ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУ

ЕФИ-388(46)-79

Р.В.ТЕВИКЯН

ЛОРЕНЦ ИНВАРИАНТНОСТЬ И СВОЙСТВА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

ԵՐԵՎԱՆ 1980 ЕРЕВАН

ЕФИ-388(46)-79

R.V.TEVIKIAN

LORENTZ-INVARIANCE AND ELEMENTARY PARTICLE PROPERTIES

The properties of elementary particles are investigated at fulfilment of two principal conditions: existence of the invariant Lagrange function and a complete description of the limit $E \to \infty$. It is proved that a cosmological term should be introduced in Einstein equations. It is shown that neutrino-type particles with helicities -1, +1, -2, +2 in the Minkowsky space are confined, they do not exist in a free state. In spaces with metrices (++++) and (++--) the confinement is absent.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1980

ЕФИ-388(46)-79

УДК.53.001.1

Р.В.ТЕВИКЯН

ЛОРЕНЦ ИНВАРИАНТНОСТЬ И СВОЙСТВА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Исследуются свойства элементарных частиц при выполнении двух основных условий: существование инвариантной функции Лагранжа и полное описание предела $E \to \infty$. Доказано, что в уравнения Эйнштейна необходимо ввести космологический член. Показано, что частицы типа нейтрино, но со спиральностями - 1, + 1, -2, +2 в пространстве Минковского заперты, не существуют в свободном состоянии. В пространствах с метриками (++++) и (++--) запирание отсутствует.

Ереванский физический институт

Ереван 1980.

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-388(46)-79

Р.В.ТЕВИКЯН

ЛОРЕНЦ ИНВАРИАНТНОСТЬ И СВОЙСТВА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Ереван 1980

I. Введение

Для полного описания поля частиц со спином $s=0$ в теорию необходимо ввести физическое состояние без частиц, так называемое λ -состояние [I] , которое соответствует представлению (0,0) и относится к классу $P_\mu=0$ представлений группы Лоренца. Доказано, что в теорию Эйнштейна необходимо ввести космологический член, пропорциональный квадрату напряженности λ -состояния. Лагранжиан, описывающий поле $s=I$ полностью, должен содержать 4 параметра, так как при $E \to \infty$ имеем 4 предела - поля со спиральностями $\pm I$, 0, +I и -I. Откуда следует, что частицы +I и -I в пространстве Минковского заперты. Вполне аналогично для $s=2$ заперты состояния +2 и -2.

2. Группа Лоренца и её представления

Как было показано в работе Вигнера [2] , представления группы Лоренца подразделяются на четыре класса

$$m^2 > 0\,, \quad m=0\,, \quad P_\mu = 0\,, \quad m^2 < 0 \qquad (I)$$

Это означает, что физическая материя может существовать в четырех формах. Конечномерные представления определяются парой чисел

$$(A, B), \tag{2}$$

где $A, B = 0, 1/2, 1, \ldots$.

Физическое поле, напряженность которого соответствует представлению (A, B), есть поле частиц со спиральностью [3] $j = B - A$. Если указанные частицы находятся в виртуальном состоянии, тогда они обладают спином $s = A + B$. Эти выражения справедливы при условии $A + B \neq 0$. Данное ограничение связано с тем, что поле со скалярной напряженностью соответствует представлению $(0,0)$ и относится к классу $P_\Gamma = 0$, и следовательно, это есть поле без частиц, которое мы будем называть λ -состоянием [I], и говорить о спиральности и спине такого состояния не имеет смысла.

Таким образом имеем:

$$\begin{aligned} j &= B - A, \\ s &= A + B, \end{aligned} \tag{3}$$

где $A + B \neq 0$

Соотношения (3) определяют физический смысл постоянных A и B в (2).

Поле частиц со спином $s = 0$ и $m^2 > 0$ соответствует приводимому представлению $(1/2, 1/2) \oplus (0,0)$, и при $E \to \infty$ распадается на два независимых поля $(1/2, 1/2)$ и $(0,0)$, то есть имеет два предела: поле с $j = 0$ и λ - состояние.

Уравнение Клейна-Гордона описывает частицу $s = 0$ неполностью, так как в пределе $E \to \infty$ не описывает λ - состояние.

Лагранжиан может описать частицу $\mathfrak{s}=0$ полностью только в том случае, если он описывает два предела при $E\to\infty$, и следовательно, содержит два произвольных параметра.

Этим условиям удовлетворяет лагранжиан

$$\mathcal{L}_0=\varphi^{\mu}\partial_{\mu}\varphi-\frac{1}{2}m_1\varphi^{\mu}\varphi_{\mu}-\frac{1}{2}m_2\varphi^2, \qquad (4)$$

где $m^2=m_1m_2$.

При $m_2=0$, лагранжиан (4) описывает поле со спиральностью $m_1=0$, а при $m=0$ описывает λ - состояние.

Таким образом, для полного описания предела $E\to\infty$ необходимо ввести λ - состояние.

Следовательно мы приходим к выводу:

Теоремы. Совокупность физических состояний, соответствующих представлениям $m^2>0$ и $m=0$, будет замкнута при $E\to\infty$ только в том случае, если ее дополнить λ - состоянием, соответствующим представлению (0,0) класса $P_{\mu}=0$.

Если лоренц-инвариантность выполняется глобально, как в пространстве Минковского, тогда напряженность λ - состояния войдет несущественным образом. Но картина резко меняется, если в теории лоренц-инвариантность выполняется локально, как в пространстве Римана, в этом случае теория существенно зависит от напряженности λ - состояния.

3. Космологический член эйнштейновской теории

В общей теории относительности действие для системы полей, согласно доказанной теореме, следует записать в виде:

$$S=S_g+S_{\lambda}+S_m, \qquad (5)$$

где S_g - действие для гравитационного поля, S_{λ} - действие для λ - состояния, S_m - действие для остальных полей $m^2>0$, $m=0$.

Обычное действие Гильберта-Эйнштейна не содержит λ -состояния и, следовательно, не замкнута относительно предельного перехода $E \to \infty$.

