в терминах малых значений мнимых частей диэлектрической и магнитной проницаемостей. Устремляя далее $\operatorname{Im}\varepsilon \to 0$, $\operatorname{Im}\mu \to 0$, оказывается возможным определить плотность энергии как термодинамическую величину в области прозрачности для заданной частоты.

Инвариантность уравнений Максвелла относительно преобразований Лоренца позволяет записать следующее уравнение, справедливое в любой инерциальной системе отсчета

$$-\operatorname{div}\vec{S} = \frac{1}{4\pi}\left(\vec{E}\,\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} + \vec{H}\,\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right) = \frac{\partial W}{\partial t} \qquad (12)$$

Усредненная по времени плотность энергии $\overline{W}$ рассчитана по формуле (12) методом, приведенным в [2] , однако при вычислении производных по времени от векторов электрической и магнитной индукций использованы материальные уравнения (2):

$$\overline{W} = \frac{1}{16\pi}\left\{\frac{\partial(\omega\varepsilon)}{\partial\omega}E_z E_z^* + \frac{\partial(\omega\mu)}{\partial\omega}H_z H_z^* + (1-\beta^2)\left[\frac{\partial}{\partial\omega}\left(\omega\cdot\frac{\varepsilon_0}{1-\varepsilon_0\mu_0\beta^2}\right)\times\right.\right.$$
$$\left.\times\left(E_x E_x^* + E_y E_y^*\right) + \frac{\partial}{\partial\omega}\left(\omega\cdot\frac{\mu_0}{1-\varepsilon_0\mu_0\beta^2}\right)\left(H_x H_x^* + H_y H_y^*\right)\right] - \qquad (13)$$
$$\left.-2\beta\,\frac{\partial}{\partial\omega}\left(\omega\cdot\frac{\varepsilon_0\mu_0 - 1}{1-\varepsilon_0\mu_0\beta^2}\right)\left[\vec{E}\vec{H}^*\right]_z\right\}.$$

Пользуясь формулами (4а,б), после интегрирования по объему волновода единичной длины, получим из (I3) следующие выражения для усредненной по времени энергии, заключенной в указанном объёме.

$$\bar{W}^{E}=\frac{\varepsilon^{2}\omega}{8\pi c^{2}(1-\beta^{2})\varepsilon_{0}\varkappa^{2}}\left\{\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_{0}}{\varepsilon^{2}}(1-\beta^{2})c^{2}\varkappa^{2}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega}+c\left(\gamma-\beta\frac{\omega}{c}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{c}{2}\left(\gamma-\beta\frac{\omega}{c}\right)\frac{1}{\varepsilon_{0}}\frac{\partial\varepsilon_{0}}{\partial\omega}+\beta\right]+\varepsilon_{0}\mu_{0}(\omega-\gamma v)\left[\frac{1}{2}(\omega-\gamma v)\frac{1}{\mu_{0}}\frac{\partial\mu_{0}}{\partial\omega}+1\right]\right\}|E_{0}|^{2}; \qquad (I4a)$$

$$\bar{W}^{H}=\frac{\mu^{2}\omega}{8\pi c^{2}(1-\beta^{2})\mu_{0}\hat{\varkappa}^{2}}\left\{\frac{1}{2}\frac{\mu_{0}}{\mu^{2}}(1-\beta^{2})c^{2}\hat{\varkappa}^{2}\frac{\partial\mu}{\partial\omega}+c\left(\hat{\gamma}-\beta\frac{\omega}{c}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{c}{2}\left(\hat{\gamma}-\beta\frac{\omega}{c}\right)\frac{1}{\mu_{0}}\frac{\partial\mu_{0}}{\partial\omega}+\beta\right]+\varepsilon_{0}\mu_{0}(\omega-\hat{\gamma}v)\left[\frac{1}{2}(\omega-\hat{\gamma}v)\frac{1}{\varepsilon_{0}}\frac{\partial\varepsilon_{0}}{\partial\omega}+1\right]\right\}|H_{0}|^{2}. \qquad (I4б)$$

