

индекс 3624

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ  
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-429(36)-80

Л.А.ВАРДАНЯН, ЯН ШИ

ПОЛНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И КРАЕВОЙ ЭФФЕКТ  
В СЛУЧАЕ ДВУХ ПОГЛОЩАЮЩИХ ПЛАСТИН С  
УЧЕТОМ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ

ԵՐԵՎԱՆ 1980 ԵՐԵՎԱՆ

L.A.VARDANIAN, C.YANG

TOTAL RADIATION AND THE BOUNDARY EFFECT IN THE  
CASE OF TWO ABSORBING PLATES WITH ACCOUNT OF  
MULTIPLE SCATTERING

The influence of multiple scattering on the radiation formation of the charged particle passing through a stack of two absorbing plates is investigated. The boundary effect is shown to consist of the sum of one plate boundary effect, multiplied by the effective number of plates, and the interference term. A detailed investigation of the interference term behaviour depending on both the vacuum spacing and the relations between the formation zones of transition radiation and bremsstrahlung is carried out. It is found out that the picture of the interference of radiation from both plates substantially depends on the size of the transition radiation zone in vacuum, while in the case where the bremsstrahlung mechanism of the radiation formation dominates, the bremsstrahlung formation zone is significant as well. The calculation plots of the frequency spectrum of the total radiation as well as of the boundary effect are presented.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1980

1. Введение

Вопрос о влиянии многократного рассеяния частицы на образование переходного излучения впервые рассматривался Гарибьяном и Померанчуком [1]. В дальнейшем этой теме было посвящено много работ [2-13]. В частности, в [9-13] было показано, что полное излучение частицы, пролетающей через пластину или стопку пластин, можно разбить на тормозное излучение без учета влияния грани и часть, обусловленную наличием грани, т.е. краевой эффект, или "переходное излучение" с учетом влияния многократного рассеяния. Однако явные формулы для полного излучения и краевого эффекта в случае стопки пластин [11] даны лишь в двух частных, но важных для практики, случаях (большие вакуумные отсеки и относительно толстые пластины). Чтобы более полно выяснить роль интерференции излучений от отдельных пластин (в этой связи см., например, [14] стр. 1304) необходимо, вообще говоря, рассмотреть общую задачу об образовании излучения в стопке с пластинами и вакуумными отсеками произвольных размеров.

В настоящей работе в качестве простейшего примера такой общей задачи рассматривается стопка из двух пластин. Показано, что краевой эффект в этом случае состоит из суммы краевого эффекта для одной пластины [9, 12, 13], умноженного на эффективное число пластин, и члена, описывающего интерференцию между излучениями, испускаемыми из разных пластин. Подробно исследовано поведение этого интерференционного члена в зависимости от вели-

чины вакуумного отсека и соотношений между зонами формирования тормозного и переходного излучений.

Приведены для иллюстрации графики частотного распределения интенсивностей полного излучения, краевого эффекта и, для сравнения, обычного переходного излучения без учета многократного рассеяния для разных значений параметров задачи.

В Приложения, помещенные в конце работы, внесены некоторые детали вычислений; там же приводится программа численного расчета.

## 2. Частотно-угловое распределение интенсивности полного излучения

Пусть ультрарелятивистская частица с зарядом  $e$  (например, электрон) и лоренц-фактором  $\gamma$  пролетает через две одинаковые пластины толщиной  $a$  и диэлектрической проницаемостью  $\epsilon(\omega)$ , расположенные в вакууме параллельно друг другу на расстоянии  $b$ .

При прохождении через пластины частица многократно рассеивается на атомах вещества пластин, что приводит к образованию тормозного излучения; и, кроме того, при пересечении границ пластин частица испускает переходное излучение.

Интенсивность полного излучения, испускаемого из стопки пластин, на далеких расстояниях за пластинами, дается известной общей формулой [15]:

$$W^{tot} = \int \dot{W}^{tot}(\omega, \theta_0) d\theta_0 d\omega = \frac{e^2}{2\pi c^3} \int \omega^2 |\vec{A}|^2 \theta_0 d\theta_0 d\omega, \quad (I)$$

где  $W^{tot}(\omega, \theta_0)$  - частотно-угловое распределение интенсивности излучения,  $\theta_0$  и  $\omega$  - угол и частота излучения,  $c$  - скорость света.

Величина  $\vec{A}$ , входящая в (I), пропорциональна фурье-компоненте векторного потенциала и ее можно представить в виде суммы:

$$\vec{A} = \vec{A}_0 + \vec{A}_1, \quad (2)$$

где слагаемое  $\vec{A}_0$  обусловлено движением частицы в вакууме:

$$\vec{A}_0 = \vec{A}_{00} + \vec{A}_{01} + \vec{A}_{02}, \quad (3)$$

а величина  $\vec{A}_1$  связана с движением частицы в пластинах:

$$\vec{A}_1 = \vec{A}_{11} + \vec{A}_{12}. \quad (4)$$

В области частот, намного превышающих атомные, величины  $\vec{A}_{ij}$  записываются в сравнительно простом виде:

$$\vec{A}_{00} = -\exp\{2ia(\lambda - \lambda_0)\} \frac{2i[\vec{n}\vec{v}_0]}{\omega(\gamma^2 + \theta_0^2)};$$