Подставляя выражения для действий в (5) получим:

$$S = -\frac{1}{2\varkappa}\int R\sqrt{-g}\,d^4x + \int\left(\varphi^\mu \partial_\mu \varphi - \frac{1}{2} m_2 \varphi^2\right)\sqrt{-g}\,d^4x + \int \mathcal{L}_m \sqrt{-g}\,d^4x, \quad (6).$$

где R - скалярная кривизна.

Из (6) следует

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R - \frac{1}{2}\varkappa m_2 g_{\mu\nu} \varphi^2 = \varkappa \cdot T_{\mu\nu}, \qquad (7)$$
$$\partial_\mu \varphi = 0$$

где φ - напряженность λ - состояния.

Таким образом, получили уравнения Эйнштейна с космологическим членом.

Уравнения Эйнштейна с космологическим членом следует рассмотреть как уравнения, описывающие в пространстве Римана три формы материи $\{m^2 > 0,\ m = 0,\ P_\mu = 0\}$.

Аналогично, уравнения Максвелла, это простейшие уравнения, описывающие в пространстве Минковского две формы материи $\{m^2 > 0,\ m = 0\}$.

Уравнения Ньютона описывают одну форму материи $\{m^2 > 0\}$, в пространстве Евклида.

4. Поле частиц $s = 1/2$

Поле частиц со спином $s = 1/2$ соответствует приводимому представлению $(1/2, 0) \oplus (0, 1/2)$, и при $E \to \infty$ имеет три предела [4], поля со спиральностями $\pm 1/2; +1/2; -1/2$ эти пределы соответствуют представлениям $\left\{(I/2,0) \oplus (0,I/2);\ (I/2,0),\ (0,I/2)\right\}$ и, следовательно, для полного описания частиц $s = I/$ необходимо ввести три параметра.

Уравнение Дирака описывает, при $E \to \infty$, только один предел $j = \pm \frac{1}{2}$.

Поле $s = 1/2$ можно описать полностью с помощью лагранжиана:

$$\mathcal{L}_{1/2} = \frac{1}{2} i \left(\bar{\psi} \Gamma^{\mu} \partial_{\mu} \psi - \partial_{\mu} \bar{\psi} \Gamma^{\mu} \psi \right) - m_1 \bar{\psi} \psi \tag{8}$$

где $\Gamma^{\mu} = \gamma^{\mu} \left(a_1 \eta_L + a_2 \eta_R \right)$,

$$\eta_L = \frac{1+}{2} \quad , \qquad \eta_R = \frac{1 - \gamma_5}{2} \quad , \qquad \gamma_5^2 = 1$$

Лагранжиан (8) содержит три параметра a_1, a_2, m_1 и описывает поле $s = I/2$ полностью.

Квадрат массы частицы $s = I/2$ равен $m^2 = \frac{m_1^2}{a_1 a_2}$

При $m_1 = 0$, $a_1 \neq 0$, $a_2 \neq 0$ лагранжиан описывает поле со спиральностью $j = \pm 1/2$.

При $m_1 = 0$, $a_1 = 0$, $a_2 \neq 0$ лагранжиан описывает поле антинейтрино $j = + I/2$.

При $m_1 = 0$, $a_1 \neq 0$, $a_2 = 0$ описывает поле нейтрино $j = -I/2$.

5. Поле частиц со спином $s = I$

Поле частиц со спином $s = I$ описывается при[illegible] ставлением $(I,0) \oplus (0,I) \oplus (I/2,I/2)$ и при [illegible] ет четыре предела: поля со спиральностями $\pm$ I, [illegible] вующие представлениям $\left\{(1,0) \oplus (0,1),\ (1/2,1/2),\ (0,1),(1,0)\right\}$ Для полного описания поля частиц со спином s = I необходимы четыре параметра. Обычные уравнения содержат только один параметр и описывают поле не полностью.

Лагранжиан, описывающий частицу s =I полностью, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 = &-\frac{1}{4}\left[a_1\left(F^{\mu\nu} - i\tilde{F}^{\mu\nu}\right) + a_2\left(F^{\mu\nu} + i\tilde{F}^{\mu\nu}\right)\right]\left(\partial_\mu \overset{*}{A}_\nu - \partial_\nu \overset{*}{A}_\mu\right) \\ &-\frac{1}{4}\left[a_1\left(\overset{*}{F}{}^{\mu\nu} + i\overset{*}{\tilde{F}}{}^{\mu\nu}\right) + a_2\left(\overset{*}{F}{}^{\mu\nu} - i\overset{*}{\tilde{F}}{}^{\mu\nu}\right)\right]\left(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu\right) \\ &+\frac{1}{2} m_1 \overset{*}{\tilde{F}}_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + m_2 \overset{*}{A}_\mu A^\mu , \end{aligned} \tag{9}$$

где тильда означает дуальное сопряжение.
Лагранжиан содержит 4 параметра a_1, a_2, m_1, m_2, с помощью каких-либо преобразований исключить какой-нибудь параметр невозможно, так как они принимают и нулевые значения.

Если все параметры отличны от нуля, тогда лагранжиан (9) описывает частицу со спином s = I и с массой $m^2 = \dfrac{m_1 m_2}{a_1 a_2}$.
Если $m_2 = 0$, тогда лагранжиан описывает поле со спиральностью $j = \pm 1$, а при $m_1 = 0$ описывает поле со спиральностью $j = 0$. Лагранжиан (9) при $m_2 = 0$, $a_2 = 0$ описывает поле со спиральностью $j = -1$, а при $m_2 = 0$, $a_2 = 0$ описывает поле с $j = +1$.
Рассмотрим эти пределы более подробно.
Подставляя в лагранжиан (9) значения $m_2 = 0$, $a_2 = 0$ мы получим, уравнение поля

$$\partial^\nu\left(F_{\mu\nu} - i\tilde{F}_{\mu\nu}\right) = 0, \tag{10}$$

а также дополнительное условие

$$F_{\mu\nu} - i\tilde{F}_{\mu\nu} = 0 . \qquad (11)$$

Полученные результаты означают, что в пространстве Минковского (+ ---) частицы со спиральностью $j = -1$, соответствующие представлению (1,0), в свободном состоянии не существуют, то есть заперты. Вполне аналогичные результаты мы получим для частиц со спиральностью $j = +1$, соответствующие представлению (0,1).