В формулах (I3), (I4) аргументом ε_{ik} и μ_{ik} является частота волны в системе покоя $\omega'=\frac{\omega-\gamma v}{\sqrt{1-\beta^{2}}}$ (ω , γ – частота и постоянные распространения в системе наблюдения). Поскольку закон дисперсии задан в системе покоя среды, удобнее выразить производные $\frac{\partial\varepsilon_{ik}}{\partial\omega}$ и $\frac{\partial\mu_{ik}}{\partial\omega}$ через $\frac{\partial\varepsilon_{ik}}{\partial\omega'}$ и $\frac{\partial\mu_{ik}}{\partial\omega'}$.
Для этого заметим , что

$$\frac{\partial\varepsilon_{ik}}{\partial\omega}=\frac{\partial\varepsilon_{ik}}{\partial\omega'}\frac{\partial\omega'}{\partial\omega}=\frac{\partial\varepsilon_{ik}}{\partial\omega'}\left(1-\frac{v}{v_{гр}}\right)\Big/\sqrt{1-\beta^{2}};$$

$$\frac{\partial\mu_{ik}}{\partial\omega}=\frac{\partial\mu_{ik}}{\partial\omega'}\frac{\partial\omega'}{\partial\omega}=\frac{\partial\mu_{ik}}{\partial\omega'}\left(1-\frac{v}{v_{гр}}\right)\Big/\sqrt{1-\beta^{2}}. \qquad (I5)$$

причем для Е- и Н-типов волн необходимо в (I5) подставлять соответствующие групповые скорости. Групповые скорости можно определить из соответствующих дисперсионных уравнений (для Е-волны из (6)):

$$V_{\text{гр}}^{E} = c \cdot \frac{(1-\beta^2)c\gamma + \beta(\varepsilon_0\mu_0 - 1)(\omega - \gamma v) + \beta K^E/2\sqrt{1-\beta^2}}{(1-\beta^2)\omega + (\varepsilon_0\mu_0 - 1)(\omega - \gamma_v) + K^E/2\sqrt{1-\beta^2}}; \quad (16a)$$

$$V_{\text{гр}}^{H} = c \cdot \frac{(1-\beta^2)c\hat{\gamma} + \beta(\varepsilon_0\mu_0 - 1)(\omega - \hat{\gamma}v) + \beta K^H/2\sqrt{1-\beta^2}}{(1-\beta^2)\omega + (\varepsilon_0\mu_0 - 1)(\omega - \hat{\gamma}v) + K^H/2\sqrt{1-\beta^2}}; \quad (16б)$$

где

$$K^E = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon^2}(1-\beta^2)c^2\varkappa^2\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega'} + c^2\left(\gamma - \beta\frac{\omega}{c}\right)^2\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\omega'} + \varepsilon_0\mu_0(\omega - \gamma_v)^2\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial\mu_0}{\partial\omega'};$$

$$K^H = \frac{\mu_0}{\mu^2}(1-\beta^2)c^2\hat{\varkappa}^2\frac{\partial\mu}{\partial\omega'} + c^2\left(\hat{\gamma} - \beta\frac{\omega}{c}\right)^2\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial\mu_0}{\partial\omega'} + \varepsilon_0\mu_0(\omega - \hat{\gamma}v)^2\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\partial\varepsilon_0}{\partial\omega'}.$$

С помощью (16а,б) получим окончательные выражения для энергии E- и H-волн, заключенной в объеме волновода единичной длины:

$$\bar{W}^E = \frac{\varepsilon^2\omega}{8\pi c^2(1-\beta^2)\varepsilon_0\varkappa^2}\left[(1-\beta^2)c\gamma + \beta(\varepsilon_0\mu_0 - 1)(\omega - \gamma v)\right] \times$$

$$\times \frac{\left[(1-\beta^2)\omega + (\varepsilon_0\mu_0 - 1)(\omega - \gamma_v) + K^E/2\sqrt{1-\beta^2}\right]}{(1-\beta^2)c\gamma + \beta(\varepsilon_0\mu_0 - 1)(\omega - \gamma_v) + \beta K^E/2\sqrt{1-\beta^2}}|E_0|^2; \quad (17a)$$