$$\vec{A}_{01} = \exp\{i(a(\lambda - \lambda_0) + \omega T_a)\} \int_0^a [\vec{n}\vec{v}_1] \exp\{i[\omega t - \vec{k}_0(\vec{r}_1 + \vec{v}_1 t)]\} dt;$$

$$\vec{A}_{02} = \exp\{i\omega(2T_a + T_b)\} \int_0^a [\vec{n}\vec{v}_2] \exp\{i[\omega t - \vec{k}_0(\vec{r}_2 + \vec{v}_2 t)]\} dt; \quad (5)$$

$$\vec{A}_{11} = \exp\{2ia(\lambda - \lambda_0)\} \int_0^{T_a} [\vec{n}\vec{v}'_1] \exp\{i(\omega t' - \vec{k}\vec{r}'_1)\} dt';$$

$$\vec{A}_{12} = \exp\{i[(2a+b)(\lambda - \lambda_0) + \omega(T_a + T_b)]\} \int_0^{T_a} [\vec{n}\vec{v}'_2] \exp\{i(\omega t' - \vec{k}\vec{r}'_2)\} dt'.$$

Здесь  $\vec{z}, \vec{v}$  и  $\vec{z}', \vec{v}'$  - координаты и скорости частицы в моменты времени  $t$  и  $t'$  соответственно (трихованные переменные относятся к движению внутри пластин),  $\vec{v}_0$  - скорость вылета частицы в первую пластину в момент времени  $t = 0$ ;  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  - скорости вылета из первой и второй пластин соответственно (рис.1). Кроме того, в (5) приняты следующие обозначения:

$$\lambda_0 = \frac{\omega}{c} \cos \theta_0; \quad \lambda = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon - \sin^2 \theta_0} = \lambda' + i\lambda''; \quad (6)$$

$$T_a = a/v; \quad T_b = b/v;$$

$$\epsilon(\omega) = \epsilon' + i\epsilon'' = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + i \frac{\mu c}{\omega},$$

а  $\vec{n}$  - единичный вектор вдоль направления вылета фотона;  $\vec{k}_0$  и  $\vec{k}$  - волновые вектора, имеющие продольные составляющие  $\lambda_0$  и  $\lambda$  и одинаковую поперечную составляющую  $(\omega/c) \sin \theta_0$ ;  $\omega_p$  и  $\mu(\omega) = (\omega/c)\epsilon''(\omega)$  - плазменная частота и линейный коэффициент поглощения вещества пластин.

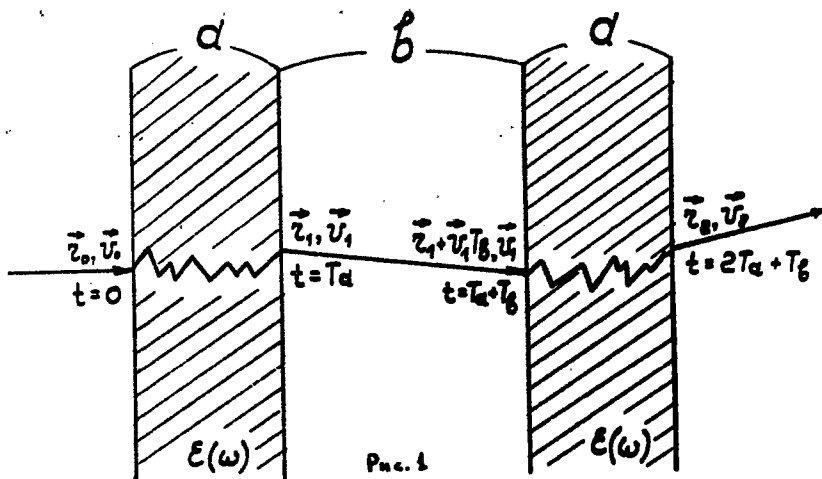


Рис. 1

Заряженная частица в пластинах движется по некоторой траектории, обусловленной многократным рассеянием. При этом будем считать, что абсолютная величина скорости частицы остается неизменной, а изменения направления движения частицы малы. Иными словами, предполагается, что  $|\vec{v}_0| = |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$ . Кроме того, пусть частица влетает в первую пластину перпендикулярно к ней.

Выражение (1) необходимо усреднить по всевозможным траекториям движения частицы. Для среднего значения величины  $|\vec{A}_0|^2$ , входящей в формулу (1), имеем:

$$\langle |\vec{A}_0|^2 \rangle = \langle |\vec{A}_0|^2 \rangle + \langle |\vec{A}_1|^2 \rangle + 2 \operatorname{Re} \langle \vec{A}_0^* \vec{A}_1 \rangle, \quad (7)$$

где

$$\langle |\vec{A}_0|^2 \rangle = |\vec{A}_{00}|^2 + \sum_{i=1}^2 \langle |\vec{A}_{0i}|^2 \rangle + 2 \operatorname{Re} \left( \langle \vec{A}_{02}^* \vec{A}_{01} \rangle + \sum_{i=1}^2 \langle \vec{A}_{0i} \rangle \langle \vec{A}_{00}^* \rangle \right);$$

$$\langle |\vec{A}_1|^2 \rangle = \sum_{i=1}^2 \langle |\vec{A}_{1i}|^2 \rangle + 2 \operatorname{Re} \langle \vec{A}_{12}^* \vec{A}_{11} \rangle; \quad (8)$$

$$2 \operatorname{Re} \langle \vec{A}_0^* \vec{A}_1 \rangle = 2 \operatorname{Re} \sum_{i=1}^2 \left( \vec{A}_{00}^* \langle \vec{A}_{1i} \rangle + \sum_{j=1}^2 \langle \vec{A}_{0i}^* \vec{A}_{1j} \rangle \right). \quad (9)$$