Теперь мы рассмотрим поведение указанных частиц в 4-мерном пространстве с метрикой (++++) или с (++--).

В этих случаях лагранжиан имеет вид

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_1^{\text{эб.}} = &-\frac{1}{2}\left[a_1(F^{\mu\nu}-\tilde{F}^{\mu\nu})+a_2(F^{\mu\nu}+\tilde{F}^{\mu\nu})\right](\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu)\\ &+\frac{1}{2}m_1 F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}+m_2 A_\mu A^\mu\end{aligned} \qquad (12)$$

В пределе $m_2 = 0$, $a_2 = 0$ получим уравнения

$$\begin{aligned}&\partial^\nu(F_{\mu\nu}-\tilde{F}_{\mu\nu}) = 0\\ &F_{\mu\nu}+\tilde{F}_{\mu\nu} = 0\end{aligned} \qquad (13)$$

Следовательно, в пространствах с метрикой (++++) или (++--) отсутствует запирание частиц со спиральностями $j = +1$ и $j = -1$.

На основе лагранжиана (12) введем поле Янга-Миллса и перейдем к пределу $m_2 = 0$, $a_1 = 0$, ($m_2 = 0$, $a_2 = 0$), введем также взаимодействие с внешним током I_μ. В результате получим лагранжиан, описывающий взаимодействия частиц со спиральностями $j = +1$ ($j = -1$.),

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}t_r(F^{\mu\nu}\pm\tilde{F}^{\mu\nu})(\partial_\mu A_\nu+\partial_\nu A_\mu+[A_\mu,A_\nu]-\frac{1}{2g^2}t_r F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}-t_r I_\mu A^\mu \qquad (14)$$

Из лагранжиана (I4) следуют уравнения поля

$$F_{\mu\nu} \mp \widetilde{F}_{\mu\nu} = 0 , \qquad (I5)$$

$$D^{\nu}(F_{\mu\nu} \pm \widetilde{F}_{\mu\nu}) = I_{\mu} .$$

Мы получили уравнения для инстантона во внешнем поле. Следовательно, инстантоны [5] необходимо рассмотреть как "частицы" со спиральностями $j = -1$ ($j = +1$) в пространстве с метрикой (++++) или (++−−).

В теории инстантона необходимо основываться на функции Лагранжа (I4), а не на лагранжиане Янга-Миллса, как это делается во всех работах по инстантону. На основе лагранжиана (I4) можно ввести топологический заряд, связанный с дуальным полем T_d, а также топологический заряд, связанный с внешним током T_I. Каждый из этих зарядов не сохраняется, но суммарный топологический заряд

$$T = T_d + T_I \qquad (I6)$$

сохраняется.

6. Поле частиц со спином $s = 2$.

Поле частиц со спином $s = 2$ и, предел $j = \pm 2$ при $E \to \infty$ можно описать лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(h_{\mu\nu}\partial_{\nu}{}^{\mu}H^{\lambda\nu} - {}^{\mu}H^{\lambda\nu}\partial_{\lambda}h_{\mu\nu}\right) \qquad (I7)$$

$$+ \frac{1}{4}\left({}_{\mu}H_{\nu\lambda}{}^{\mu}H^{\nu\lambda} - H_{\lambda}H^{\lambda}\right) - \frac{1}{2}m^2\left(h_{\mu\nu}h^{\mu\nu} - h^2\right),$$

где

$${}_{\mu}H_{\nu\lambda} = -{}_{\mu}H_{\lambda\nu} , \quad h_{\mu\nu} = h_{\nu\mu} ,$$

$${}^{\mu}H_{\mu\lambda} = H_{\lambda} , \quad h_{\mu}^{\mu} = h ,$$

при $m = 0$ лагранжиан описывает поле со спиральностью $j = \pm 2$ Этот лагранжиан описывает частицы $s = 2$ не полностью. На основе (I7), мы можем написать более общее выражение для лагранжиана, которое описывает поле частиц $s = 2$ более полно. Такой лагранжиан имеет следующий вид

$$\mathcal{L}_2 = -\frac{1}{2}\left[a_1\left({}_\mu\overset{*}{H}_{\lambda\nu} + i\,{}_\mu\overset{*}{H}_{\tilde{\lambda}\tilde{\nu}}\right) + a_2\left({}_\mu\overset{*}{H}_{\lambda\nu} - i\,{}_\mu\overset{*}{H}_{\tilde{\lambda}\tilde{\nu}}\right)\right]\partial^\lambda h^{\mu\nu}$$

$$-\frac{1}{2}\left[a_1\left({}_\mu H_{\lambda\nu} - i\,{}_\mu H_{\tilde{\lambda}\tilde{\nu}}\right) + a_2\left({}_\mu H_{\lambda\nu} + i\,{}_\mu H_{\tilde{\lambda}\tilde{\nu}}\right)\right]\partial^\lambda \overset{*}{h}{}^{\mu\nu} \tag{I8}$$

$$+\frac{1}{2}m_1\left({}_\mu\overset{*}{H}_{\lambda\nu}\,{}^\mu H^{\lambda\nu} - \overset{*}{H}_\lambda H^\lambda\right) - m_2\left(\overset{*}{h}_{\mu\nu} h^{\mu\nu} - \overset{*}{h} h\right).$$

Этот лагранжиан содержит четыре параметра a_1, a_2, m_1, m_2 и описывает четыре предела при $E \to \infty$. При $m_2 = 0$ лагранжиан (I8) описывает поле со спиральностью $j = \pm 2$, а при $m_1 = 0$ описывает поле $j = 0$. При $m_2 = 0$, $a_2 = 0$ лагранжиан (I8) описывает поле со спиральностью $j = -2$, а при $m_2 = 0$, $a_1 = 0$ поле $j = +2$. Если все параметры отличны от нуля, тогда лагранжиан описывает частицу $s = 2$ с массой $m^2 = \frac{m_1 m_2}{a_1 a_2}$. Данный лагранжиан описывает $s = 2$ также неполностью, не описывает пределы $\pm$ I, + I, - I при $E \to \infty$.