$$\bar{W}^H = \frac{\mu^2\omega}{8\pi c^2(1-\beta^2)\mu_0\varkappa^2}\left[(1-\beta^2)c\hat{\gamma} + \beta(\varepsilon_0\mu_0 - 1)(\omega - \hat{\gamma}v)\right] \times$$

$$\times \frac{(1-\beta^2)\omega + (\varepsilon_0\mu_0 - 1)(\omega - \hat{\gamma}v) + K^H/2\sqrt{1-\beta^2}}{(1-\beta^2)c\hat{\gamma} + \beta(\varepsilon_0\mu_0 - 1)(\omega - \hat{\gamma}_v) + \beta K^H/2\sqrt{1-\beta^2}}|H_0|^2. \quad (17б)$$

Сравнивая формулы (II), (I6) и (I7), приходим к заключению, что для движущейся анизотропной среды, обладающей дисперсией, выполняются следующие соотношения:

$$\bar{S}^{E} = \bar{W}^{E} \cdot V_{гр}^{E} \quad ; \qquad \bar{S}^{H} = \bar{W}^{H} \cdot V_{гр}^{H} \, .$$

3. Рассмотрим граничную задачу. Пусть волновод заполнен двумя полубесконечными анизотропными средами, движущимися со скоростью V относительно его стенок. Уравнение движения границы двух сред $z = Vt$. Тензорам диэлектрической и магнитной проницаемостей (I) будем приписывать индексы I ($\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_1$; $\hat{\mu} = \hat{\mu}_1$) в области $z < Vt$ и 2 ($\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_2$, $\hat{\mu} = \hat{\mu}_2$) в области $z > Vt$. Пусть волна (3а) с заданными значениями ω_0, γ_0 из области $z < Vt$ падает на границу раздела двух сред. Из граничных условий электродинамики движущихся сред [3] следует, что волны другого типа не может возникнуть.

Будем искать отраженную и преломленную волны в следующем виде

$$E_{z1} = E_1 \psi(x,y) \exp[i(\omega_1 t + \gamma_1 z)] ;$$

$$E_{z2} = E_2 \psi(x,y) \exp[i(\omega_2 t - \gamma_2 z)] .$$

Из условия сопряжения фаз на границе раздела имеем уравнения для фаз:

$$\omega_0 - \gamma_0 V = \omega_1 + \gamma_1 V = \omega_2 - \gamma_2 V \equiv \phi . \qquad (18)$$

Из дисперсионных уравнений для отраженной и преломленной волн и формулы (I8) найдем частоты и постоянные распространения отраженной и преломленной волн:

$$\omega_1 = \frac{\phi - \beta c \Gamma_1^{E}}{1-\beta^2}; \qquad \gamma_1 = \frac{-\beta\phi/c + \Gamma_1^{E}}{1-\beta^2};$$

$$\omega_2 = \frac{\phi + \beta c \Gamma_2^{E}}{1-\beta^2}; \qquad \gamma_2 = \frac{\beta\phi/c + \Gamma_2^{E}}{1-\beta^2}; \tag{19}$$

где

$$\Gamma_1^{E} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{01}\mu_{01}}{c^2}\phi^2 - \frac{\varepsilon_{01}}{\varepsilon_1}(1-\beta^2)\varkappa^2};$$

$$\Gamma_2^{E} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{02}\mu_{02}}{c^2}\phi^2 - \frac{\varepsilon_{02}}{\varepsilon_2}(1-\beta^2)\varkappa^2}.$$

Удовлетворив граничным условиям электродинамики движущихся сред на границе $z = vt$, выразим амплитуды отраженной и преломленной волн через амплитуду падающей волны E_0 :

$$E_1 = \frac{\varepsilon_{02}\Gamma_1^{E} - \varepsilon_{01}\Gamma_2^{E}}{\varepsilon_{02}\Gamma_1^{E} + \varepsilon_{01}\Gamma_2^{E}} E_0;$$

$$E_2 = \frac{\varepsilon_{02}}{\varepsilon_2} \cdot \frac{2\varepsilon_1\Gamma_1^{E}}{\varepsilon_{02}\Gamma_1^{E} + \varepsilon_{01}\Gamma_2^{E}} E_0. \tag{20}$$