Чтобы получить явный вид средних величин (8)-(10), воспользуемся методикой кинетического уравнения Мигдала [16], развитой Гольдманом [3], и введем соответствующие условные вероятности [9-II]. В полученных таким образом величинах перейдем к фурье-компонентам условных вероятностей, т.е. к функциям  $u$ ,  $u_1$  и  $\tilde{v}_1$ , введенным в [9-II] (см. Приложение I.). Тогда, после интегрирования по промежуточным углам пролета частицы в пласти-

нах и подстановки в (I) для слагаемых, соответствующих величинам  $\langle |\bar{A}_0|^2 \rangle$ ,  $\langle |\bar{A}_1|^2 \rangle$  и  $2\text{Re} \langle \bar{A}_0^* \bar{A}_1 \rangle$ , получим выражения:

$$\langle W^{\text{пол}}(\omega, \theta_0) \rangle = \langle W(\omega, \theta_0) \rangle_0 + \langle W(\omega, \theta_0) \rangle_1 + \langle W(\omega, \theta_0) \rangle_{01} \quad (\text{II})$$

где

$$\begin{aligned} \langle W(\omega, \theta_0) \rangle_0 = & \frac{4e^2}{\pi c} \theta_0 \text{Re} \left\{ \sigma \left[ \frac{Q^2}{2} \frac{s_0}{(s_0 + s_1)^2} + \frac{Q}{2} \int_0^{x_0} dx \int_x^{x_0} \exp(-s_1 y) \cdot \right. \right. \\ & \cdot S(y, x_0; y) dy + \frac{1}{2} \int_0^{\infty} dx \int_x^{\infty} \exp(-s_1 y) \cdot S(y, 2x_0; y) dy - Q^2 e^{-s_2 x_0} \cdot \\ & \cdot \frac{1}{s_0 + s_1} \int_0^{x_0} \exp(-s_1 x) \cdot S(d_0, 0; x) dx - Q^2 e^{-2s_2 x_0 - s_1 x_0} \frac{1}{s_0 + s_1} \int_0^{\infty} \exp(-s_1 x) \cdot \\ & \cdot S\left(\frac{thx_0 + x_0 + d_0}{1 + (x_0 + d_0)thx_0}, 0; x\right) dx - Q e^{-s_2 x_0} \int_0^{x_0} \exp(-s_1 y) dy \cdot \\ & \left. \left. \cdot \int_0^{\infty} \exp(-s_1 x) \cdot S(y + d_0, x_0; x) dx \right\}; \quad (\text{I2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle W(\omega, \theta_0) \rangle_1 = & - \frac{4e^2}{\pi c} \theta_0 Q \text{Re} \left\{ \sigma \left[ (1+Q) \int_0^{x_0} \exp(hx) dx \int_0^{x_0-x} \exp(-s_2 y) \cdot \right. \right. \\ & \cdot S(thy, x; y) dy + e^{-s_1 x_0} \int_0^{x_0} \exp[-(h+s_2)x] dx \int_0^{x_0-x} \exp(-s_2 y) \cdot \\ & \cdot S\left(\frac{thx + x_0 + thy}{1 + (x_0 + thy)thx}, x_0 - x; y\right) dy \left. \right\}; \quad (\text{I3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle W(\omega, \theta_0) \rangle_{01} = & - \frac{4e^2}{\pi c} \theta_0 \text{Re} \left\{ \sigma \left[ Q^2 \frac{1}{s_0 + s_1} \int_0^{x_0} \exp(-s_2 x) \cdot S(thx, 0; x) dx + \right. \right. \\ & \left. \left. + Q \int_0^{x_0} \exp[-(h+s_2)x] dx \int_0^{x_0} \exp(-s_1 y) \cdot S\left(\frac{y+thx}{1+ythx}, x_0-x; y\right) dy + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. \left. + \int_0^{x_0} \exp[-(h+s_2)x] dx \int_0^{\infty} \exp(-s_1 y) S\left(\frac{y+thx}{1+ythx}, 2x_0-x; y\right) dy + Q \int_0^{x_0} \exp(-s_1 y) dy \cdot \right. \right. \\ & \left. \left. \int_0^{x_0} \exp(-s_2 x) S(y+thx, x_0; x) dx + Q^2 e^{-s_2 x_0 - s_1 x_0} \frac{1}{s_0 + s_1} \int_0^{x_0} \exp(-s_1 x) S\left(\frac{thx_0 + x_0 + thx}{1 + (x_0 + thx)thx_0}, 0; x\right) \right. \right. \\ & \left. \left. dx + Q e^{-s_2 x_0 - s_1 x_0} \int_0^{x_0} \exp[-(h+s_2)y] dy \int_0^{\infty} \exp(-s_1 x) S\left(\frac{thy + x_0 + d_0}{1 + (x_0 + d_0)thy}, x_0 - y; x\right) dx \right\} \quad (\text{I4}) \end{aligned}$$