Рассмотрим более подробно поле со спиральностью $j = -2$. В лагранжиане (I8) положим $m_2 = 0$, $a_2 = 0$. Вводя обозначения ${}_\mu H^{\pm}_{\lambda\nu} = \frac{1}{2}\left({}_\mu H_{\lambda\nu} \pm i\,{}_\mu H_{\tilde{\lambda}\tilde{\nu}}\right)$,
Из лагранжиана (I8) получим:

$$\partial^\lambda\left({}_\mu H^-_{\lambda\nu} + {}_\nu H^-_{\lambda\mu}\right) = 0,$$
$$\tag{I9}$$
$${}_\mu H^-_{\lambda\nu} = 0.$$

Первое уравнение (I9), это есть уравнение поля $j=-2$, а второе уравнение (I9) означает, что указанная частица заперта. Вполне аналогичным свойством обладает частица $j=+2$.

Таким образом, в пространстве Минковского, с метрикой (+−−−), частицы со спиральностью $j=-2$ или $j=+2$, соответствующие представлениям (2,0) и (0,2) соответственно, заперты, то есть не существуют в свободном состоянии.

В пространствах с метриками (++++) и (++−−) лагранжиан, аналогичный (I8), имеет следующий вид:

$$\mathcal{L} = -\left[a_1\left({}_\mu H_{\lambda\nu} - {}_\mu H_{\tilde{\lambda}\tilde{\nu}}\right) + a_2\left({}_\mu H_{\lambda\nu} + {}_\mu H_{\tilde{\lambda}\tilde{\nu}}\right)\right]\partial^\lambda h^{\mu\nu} \tag{20}$$
$$+\frac{1}{2}m_1\left({}_\mu H_{\lambda\nu}\,{}^\mu H^{\lambda\nu} - H_\lambda H^\lambda\right) - m_2\left(h_{\mu\nu}h^{\mu\nu} - h^2\right).$$

Из лагранжиана (20) следует, что частицы со спиральностями $j=-2$ и $j=+2$, в пространствах с метриками (++++) или (++−−), не заперты, то есть существуют в свободном состоянии.

Поле частиц со спином $s=2$ и предел $j=\pm 2$ при $E\to\infty$ можно также описать функцией Лагранжа

$$\mathcal{L} = -\left(h^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}h\right)\left(2\partial_\lambda{}^\lambda\Gamma_{\mu\nu} - \partial_\mu\Gamma_\nu - \partial_\nu\Gamma_\mu\right) \tag{21}$$
$$+ 2\left(\Gamma_\nu{}^\nu\Gamma - {}^\nu\Gamma_{\mu\nu}{}^\nu\Gamma_\lambda{}^\mu\right) - \frac{1}{2}m^2\left(h_{\mu\nu}h^{\mu\nu} - h^2\right),$$

где

$${}^\lambda\Gamma_{\mu\nu} = {}^\lambda\Gamma_{\nu\mu}, \quad {}^\lambda\Gamma = {}^\lambda\Gamma^\mu{}_\mu, \quad \Gamma^\lambda = {}_\mu\Gamma^{\lambda\mu},$$

$$h_{\mu\nu} = h_{\nu\mu}, \quad h = h_\mu{}^\mu.$$

Очевидное обобщение этого лагранжиана будет

$$\mathcal{L} = -\left(\overset{*}{h}{}^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \overset{*}{h}\right)\left(2\partial_\lambda {}^\lambda\Gamma_{\mu\nu} - \partial_\mu \Gamma_\nu - \partial_\nu \Gamma_\mu\right)$$

$$-\left(h^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} h\right)\left(2\partial_\lambda {}^\lambda\overset{*}{\Gamma}_{\mu\nu} - \partial_\mu \overset{*}{\Gamma}_\nu - \partial_\nu \overset{*}{\Gamma}_\mu\right) \tag{22}$$

$$+2m_1\left(\overset{*}{\Gamma}_\nu {}^\nu\Gamma + \Gamma_\nu {}^\nu\overset{*}{\Gamma} - 2\,{}^\nu\overset{*}{\Gamma}_{\mu\nu}\,{}^\nu\Gamma_\lambda{}^\mu\right) - m_2\left(\overset{*}{h}_{\mu\nu} h^{\mu\nu} - \overset{*}{h} h\right).$$

Этот лагранжиан при $m_2 = 0$ описывает поле со спиральностью $j = \pm 2$, а при $m_1 = 0$ описывает поле $j = 0$.

Лагранжиан (22) обобщим так, чтобы он описывал так же пределы $j = +2$ и $j = -2$. Симметричная функция ${}_\lambda\Gamma_{\mu\nu} = {}_\lambda\Gamma_{\nu\mu}$ преобразуется по приводимому представлению

$$(3/2, 3/2) \oplus (3/2, 1/2) \oplus (1/2, 3/2) \oplus (1/2, 1/2) \oplus (1/2, 1/2).$$

Соответствующее разложение имеет вид:

$${}_\lambda\Gamma_{\mu\nu} = \frac{1}{3}\left[{}_\lambda\Gamma_{\mu\nu} + {}_\mu\Gamma_{\nu\lambda} + {}_\nu\Gamma_{\lambda\mu} - \frac{1}{3}\left(g_{\mu\nu}\Gamma_\lambda + g_{\mu\nu}\Gamma_\nu + g_{\lambda\nu}\Gamma_\mu\right) - \frac{1}{6}\left(g_{\mu\nu\lambda}\Gamma + g_{\mu\lambda\nu}\Gamma + g_{\lambda\nu\mu}\Gamma\right)\right]$$

$$+\frac{1}{3}\left[{}_\lambda\Gamma_{\mu\nu} - {}_\mu\Gamma_{\lambda\nu} + \frac{1}{3} g_{\mu\nu}\left(\Gamma_\lambda - {}_\lambda\Gamma\right) - \frac{1}{3} g_{\lambda\nu}\left(\Gamma_\mu - {}_\mu\Gamma\right)\right]$$

$$+\frac{1}{3}\left[{}_\lambda\Gamma_{\nu\mu} - {}_\nu\Gamma_{\lambda\mu} + \frac{1}{3} g_{\nu\mu}\left(\Gamma_\lambda - {}_\lambda\Gamma\right) - \frac{1}{3} g_{\lambda\mu}\left(\Gamma_\nu - {}_\nu\Gamma\right)\right. \tag{23}$$

$$+\frac{1}{9}\left(2\Gamma_\mu g_{\lambda\nu} + 2\Gamma_\nu g_{\lambda\mu} - \Gamma_\lambda g_{\mu\nu}\right) - \frac{1}{18}\left({}_\mu\Gamma g_{\lambda\nu} + {}_\nu\Gamma g_{\lambda\mu} - 5\,{}_\lambda\Gamma g_{\mu\nu}\right).$$