В случае падения на границу раздела Н-волны для амплитуд отраженной и преломленной волн имеем

$$H_1 = \frac{\mu_{02}\Gamma_1^H - \mu_{01}\Gamma_2^H}{\mu_{02}\Gamma_1^H + \mu_{01}\Gamma_2^H} H_0 ;$$

$$H_2 = \frac{\mu_{02}}{\mu_2} \cdot \frac{2\mu_1 \Gamma_1^H}{\mu_{02}\Gamma_1^H + \mu_{01}\Gamma_2^H} H_0 ; \qquad (21)$$

где

$$\Gamma_1^H = \sqrt{\frac{\varepsilon_{01}\mu_{01}}{c^2}\phi^2 - \frac{\mu_{01}}{\mu_1}(1-\beta^2)\varkappa^2} ;$$

$$\Gamma_2^H = \sqrt{\frac{\varepsilon_{02}\mu_{02}}{c^2}\phi^2 - \frac{\mu_{02}}{\mu_2}(1-\beta^2)\varkappa^2} .$$

а частоты и постоянные распространения отраженной и преломленной волн можно получить из (19), произведя в них замену Γ^E на Γ^H. Отражательную и пропускательную способности, определенные как отношения потоков энергии отраженной и преломленной волн к потоку энергии падающей волны, легко получить из (11), подставляя туда соответствующие значения для частот, постоянных распространения и амплитуд.

Вышеприведенные формулы позволяют с легкостью переходить к частным случаям, когда слева или справа от границы изотропная среда или вакуум. Например, если область $z < vt$ – вакуум, то из равенства нулю амплитуды отраженной волны (20) можно получить условие Брюстера в волноводе [5] для частоты падающей волны

$$\omega_{0\,Бр}^{E} = c\varkappa \frac{\sqrt{\varepsilon_2\varepsilon_{02} - 1} + \beta\sqrt{\varepsilon_2\mu_{02} - 1}}{\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{\varepsilon_2(\varepsilon_{02} - \mu_{02})}} .$$

которое при $\varepsilon_{o z} = \varepsilon_z$, $\mu_{o z} = \mu_z$ совпадает с аналогичным условием в случае движущейся изотропной среды [I,6] .

Рассмотрим частный случай, когда в волноводе движется полубесконечная плазма, находящаяся в сильном продольном магнитном поле. Тензор диэлектрической проницаемости плазмы, заполняющей область $z > vt$, можно при этом представить в следующем виде

$$\hat{\varepsilon}_2 = \hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon(\omega_2') \end{pmatrix} .$$

где $\varepsilon(\omega_2') = 1 - \omega_p^2/(\omega_2')^2$, $\omega_p^2 = \frac{4\pi N e^2}{m}$, ω_2' – частота преломленной волны в системе покоя плазмы, $\hat{\mu} = I$. Пользуясь фазовым инвариантом (I8), диэлектрическую проницаемость можно выражать через параметры падающей волны ω_0 , γ_0 :

$$\varepsilon(\omega_2') = 1 - \frac{\omega_p^2(1-\beta^2)}{(\omega_2 - \gamma_2 V)^2} = 1 - \frac{\omega_p^2(1-\beta^2)}{\phi^2} ,$$

где под ϕ мы будем понимать $\omega_0 - \gamma_0 V$. После несложных расчетов получим из (I9) для частот и постоянных распространения отраженной и преломленной волн:

$$\omega_1 = \frac{(1+\beta^2)\omega_0 - 2v\gamma_0}{1-\beta^2} ; \qquad \gamma_1 = \frac{(1+\beta^2)\gamma_0 - 2\beta\frac{\omega}{c}}{1-\beta^2} ;$$

$$\omega_2 = \frac{\phi}{1-\beta^2} \cdot \frac{\sqrt{\phi^2 - (1-\beta^2)\omega_p^2} + \beta\sqrt{\phi^2 - (1-\beta^2)(\omega_p^2 + c^2\varkappa^2)}}{\sqrt{\phi^2 - (1-\beta^2)\omega_p^2}} ;$$

$$\gamma_2 = \frac{\phi}{c(1-\beta^2)} \cdot \frac{\beta\sqrt{\phi^2-(1-\beta^2)\omega_p^2} + \sqrt{\phi^2-(1-\beta^2)(\omega_p^2+c^2\varkappa^2)}}{\sqrt{\phi^2-(1-\beta^2)\omega_p^2}}.$$