Здесь приняты обозначения:

$$\begin{aligned} s_1 = \sigma \gamma^{-2}; \quad s_2 = \sigma g; \quad h = 2i\sigma \frac{mc}{\omega}; \quad s_0 = \sigma \theta_0^2; \\ x_0 = (1-i)\gamma^{-1} \sqrt{\omega q_0} / c; \quad x_a = x_0 a; \quad x_b = x_0 b. \quad (\text{I5}) \\ \sigma = \frac{1-i}{4} \gamma \sqrt{\frac{\omega}{q_0}}; \quad g = \gamma^{-2} + \frac{\omega^2}{\omega^2} - i \frac{mc}{\omega}; \end{aligned}$$

$Q = \exp(-\mu a)$ ;  $q_0 = (E_s/m_0 c^2)^2 c / 8L$ ;  $d_0 = (x + thx_a) / (1 + thx_a)$ , где  $m_0$  - масса покоя пролетающей частицы,  $L$  - радиационная длина вещества пластин,  $E_s = 21$  МэВ. Кроме того, введена упрощающая запись функции:

$$\begin{aligned} S(d, p; z) = R(d, p; z) \frac{p + s_0/\beta}{\beta} \frac{\partial d}{\partial z}; \quad (\text{I6}) \\ R(d, p; z) = \exp(-s_0 d / \beta), \end{aligned}$$

где  $d = d(z)$ ,  $\beta = \beta(z) = 1 + p d(z)$ , и  $p$  - величина, независящая от  $z$ .

Сложив выражения (I2)-(I4), получим формулу для частотно-углового распределения интенсивности полного излучения, испускаемого из двух поглощающих пластин.

Заметив, далее, что  $S(d, p; z) = -\partial R(d, p; z) / \partial z$ , можем проинтегрировать выражения (I2)-(I4) по частям. В результате форму-

ла для частотно-углового распределения может быть записана в несколько ином виде.

Если в формуле (II) для частотно-углового распределения (или в формулах (I2)-(I4)) устремить ширину вакуумного отсека  $b$  к нулю, то часть слагаемых (связанных с интерференцией между пластинами) обращается в нуль, а сумма остальных членов даст аналогичную формулу для одной поглощающей пластины \*) (см. формулы (I0)-(I2) работы [10]) с удвоенной толщиной, что и следовало ожидать.

Отметим также, что при  $q_0 \rightarrow 0$  (т.е. при "выключении" многократного рассеяния) получится формула для частотно-углового распределения интенсивности обычного переходного излучения без учета многократного рассеяния в случае двух поглощающих пластин -  $W_{1,a}^{nep}(\omega, \theta_0)$  [17] (см. формулу (2.1) Приложения 2).

### 3. Частотное распределение интенсивности излучения

Выражение для частотного распределения интенсивности излучения можно получить, проинтегрировав в формулах (I2)-(I4) для частотно-углового распределения по углу излучения  $\theta_0$  (этот угол входит в величины  $s_0 = \sigma \theta_0^2$  и  $S(\alpha, \rho; z)$ ) от нуля до некоторого максимального значения  $\theta_m^{**}$ . Затем можно устремить  $\theta_m$  (или

\*) Если при этом положить также  $\rho \rightarrow 0$ , то, естественно, получится формула для одной пластины без учета поглощения (формулы (I7)-(20) работы [9]).

\*\*\*) Величина  $\theta_m^2$  определяется условием  $|q| \ll \theta_m^2 \ll 1$  (см. [18]).

$s_m = \sigma \theta_m^2$ ) к бесконечности. Появляющиеся при этом логарифмические расходимости взаимно сокращаются.

Тот же результат можно получить следующим, более простым, способом. В выражениях (I.1)-(I.3) Приложения I можно сразу проинтегрировать по углу излучения  $\theta_0$  (используя, в частности, условие нормировки для функции  $u_1$ ), а затем, подставляя явный вид  $u$ -функций, обычным способом произвести интегрирование по оставшимся углам (последний угол при этом, как и выше, вычисляется в пределах  $0 \div s_m$ ) (см. Приложение 3).

В результате, частотное распределение интенсивности полного излучения, испускаемого из двух пластин, запишется в виде:

$$W_{2,a}^{tot}(\omega) = N_{эфф} W_{1,a}^{tot}(\omega) + Q W^{int}(\omega), \quad (I7)$$

где  $N_{эфф} = 1 + Q$  - эффективное число пластин;  $W_{1,a}^{tot}(\omega)$  - частотный спектр полного излучения для пластины толщиной  $a$  (см. [10], формулы (I5), (I6)), который можно записать в виде:

$$W_{1,a}^{tot}(\omega) = \frac{2e^2}{\pi c} \text{Re} \left\{ \frac{1+Q}{2} \left( \ln \frac{s_1}{s_2} - \frac{s_2}{h} \ln \frac{s_2+h}{s_2} - 1 \right) + Q e^{-\frac{1}{2} z_0} \right. \\ \left. \cdot [P(x_0) - G(s_1 t h x_0)] - s_1 Q e^{-\frac{1}{2} z_0} \int_0^{\infty} \exp(-s_1 x) G(s_1 d_0) dx + \right. \\ \left. + \int_0^{z_0} \exp(-s_1 x) \left[ \left( \frac{s_2+h}{h} \exp(-hx) - \frac{s_2}{h} Q \right) \left( \text{cthx} - \frac{1}{x} \right) - (s_2 Q + (s_2+h) e^{-hx}) G(s_1 t h x) \right] dx \right\}. \quad (I8)$$