Обозначим

$${}_\nu H_{\lambda\mu} = \frac{1}{3}\left[{}_\lambda\Gamma_{\mu\nu} - {}_\mu\Gamma_{\lambda\nu} + \frac{1}{3} g_{\mu\nu}\left(\Gamma_\lambda - {}_\lambda\Gamma\right) - \frac{1}{3} g_{\lambda\nu}\left(\Gamma_\mu - {}_\mu\Gamma\right)\right],$$

где

$$_\nu H_{\lambda\mu} = - {}_\nu H_{\mu\lambda} ,$$

$$_\nu H_{\lambda\mu} = {}_\nu H^+_{\lambda\mu} + {}_\nu H^-_{\lambda\mu} ,$$

где

$$_\nu H^\pm_{\lambda\mu} = \frac{1}{2}\left({}_\nu H_{\lambda\mu} \pm i\, {}_\nu H_{\tilde{\lambda\mu}}\right) .$$

Функции $_\nu H^+_{\lambda\mu}$ и $_\nu H^-_{\lambda\mu}$ преобразуются соответственно по представлениям (I/2, 3/2) и (3/2,I/2).

Разложение (23) представим в виде

$$_\lambda\Gamma_{\mu\nu} = \frac{1}{3}\left[{}_\lambda\Gamma_{\mu\nu} + {}_\mu\Gamma_{\nu\lambda} + {}_\nu\Gamma_{\lambda\mu} - \frac{2}{3} g_{\mu\nu}(\Gamma_\lambda - {}_\lambda\Gamma) + \frac{1}{3} g_{\lambda\nu}(\Gamma_\mu - {}_\mu\Gamma) + \frac{1}{3} g_{\lambda\mu}(\Gamma_\nu - {}_\nu\Gamma)\right]$$

$$+ {}_\nu H^+_{\lambda\mu} + {}_\mu H^+_{\lambda\nu} + {}_\nu H^-_{\lambda\mu} + {}_\mu H^-_{\lambda\nu}$$

В лагранжиане (22) произведем замену

$$_\lambda\Gamma_{\mu\nu} \to \frac{a_3}{3}\left[{}_\lambda\Gamma_{\mu\nu} + {}_\mu\Gamma_{\nu\lambda} + {}_\nu\Gamma_{\lambda\mu} - \frac{2}{3} g_{\mu\nu}(\Gamma_\lambda - {}_\lambda\Gamma) + \frac{1}{3} g_{\lambda\nu}(\Gamma_\mu - {}_\mu\Gamma) + \frac{1}{3} g_{\lambda\mu}(\Gamma_\nu - {}_\nu\Gamma)\right]$$

$$+ a_1\, {}_\nu H^+_{\lambda\mu} + a_1\, {}_\mu H^+_{\lambda\nu} + a_2\, {}_\nu H^-_{\lambda\mu} + a_2\, {}_\mu H^-_{\lambda\nu} . \tag{24}$$

Подставляя значения $_\nu H^\pm_{\lambda\mu}$, выражение (24) примет вид :

$$_\lambda\Gamma_{\mu\nu} \to \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}\, {}_\lambda\Gamma_{\mu\nu} - \frac{a_1 + a_2 - 2a_3}{6}\left({}_\mu\Gamma_{\lambda\nu} + {}_\nu\Gamma_{\lambda\mu}\right) + \frac{a_1 + a_2 - 2a_3}{9} g_{\mu\nu}(\Gamma_\lambda - {}_\lambda\Gamma)$$

$$- \frac{a_1 + a_2 - 2a_3}{18}\left[g_{\lambda\nu}(\Gamma_\mu - {}_\mu\Gamma) + g_{\lambda\mu}(\Gamma_\nu - {}_\nu\Gamma)\right] \tag{25}$$

$$+ i\,\frac{a_1 - a_2}{6}\left(\varepsilon_{\lambda\mu\alpha\beta}\, {}^\alpha\Gamma_\nu{}^\beta + \varepsilon_{\lambda\nu\alpha\beta}\, {}^\alpha\Gamma_\mu{}^\beta\right) .$$

Если в лагранжиане (22) произвести замену (25), тогда при $a_i \neq 0$ полученный лагранжиан будет полностью эквивалентен (22), так как члены пропорциональные a_i, а согласно (24), зарьируются независимо. Но, если в лагранжиане (22) произвести замену (25) и рассматривать a_i как произвольные константы, которые принимают и нулевые значения, тогда полученный лагранжиан не будет эквивалентен (22). Произведем в (22) замены (25) и $m_1 \to \frac{m_1}{a_1 a_2}$, получим