Амплитуды отраженной и преломленной волн найдем с помощью формул (20):

$$E_1 = \frac{\sqrt{\varepsilon}\,\Gamma_1 - \Gamma_2}{\sqrt{\varepsilon}\,\Gamma_1 + \Gamma_2} E_0;$$

$$E_2 = \frac{2\Gamma_1}{\sqrt{\varepsilon}\,\Gamma_1 + \Gamma_2} E_0;$$

где

$$\Gamma_1 = \gamma_0 - \beta\frac{\omega_0}{c}; \qquad \Gamma_2 = \sqrt{\phi^2-(1-\beta^2)(\omega_p^2+c^2\varkappa^2)}.$$

Потоки энергии отраженной и преломленной волн, рассчитанные по формуле (II), равны

$$\bar{S}_1 = \frac{\omega_1\gamma_1}{8\pi\varkappa^2}|E_1|^2; \qquad \bar{S}_2 = \frac{\varepsilon^2\omega_2\gamma_2}{8\pi\varkappa^2}|E_2|^2. \tag{22}$$

Групповую скорость и плотность энергии преломленной волны определяем из (I6a) и (I7a):

$$V_{гр} = c\cdot\frac{(1-\beta^2)v\omega_p^2\varkappa^2 + \varepsilon^2\gamma_2\phi^3}{(1-\beta^2)c\omega_p^2\varkappa^2 + \varepsilon^2\frac{\omega_2}{c}\phi^3}; \tag{23}$$

$$\bar{W} = \frac{\varepsilon^2\omega_2\gamma_2}{8\pi c\varkappa^2}\cdot\frac{(1-\beta^2)c\omega_p^2\varkappa^2 + \varepsilon^2\frac{\omega_2}{c}\phi^3}{(1-\beta^2)v\omega_p^2\varkappa^2 + \varepsilon^2\gamma_2\phi^3}|E_2|^2. \tag{24}$$

Из формул (22), (23), (24) следует, что для волны, преломленной в движущуюся плазму, выполняется соотношение

$$\bar{S} = \bar{W} \cdot V_{гр} .$$

Нетрудно заметить, что в случае падения на границу раздела Н-волны, последняя без отражения проникает в плазму и распространяется в ней как в вакууме. Действительно, из формулы (21) следует, что $H_1 = 0$, $H_2 = H_0$, а частота ω_2 равняется частоте падающей волны ω_0 .

ЛИТЕРАТУРА

I. Э.Д.Газазян, Э.М.Лазиев, А.Д.Тер-Погосян, Изв.вузов-Радиофизика, 21, 10, I5I7, I978.

2. Э.Д.Газазян, Э.М.Лазиев, А.Д.Тер-Погосян. Изв.вузов -Радиофизика, 22, 5, I979.

3. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, ГИТТЛ, Москва, I957.

4. К.Меллер. Теория относительности. Атомиздат, Москва, I975.

5. Э.А.Беглоян, Э.Д.Газазян, Э.М.Лазиев. Радиотехника и электроника: 2I , I, I64 , I976.

6. С.Н.Столяров. Изв.вузов-Радиофизика, 5, 4, 67I, I962.

Рукопись поступила I5-го мая I979 г.

Редактор Л.П.Мукаян

Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 2II ВФ-05945 Тираж 299

Препринт ЕФИ Формат издания 60х84/I6

Подписано к печати I6/УП-79г. I,5 уч.изд.л. Ц. I0 к

Издано Отделом научно-технической информации

Ереванского физического института, Ереван-36,пер.Маркаряна 2