Второй член в (I7) описывает интерференцию излучений, испускаемых из разных пластин:

$$W^{int}(\omega) = \frac{2e^2}{\pi c} \text{Re} \left\{ e^{-\frac{1}{2} z_0} [W_0^{int} + W_a^{int} + W_c^{int}] \right\}, \quad (I9)$$

$$W_0^{\text{UNT}} = 1 + (s_1 x_0 - 1) G(s_1 x_0) + P(x_0) + Q e^{-2s_2 x_0} \left[ P(2x_0 + x_0) - G\left(s_1 \frac{x_0 + 2thx_0}{1 + (x_0 + thx_0)thx_0}\right) \right] - (1+Q) e^{-s_2 x_0} \left[ P(x_0 + x_0) - G(s_1(x_0 + x_0)) \right]; \quad (20)$$

$$W_a^{\text{UNT}} = \int_0^{x_a} \exp(-s_2 x) \left\{ s_2 \int_0^{x_a} \exp[-(h+s_2)y] \left( \frac{1 + (x_0 + thx)thy}{thx + thy + x_0} - \frac{1}{x+y+x_0} \right) dy + \right. \\ \left. + e^{-s_2 x_0} \exp(-hx) \left( \frac{1 + (x_0 + thx_0)thx}{thx + thx_0 + x_0} - \frac{1}{x+x_0+x_0} \right) - \exp(-hx) \left( \frac{1+x_0 thx}{x_0 + thx} - \frac{1}{x+x_0} \right) + \right. \\ \left. + [s_2 + (s_2+h) \exp(-hx)] G(s_1(x_0 + thx)) - e^{-s_2 x_0} [(s_2+h) \exp(-hx) + s_2 Q] + \right. \\ \left. \times G\left(s_1 \frac{thx + thx_0 + x_0}{1 + (x_0 + thx)thx_0}\right) \right\} dx; \quad (21)$$

$$W_0^{\text{UNT}} = s_1 e^{-s_2 x_0} \left\{ (1+Q) e^{-s_2 x_0} \int_{x_0}^{\infty} \exp(-s_2 x) G(s_1 d_0) dx - \right. \\ \left. - Q e^{-s_2 x_0} \int_0^{\infty} \exp(-s_2 x) G\left(s_1 \frac{thx_0 + d_0 + x_0}{1 + (x_0 + d_0)thx_0}\right) dx \right\}; \quad (22)$$

где приняты обозначения:  $G(z) = \exp(z) \text{Ei}(-z)$ ,  $\text{Ei}(z)$  — интегральная показательная функция (см., например, [19-20]) и  $P(z) = [(s_2+h)G((s_2+h)z) - s_2 G(s_2 z)]/h$ , а  $d_0$  определено в (15).

Выражение для интерференционного члена может быть записано в несколько ином виде; если проинтегрировать в (21) по частям. Однако, можно записать формулу (19) в еще более удобном (в частности, для проведения численных расчетов) виде. Тогда выражения для  $W_0^{\text{UNT}}$  и  $W_a^{\text{UNT}}$  запишутся следующим образом (член  $W_0^{\text{UNT}}$  остается без изменений):

$$W_0^{\text{UNT}} = 1 + (s_1 x_0 - 1) G(s_1 x_0) + \ln x_0 + Q e^{-2s_2 x_0} \left[ \ln(x_0 + 2thx_0) - G\left(s_1 \frac{x_0 + 2thx_0}{1 + (x_0 + thx_0)thx_0}\right) \right] - (1+Q) e^{-s_2 x_0} \left[ \ln(x_0 + thx_0) - G(s_1(x_0 + thx_0)) \right]; \quad (23)$$

$$W_a^{\text{UNT}} = \int_0^{x_a} \exp(-s_2 x) \left\{ s_2 (h+s_2) \int_0^{x_a} \exp[-(h+s_2)y] \cdot \ln(thx + thy + x_0) dy + \right. \\ \left. + [s_2 + (h+s_2) \exp(-hx)] \left( G(s_1(x_0 + thx)) - \ln(x_0 + thx) \right) - e^{-s_2 x_0} [s_2 Q + \right. \\ \left. + (h+s_2) \exp(-hx)] \left( G\left(s_1 \frac{thx + thx_0 + x_0}{1 + (x_0 + thx)thx_0}\right) - \ln(thx + thx_0 + x_0) \right) \right\} dx. \quad (24)$$

В дальнейшем мы будем пользоваться последним видом записи.

Отметим, что если выполняется условие  $|x_0| \gg 1$ , то формула (17) совпадает с формулой (30) работы [II] (при  $N = 2$ ), полученной в приближении ближайших соседей \*).

При  $q_0 \rightarrow 0$  (т.е. при "выключении" многократного рассеяния) из (17) легко получается частотное распределение интенсивности обычного переходного излучения в случае двух поглощающих пластин  $W_{2,A}^{\text{exp}}(\omega)$ , выражение для которого получено нами и приведено в Приложении 2 (формула (2.4)).