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} = &-\left(\overset{*}{h}{}^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \overset{*}{h}\right)\Big[\frac{2}{3}(a_1+a_2+a_3)\partial^\lambda{}_\lambda\Gamma_{\mu\nu} - \frac{1}{3}(a_1+a_2-2a_3)\left(\partial^\lambda{}_\mu\Gamma_{\lambda\nu} + \partial^\lambda{}_\nu\Gamma_{\lambda\mu}\right) \\
&+\frac{2}{9}(a_1+a_2-2a_3) g_{\mu\nu}\left(\partial^\lambda\Gamma_\lambda - \partial^\lambda{}_\lambda\Gamma\right) + \frac{1}{9}(a_1+a_2-2a_3)\left(\partial_{\mu\nu}\Gamma + \partial_{\nu\mu}\Gamma\right) \\
&-\frac{1}{9}(a_1+a_2+7a_3)\left(\partial_\mu\Gamma_\nu + \partial_\nu\Gamma_\mu\right) + \frac{i}{3}(a_1-a_2)\left(\varepsilon_{\lambda\mu\alpha\beta}\partial^{\lambda\alpha}\Gamma_\nu{}^\beta + \varepsilon_{\lambda\nu\alpha\beta}\partial^{\lambda\alpha}\Gamma_\mu{}^\beta\right)\Big] \\
&-\left(h^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} h\right)\Big[\frac{2}{3}(a_1+a_2+a_3)\partial^\lambda{}_\lambda\overset{*}{\Gamma}_{\mu\nu} - \frac{1}{3}(a_1+a_2-2a_3)\left(\partial^\lambda{}_\mu\overset{*}{\Gamma}_{\lambda\nu} + \partial^\lambda{}_\nu\overset{*}{\Gamma}_{\lambda\mu}\right) \\
&+\frac{2}{9}(a_1+a_2-2a_3) g_{\mu\nu}\left(\partial^\lambda\overset{*}{\Gamma}_\lambda - \partial^\lambda{}_\lambda\overset{*}{\Gamma}\right) + \frac{1}{9}(a_1+a_2-2a_3)\left(\partial_{\mu\nu}\overset{*}{\Gamma} + \partial_{\nu\mu}\overset{*}{\Gamma}\right) \qquad (26) \\
&-\frac{1}{9}(a_1+a_2+7a_3)\left(\partial_\mu\overset{*}{\Gamma}_\nu + \partial_\nu\overset{*}{\Gamma}_\mu\right) - \frac{i}{3}(a_1-a_2)\left(\varepsilon_{\lambda\mu\alpha\beta}\partial^{\lambda\alpha}\overset{*}{\Gamma}_\nu{}^\beta + \varepsilon_{\lambda\nu\alpha\beta}\partial^{\lambda\alpha}\overset{*}{\Gamma}_\mu{}^\beta\right)\Big] \\
&+2m_1\Big[-\frac{2}{3}\left(1+\frac{2a_3^2}{a_1 a_2}\right){}_\lambda\overset{*}{\Gamma}_{\mu\nu}{}^\nu\Gamma^{\mu\lambda} + \frac{2}{3}\left(1-\frac{a_3^2}{a_1 a_2}\right){}_\lambda\overset{*}{\Gamma}_{\mu\nu}{}^\lambda\Gamma^{\mu\nu} \\
&-\frac{2}{9}\left(1-\frac{a_3^2}{a_1 a_2}\right)\left(\overset{*}{\Gamma}_\mu\Gamma^\mu + {}^\mu\overset{*}{\Gamma}{}_\mu\Gamma\right) + \frac{1}{9}\left(2+7\frac{a_3^2}{a_1 a_2}\right)\left(\overset{*}{\Gamma}_\mu{}^\mu\Gamma + {}_\mu\overset{*}{\Gamma}\Gamma^\mu\right)\Big] \\
&-m_2\left(\overset{*}{h}_{\mu\nu} h^{\mu\nu} - \overset{*}{h} h\right).
\end{aligned}
$$

Если все параметры отличны от нуля, тогда лагранжиан (26) описывает частицу со спином $s = 2$ с квадратом массы $m^2 = \frac{m_1 m_2}{a_1 a_2}$

При $m_2 = 0$ описывает поле со спиральностью $j = \pm 2$, а при $m_1 = 0$ поле $j = 0$.

При $m_2 = 0$, $a_3 = a_2 = 0$ лагранжиан (26) описывает поле со спиральностью $j = -2$, а при $m_2 = 0$, $a_3 = a_1 = 0$ описывает поле $j = +2$.

Из лагранжиана (26), вполне аналогично (18), следует, что в пространстве Минковского (+---) частицы со спиральностью $j = -2$ и $j = +2$ заперты, не существуют в свободном состоянии.

В пространствах с метриками (++++) или (++--), лагранжиан эквивалентный (26), имеет вид

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}^{a b} = & -2\left(h^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} h\right)\Big[\frac{2}{3}(a_1 + a_2 + a_3)\partial^{\lambda}_{\lambda}\Gamma_{\mu\nu} - \frac{1}{3}(a_1 + a_2 - 2a_3)(\partial^{\lambda}_{\mu}\Gamma_{\lambda\nu} + \partial^{\lambda}_{\nu}\Gamma_{\lambda\mu}) \\
& + \frac{2}{3}(a_1 + a_2 - 2a_3) g_{\mu\nu}(\partial^{\lambda}\Gamma_{\lambda} - \partial^{\lambda}{}_{\lambda}\Gamma) + \frac{1}{9}(a_1 + a_2 - 2a_3)(\partial_{\mu\nu}\Gamma + \partial_{\nu\mu}\Gamma) \\
& - \frac{1}{9}(a_1 + a_2 + 7a_3)(\partial_{\mu}\Gamma_{\nu} + \partial_{\nu}\Gamma_{\mu}) + \frac{1}{3}(a_1 - a_2)(\varepsilon_{\lambda\mu\alpha\beta}\partial^{\lambda\alpha}\Gamma_{\nu}{}^{\beta} + \varepsilon_{\lambda\nu\alpha\beta}\partial^{\lambda\alpha}\Gamma_{\mu}{}^{\beta})\Big] \\
& + 2m_1\Big[-\frac{2}{3}\left(1 + \frac{2a_3^2}{a_1 a_2}\right){}_{\lambda}\Gamma_{\mu\nu}{}^{\nu}\Gamma^{\mu\lambda} + \frac{2}{3}\left(1 - \frac{a_3^2}{a_1 a_2}\right){}_{\lambda}\Gamma_{\mu\nu}{}^{\lambda}\Gamma^{\mu\nu} \qquad (27) \\
& - \frac{2}{9}\left(1 - \frac{a_3^2}{a_1 a_2}\right)(\Gamma_{\mu}\Gamma^{\mu} + {}_{\mu}\Gamma^{\mu}\Gamma) + \frac{2}{9}\left(2 + \frac{7a_3^2}{a_1 a_2}\right)\Gamma_{\mu}{}^{\mu}\Gamma\Big] \\
& - m_2\left(h_{\mu\nu}h^{\mu\nu} - h^2\right).
\end{aligned}
$$

Из лагранжиана (27) следует, что в пространствах с метриками (++++) или (++−−) частицы со спиральностями $j = -2$ и $j = +2$, соответствующие представлениям (2,0) и (0,2), не заперты, то есть существуют в свободном состоянии.