Если же в (17) (и в (22)-(24)) устремить ширину вакуумного отсека  $\delta$  к нулю, то, естественно, получим частотное распределение для одной пластины (18) с удвоенной толщиной

\* В формуле (31) работы [II] выражения для величин  $B_0$  и  $J_0$  даны в случае, когда  $x_0 \neq 0$ ; формула же (17) имеет вид, пригодный и при  $x_0 = 0$ .

$$W_{1,2a}^{ноа}(\omega).$$

Наконец, при выполнении условия  $|s_1 x_e| \gg 1$ , т.е.  $b \gg c y^2 / \omega$  (пластины удалены на расстояние, намного превышающее зону формирования переходного излучения в вакууме:  $z_{вак} = l c y^2 / \omega$ ) член  $W^{инт}(\omega)$  быстро осциллирует и - после усреднения по небольшому интервалу частот - не вносит вклада в выражение (17). В результате для частотного спектра полного излучения получаем соответствующую формулу для одной пластины толщиной  $a$ , - формула (18) - умноженную на эффективное число пластин -  $N_{эфф} W_{1,a}^{ноа}(\omega)$ . Кстати заметим, что при этом же условии частотно-угловое распределение (12)-(14) вовсе не сводится к соответствующей формуле для одной пластины (по этому поводу см. также [11]).

#### 4. Краевой эффект для двух пластин

При прохождении заряженной частицы через стопку пластин, она свободно движется в вакуумных отсеках, а внутри пластин испытывает многократное рассеяние на атомах вещества. Поэтому полное излучение, образованное в стопке поглощающих пластин, состоит из тормозного излучения с длины пути  $a_{эфф}$  ( $a_{эфф} = (1-Q)/\mu$ ) и краевого эффекта, или "переходного излучения" с учетом многократного рассеяния.

Понятие краевого эффекта, введенное в [9] (см. также [4, 12]) для одной пластины толщиной  $a$ , детально исследовалось (с учетом поглощающей способности вещества пластины) в работах [12, 13], а в работе [11] это понятие было обобщено на случай произвольного числа  $N$  поглощающих пластин (см. формулу (41) указанной работы).

В случае двух поглощающих пластин ( $N = 2$ ) выражение для краевого эффекта легко получается из формулы (41) работы [11] и имеет следующий вид:

$$W_{2,a}^{к.э.}(\omega) = W_{2,a}^{ноа}(\omega) - N_{эфф} W^{торм}(\omega), \quad (25)$$

где  $W_{2,a}^{ноа}(\omega)$  выражается формулой (17), а  $W^{торм}(\omega)$  - спектральная интенсивность тормозного излучения по Мигдалу [16] с длины пути  $a_{эфф}$  и с учетом поглощения:

$$W^{торм}(\omega) = \frac{2e^2}{3c} \frac{a_{эфф}}{z_{торм}} \operatorname{Re} \left\{ (1-i)(h+s_2) \int_0^{\infty} \exp\{-(h+s_2)x\} (cthx - 1/x) dx \right\}. \quad (26)$$

Имея в виду, что [12, 13]

$$W_{1,a}^{к.э.}(\omega) = W_{1,a}^{ноа}(\omega) - W^{торм}(\omega) \quad (27)$$

и подставляя (17) и (27) в (25), получим для краевого эффекта в случае двух пластин:

$$W_{2,a}^{к.э.}(\omega) = N_{эфф} W_{1,a}^{к.э.}(\omega) + Q W^{инт}(\omega). \quad (28)$$

Отсюда следует, что детальный анализ краевого эффекта для одной поглощающей пластины, проведенный в [13], целиком переносится и на случай двух пластин. Необходимо теперь провести исследование второго - интерференционного члена в (28).

#### 5. Анализ интерференционного члена

Рассмотрим некоторые важные предельные случаи, аналогично тому, как это было сделано в работе [13].

а) Пусть выполняется условие:

$$|s_2| \gg 1 \quad (|z_{\text{вещ}}| \ll z_{\text{торм}}), \quad (29)$$

где  $z_{\text{вещ}} = \lambda c / \omega q$  - зона формирования переходного излучения в веществе, а  $z_{\text{торм}} = c \gamma / \sqrt{\omega q_0}$  - зона формирования тормозного излучения.

Тогда, в силу неравенства  $|s_2| \gg \max\{|s_1|, |s_2+1|\}$ , в подынтегральных функциях формул (21) (или (24)), (22) основной вклад вносят малые  $x$ . Разлагая по этому малому параметру  $x$  и подставляя главный член разложения в (17), получим формулу для обычного переходного излучения в случае двух пластин -  $W_{2,p}^{\text{нр}}(\omega)$  (см. формулу (2.4) Приложения 2). Этот результат является вполне естественным, так как условие (29) определяет область, где переходный механизм (являясь более быстрым из-за малой зоны формирования) доминирует над тормозным механизмом излучения.

б) Пусть теперь выполняется обратное условие, т.е.

$$|s_2| \ll 1 \quad (|z_{\text{вещ}}| \gg z_{\text{торм}}), \quad (30)$$

Рассмотрим вначале слагаемое  $W_a^{\text{инт}}$  интерференционного члена (см. формулу (24)).

1. Предположим, что имеет место условие

$$|x_a| \lesssim 1 \quad (\text{т.е. } a \lesssim z_{\text{торм}}), \quad (31)$$

Тогда, в подынтегральных функциях  $W_a^{\text{инт}}$  все  $x$  (изменяющиеся в интервале  $0 \leq x \leq x_a$ ) малы и, кроме того, в силу условия (30) имеем:  $|s_2 x| \ll 1$ . Тогда, заменяя в (24)  $\text{th} x \approx x$ , спуская  $\exp(-s_2 x)$  и пренебрегая членами, пропорциональными  $x_a^2$  и выте, для слагаемого  $W_a^{\text{инт}}$  получаем:

$$W_a^{\text{инт}} \approx (h+2s_2) \left[ x_c \ln \frac{x_c(2x_a+x_c)}{(x_a+x_c)^2} + 2(x_a+x_c) G(s_1(x_a+x_c)) - \right.$$

$$\left. - x_c G(s_2 x_c) - (2x_a+x_c) G(s_2(2x_a+x_c)) \right]. \quad (32)$$

II. Если же имеет место условие

$$|x_a| \gg 1 \quad (\text{т.е. } a \gg z_{\text{торм}}), \quad (33)$$

то найдется некоторое значение  $x_1$  в интервале  $(0, x_a)$  такое, что  $|x_1| \gg 1$ , но  $|s_1 x_1| \ll 1$ . Тогда, разбивая пределы интегрирования на два интервала:  $(0, x_1)$  и  $(x_1, x_a)$  и поступая в первом интервале аналогично случаю I (с заменой  $x_a$  на  $x_1$ ), а во втором полагая  $\text{th} x \approx 1$ , имеем:

$$W_a^{\text{инт}} = [2 - (1+Q)e^{-s_2 x_a}] (G(s_1(x_c+1)) - \ln(x_c+1)) + \\ + [2Qe^{-s_2 x_a} - (1+Q)] e^{-s_2 x_a} G(s_1) + (1-Qe^{-2s_2 x_a}) \ln(2+x_c). \quad (34)$$

Выражение для слагаемого  $W_0^{\text{инт}}$  интерференционного члена в рассматриваемых случаях (с учетом общего условия (30)) имеет вид:

$$W_0^{\text{инт}} = 1 + (s_1 x_c - 1) G(s_1 x_c) + F, \quad (35)$$

где

$$F = \begin{cases} \ln \frac{x_c(2x_a+x_c)}{(x_a+x_c)^2} - G(s_1 \frac{x_c+2x_a}{1+x_c x_a}) + 2G(s_1(x_a+x_c)), & |x_a| \lesssim 1 \\ \ln x_c + Qe^{-2s_2 x_a} [\ln(x_c+1) - G(s_1)] - (1+Q)e^{-2s_2 x_a} [\ln(x_c+1) - G(s_1(x_c+1))], & |x_a| \gg 1. \end{cases} \quad (36)$$

Теперь рассмотрим член  $W_c^{\text{инт}}$  (см. формулу (22)). Явный вид этого члена, оказывается, существенным образом зависит от отношения среднеквадратичного угла многократного рассеяния  $\langle \theta^2 \rangle_a$  к квадрату характерного угла излучения  $\gamma^{-2}$  (т.е. отношения  $|x_a|$  к  $|s_1|$ ). В связи с этим рассмотрим два предельных слу-

чая:

б1) если выполняется условие:

$$\left| \frac{x_a}{s_1} \right| \gg 1 \quad (\text{т.е. } \langle \theta^2 \rangle_a \gg \gamma^{-2}), \quad (37)$$

то для  $W_6^{\text{инт}}$  получаем:

$$W_6^{\text{инт}} = e^{-s_1 x_a} \left\{ (1+Q) G(s_1 \text{cth} x_a) - Q e^{-s_2 x_a} G\left(s_1 \frac{\text{th} x_a + \text{cth} x_a + x_g}{1 + (x_g + \text{cth} x_a) \text{th} x_a}\right) \right\}; \quad (38)$$

б2) если же, наоборот,

$$\left| \frac{x_a}{s_1} \right| \ll 1 \quad (\text{т.е. } \langle \theta^2 \rangle_a \ll \gamma^{-2}), \quad (39)$$

то имеем:

$$W_6^{\text{инт}} = e^{-s_1 x_a} \left\{ Q e^{-s_2 x_a} \left[ 1 + s_1 (x_g + 2 \text{th} x_a) G(s_1 (x_g + 2 \text{th} x_a)) \right] - (1+Q) \left[ 1 + s_1 (x_g + \text{th} x_a) G(s_1 (x_g + \text{th} x_a)) \right] \right\}. \quad (40)$$