Поле частиц со спином $s = 2$, при $E \to$ имеет семь пределов, это поля со спиральностями $\{\pm 2, \pm 1, 0, +2, -2, +1, -1\}$. Волновая функция может описать $s = 2$ полностью только в том случае, если содержит семь независимых параметров. Все эти пределы можно обхватить, если принять, что волновая функция преобразуется по приводимому представлению

$$(2,0) \oplus (0,2) \oplus (3/2, 1/2) \oplus (1/2, 3/2) \oplus (1,1),$$

то есть в спинорных обозначениях группы $SL(2,C)$ должны содержать компоненты:

$$U_{ABCD}\,, \quad v^{\dot{A}\dot{B}\dot{C}\dot{D}}\,, \quad w_{ABC}^{\dot{D}}\,, \quad z_{A}^{\dot{B}\dot{C}\dot{D}}\,, \quad t_{AB}^{\dot{C}\dot{D}}\,. \qquad (28)$$

Комплексно сопряженная волновая функция содержит компоненты

$$\bar{U}_{\dot{A}\dot{B}\dot{C}\dot{D}}\,, \quad \bar{v}^{ABCD}\,, \quad \bar{w}_{\dot{A}\dot{B}\dot{C}}^{D}\,, \quad \bar{z}_{\dot{A}}^{BCD}\,, \quad \bar{t}_{\dot{A}\dot{B}}^{CD}\,. \qquad (29)$$

Самый общий лагранжиан, образованный из (28) и (29), имеет следующий вид

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = {} & a_1\left(\bar{U}_{\dot{A}\dot{B}\dot{C}\dot{D}}\,\partial^{A\dot{A}}\,z_{A}^{\dot{B}\dot{C}\dot{D}} + U_{ABCD}\,\partial^{D\dot{D}}\,\bar{z}_{\dot{D}}^{ABC}\right) \\ & + a_2\left(\bar{v}^{ABCD}\,\partial_{D\dot{D}}\,w_{ABC}^{\dot{D}} + v^{\dot{A}\dot{B}\dot{C}\dot{D}}\,\partial_{A\dot{A}}\,\bar{w}_{\dot{B}\dot{C}\dot{D}}^{A}\right) \\ & + a_3\left(\bar{w}_{\dot{B}\dot{C}\dot{D}}^{A}\,\partial^{B\dot{B}}\,t_{AB}^{\dot{C}\dot{D}} + w_{ABC}^{\dot{D}}\,\partial^{C\dot{C}}\,\bar{t}_{\dot{C}\dot{D}}^{AB}\right)\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+ a_4\left(\bar{z}^{ABC}_{\dot D}\,\partial_{C\dot C}\,t^{\dot C\dot D}_{AB} + z^{\dot B\dot C\dot D}_{A}\,\partial_{B\dot B}\,\bar{t}^{AB}_{\dot C\dot D}\right)\\
&+ m_1\left(\bar{u}_{\dot A\dot B\dot C\dot D}\,v^{\dot A\dot B\dot C\dot D} + u_{ABCD}\,\bar{v}^{ABCD}\right)\\
&+ m_2\left(\bar{w}^{A}_{\dot B\dot C\dot D}\,z^{\dot B\dot C\dot D}_{A} + w^{\dot D}_{ABC}\,\bar{z}^{ABC}_{\dot D}\right)\\
&+ m_3\,\bar{t}^{AB}_{\dot C\dot D}\,t^{\dot C\dot D}_{AB}
\end{aligned}
\qquad (30)
$$

Лагранжиан (30), как и следовало ожидать, содержит семь параметров, что необходимо для полного описания $s = 2$.
В общем случае, когда все параметры отличны от нуля, из лагранжиана (30) не следует положительной определенности энергии и компоненты волновой функции не будут удовлетворять уравнению Клейна-Гордона. Это означает, что не существует инвариантной функции Лагранжа, которая описывает поле частиц $s = 2$ полностью.

7. Уравнения дуальности в общей теории относительности

Рассмотрим теорию гравитации без космологического члена

$$
S = \frac{1}{\varkappa^2}\int \sqrt{-g}\; g^{\mu\nu}\; R_{\mu\nu}\; d^4x\,, \qquad (31)
$$

где $g^{\mu\nu}$ – метрический тензор,

$$
R_{\mu\nu} = \partial_\alpha \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} - \partial_\nu \Gamma^{\alpha}_{\mu\alpha} + \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\,\Gamma^{\beta}_{\alpha\beta} - \Gamma^{\beta}_{\mu\alpha}\,\Gamma^{\alpha}_{\nu\beta}
$$

Введем обозначения [6]

$$\sqrt{-g}\, g^{\mu\nu} = \delta^{\mu\nu} + \varkappa\, h^{\mu\nu}$$
$$\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} = \varkappa\, \Pi^{\alpha}_{\mu\nu}\ , \qquad (32)$$

где $\delta^{\mu\nu}$ – метрический тензор пространства Минковского.
В этом случае, действие (31) примет вид

$$S = \int \mathcal{L}\, d^4x, \qquad (33)$$

где

$$\mathcal{L} = h^{\mu\nu}\left(\partial_\alpha \Pi^{\alpha}_{\mu\nu} - \partial_\nu \Pi^{\alpha}_{\mu\alpha}\right) + \left(\delta^{\mu\nu}\Pi^{\alpha}_{\mu\nu}\, \Pi^{\beta}_{\alpha\beta} - \delta^{\mu\nu}\Pi^{\beta}_{\mu\alpha}\, \Pi^{\alpha}_{\nu\beta}\right)$$
$$+ \varkappa\, h^{\mu\nu}\left(\Pi^{\alpha}_{\mu\nu}\, \Pi^{\beta}_{\alpha\beta} - \Pi^{\beta}_{\mu\alpha}\, \Pi^{\alpha}_{\nu\beta}\right) \qquad (34)$$

Лагранжиан (34) описывает взаимодействие гравитонов в пространстве Минковского.

Чтобы получить лагранжиан взаимодействующей системы частиц со спиральностями $j = -2$ или $j = +2$, в (34) необходимо перейти к метрикам (++++) или (++−−) и ввести дополнительные параметры с помощью замены, аналогично выводу (27),

$$_\alpha\Pi_{\mu\nu} \to a_1\left({}_\nu H^{+}_{\alpha\mu} + {}_\mu H^{+}_{\alpha\nu}\right) + a_2\left({}_\nu H^{-}_{\alpha\mu} + {}_\mu H^{-}_{\alpha\nu}\right)$$
$$+ a_3\frac{1}{3}\Big[{}_\alpha\Pi_{\mu\nu} + {}_\mu\Pi_{\nu\alpha} + {}_\nu\Pi_{\alpha\mu} - \frac{2}{3}\delta_{\mu\nu}\left(\Pi_\alpha - {}_\alpha\Pi\right) \qquad (35)$$
$$+ \frac{1}{3}\delta_{\mu\alpha}\left(\Pi_\nu - {}_\nu\Pi\right) + \frac{1}{3}\delta_{\nu\alpha}\left(\Pi_\mu - {}_\mu\Pi\right)\Big]$$

где $$ {}_{\nu}H^{\pm}_{\alpha\mu} = \frac{1}{6}\left[{}_{\alpha}\Pi_{\mu\nu} - {}_{\mu}\Pi_{\alpha\nu} + \frac{1}{3}\delta_{\mu\nu}(\Pi_{\alpha} - {}_{\alpha}\Pi) - \frac{1}{3}\delta_{\alpha\nu}(\Pi_{\mu} - {}_{\mu}\Pi)\right] $$

$$ \pm\frac{1}{6}\left[\varepsilon_{\alpha\mu\varkappa\sigma}{}^{\varkappa}\Pi^{\sigma}_{\nu} + \frac{1}{3}\varepsilon_{\alpha\mu\varkappa\nu}(\Pi^{\varkappa} - {}^{\varkappa}\Pi)\right]. $$

Если в полученном лагранжиане положить $a_1 = I$, $a_2 = 0$, $a_3 = 0$, мы получим лагранжиан для поля $j = -2$ описываемый функциями ${}_{\nu}H^{+}_{\alpha\mu}$, $h_{\mu\nu}$; а если положить $a_1 = 0$, $a_2 = I$, $a_3 = 0$, то мы получим лагранжиан для поля $j = +2$ описываемый функциями ${}_{\nu}H^{-}_{\alpha\mu}$, $h_{\mu\nu}$.

Окончательно лагранжиан для дуальных полей, в пространствах (++++) или (++−−), имеет следующий вид:

$$ \mathcal{L} = h^{\mu\nu}\partial^{\alpha}\left({}_{\nu}H^{\pm}_{\alpha\mu} + {}_{\mu}H^{\pm}_{\alpha\nu}\right) - \left({}_{\alpha}H^{\pm}_{\beta\mu} + {}_{\mu}H^{\pm}_{\beta\alpha}\right)\left({}^{\beta}H^{\pm\,\alpha\mu} + {}^{\mu}H^{\pm\,\alpha\beta}\right) $$

$$ -\varkappa h^{\mu}_{\nu}\left({}_{\alpha}H^{\pm}_{\beta\mu} + {}_{\mu}H^{\pm}_{\beta\alpha}\right)\left({}^{\beta}H^{\pm\,\alpha\nu} + {}^{\nu}H^{\pm\,\alpha\beta}\right), \qquad (36) $$

где $$ {}_{\nu}H^{\pm}_{\alpha\mu} = -\,{}_{\nu}H^{\pm}_{\mu\alpha}, \qquad {}_{\nu}H^{\pm\,\sim}_{\widetilde{\alpha\mu}} = \pm\,{}_{\nu}H^{\pm}_{\alpha\mu}, $$

$$ \delta^{\alpha\beta}\,{}_{\alpha}H^{\pm}_{\beta\mu} = 0, \qquad {}_{\alpha}H^{\pm}_{\beta\mu} + {}_{\beta}H^{\pm}_{\mu\alpha} + {}_{\mu}H^{\pm}_{\alpha\beta} = 0. $$

Формулировка теории гравитации в плоской метрике и полученный лагранжиан (36) для дуальных полей, справедливы только при отбрасывании космологического члена.

8. Заключение

В настоящей работе рассмотрены свойства частиц, которые следуют из предположений существования инвариантной функции

Лагранжа и требований полного описания предела $E \to \infty$

В пространстве Минковского частицы со спиральностями +I и -I заперты, это означает, что магнитный монополь также не может существовать в свободном состоянии.

Вполне аналогично из отсутствия частиц +2 и -2 в свободном состоянии следует, что тахионы также заперты.

Рассмотренные представления группы Лоренца (A , B) являются однозначными представлениями группы $SL(2, C)$, это фактически означает, что истинное пространство является двухмерным, но комплексным.

Нам кажется вполне разумным предположить, что физическое пространство является одномерным по кватернионам, то есть мы приходим к группе $SL(1, Q)$. Так как кватернионы не коммутируют, следовательно, представления группы $SL(1, Q)$ характеризуются тремя числами (A , B , C), где дополнительная величина C определяет изотопический спин.

ЛИТЕРАТУРА

1. R.V.Tevikian, Nucl.Phys.B64, 397, 1973
2. E.Wigner, Ann.of Math. 40, 149, 1939
3. S.Weinberg, Phys.Rev. 134, B882, 1964
4. R.V.Tevikian, Nucl.Phys. B93, 74, 1975
5. A.A.Belavin, A.M.Polyakov, A.S.Schwartz and Y.S.Tyupkin, Phys.Lett. 59B, 85, 1975
6. Л.Д. Фадеев. Сб. "Физика высоких энергий и теория элементарных частиц", Киев, 766, 1967.

Рукопись поступила 24-го октября 1979 г.

Редактор Л.П.Мукаян

Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 438 ВФ-04I23 Тираж 299

Препринт ЕФИ Формат издания 60 x 84/I6

Подписано к печати 8/II-80г. I,5 уч.изд.л. Ц. I0 к.

Издано Отделом научно-технической информации

Ереванского физического института, Ереван-36, пер.Маркаряна 2