Теперь, объединяя (32), (35) и (38), (40) (с учетом условия (31)) для интерференционного члена  $W^{\text{инт}}(\omega)$  в случае I получим выражение:

$$W^{\text{инт}}(\omega) = \frac{2e^2}{\pi c} \text{Re} \left\{ e^{-s_1 x_g} \left[ 1 + 2G(s_1/x_a) - G\left(s_1 \frac{x_g + 1/x_a}{2 + x_a x_g}\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \left[ 1 + (h+2s_2)x_g \right] \ln \frac{x_g(2x_a+x_g)}{(x_a+x_g)^2} - \left[ (h+2s_2-s_1)x_g + 1 \right] G(s_1 x_g) - \right. \right. \\ \left. \left. - \left[ 1 + (h+2s_2)(2x_a+x_g) \right] G(s_1(2x_a+x_g)) + 2 \left[ 1 + (h+2s_2)(x_a+x_g) \right] G(s_1(x_a+x_g)) \right] \right\}; \\ |x_a| \gg |s_1|. \quad (41)$$

$$W^{\text{инт}}(\omega) = \frac{2e^2}{\pi c} \text{Re} \left\{ e^{-s_1 x_g} \left[ \left( 1 + (h+2s_2)x_g \right) \ln \frac{x_g(2x_a+x_g)}{(x_a+x_g)^2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \left[ 1 + (h+2s_2-s_1)x_g \right] G(s_1 x_g) - \left[ 1 + (h+2s_2-s_1)(2x_a+x_g) \right] G(s_1(2x_a+x_g)) + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \left[ 1 + (h+2s_2-s_1)(x_a+x_g) \right] G(s_1(x_a+x_g)) \right] \right\}; \quad |x_a| \ll |s_1| \quad (42)$$

Если здесь положить ширину вакуумного отсека  $b = 0$ , то из (41) сразу получится выражение:

$$W^{\text{инт}}(\omega) = \frac{2e^2}{\pi c} \text{Re} \left\{ 1 + c + \ln \left| \frac{2s_1}{x_a} \right| \right\}, \quad |x_a| \gg |s_1|. \quad (43)$$

которое, как и следовало ожидать, представляет собой разность между величиной краевого эффекта в пластине с удвоенной толщиной и удвоенной величиной краевого эффекта в пластине толщиной  $a$ . Если же устремить  $b$  к нулю в формуле (42), то  $W^{\text{инт}}(\omega)$  окажется равным нулю, так как в этом случае доминирующим является тормозной механизм образования излучения, а указанная выше разность для тормозного излучения стремится к нулю.

Наконец, в случае II (т.е. при выполнении условия (33)) интерференционный член записывается в следующем виде

$$W^{\text{инт}}(\omega) = \frac{2e^2}{\pi c} \text{Re} \left\{ e^{-s_1 x_g} \left[ 1 + (s_1 x_g - 1) G(s_1 x_g) + 2G(s_1(x_g+1)) + \right. \right. \\ \left. \left. + \ln \frac{x_g(2x_a+x_g)}{(x_a+x_g)^2} \right] \right\}, \quad |x_a| \gg |s_1|. \quad (44)$$

Здесь приведен вид  $W^{\text{инт}}(\omega)$  только в случае б1), так как условия  $|x_a| \ll |s_1|$  и  $|x_a| \gg 1$  оказываются несовместимыми.

Проанализируем подробнее формулу (44). Здесь удастся получить явное поведение интерференционного члена в зависимости от величины вакуумного отсека  $b$  (с учетом общего условия (30)).

I) Пусть  $|x_g| \ll 1$  (т.е.  $b \ll z_{\text{торм}}$ ). Тогда

## 6. Результаты численного расчета

$$W^{\text{инт}}(\omega) \approx \frac{2e^2}{\pi c} \operatorname{Re} \left\{ 1 + C + \ln |z_{s_1}| \right\}. \quad (45)$$

Заметим, что это выражение полностью совпадает (с учетом множителя  $Q$  и  $W^{\text{инт}}(\omega)$  в общей формуле (17)) с величиной

$Q \cdot W_{1,4}^{\text{к.э.}}(\omega)$ , если частотное распределение излучения в одной пластине записать с учетом условий (30), (33) и (39) [13].

2) Когда  $|x_0| \sim 1$  ( $b \sim z_{\text{торм}}$ ), получаем:

$$W^{\text{инт}}(\omega) = \frac{2e^2}{\pi c} \operatorname{Re} \left\{ 1 + C + \ln \left| s_1 \frac{x_0(2+x_0)}{(1+x_0)^2} \right| \right\}. \quad (46)$$

3) Если же выполняется условие  $|x_0| \gg 1$  ( $b \gg z_{\text{торм}}$ ), то интерференционный член имеет вид:

$$W^{\text{инт}}(\omega) = \begin{cases} \frac{2e^2}{\pi c} \operatorname{Re} \left\{ 1 + C + \ln |s_1 x_0| \right\}, & |s_1 x_0| \ll 1 \\ \frac{2e^2}{\pi c} \operatorname{Re} \left\{ e^{-s_1 x_0} \left[ 1 + (s_1 x_0 - 1) G(s_1 x_0) \right] \right\}, & |s_1 x_0| \sim 1 \\ 0, & |s_1 x_0| \gg 1. \end{cases} \quad (47)$$

Таким образом, из вышеприведенного анализа следует, что картина интерференции излучений от отдельных пластин в стопке существенно зависит от величины зоны формирования переходного излучения в вакууме  $z_{\text{вак}}$ . Кроме того, в области, где механизм образования тормозного излучения является доминирующим (имеет место условие  $|s_1| \ll 1$ ), ситуация усложняется тем, что значительную роль играет также и зона формирования тормозного излучения  $z_{\text{торм}}$ .

Численные расчеты были проведены на ЭВМ "БЭСМ-6" по программе, приведенной в Приложении 4. Для расчета использовались формулы (18) и (17) для частотного распределения интенсивности полного излучения, образованного в одной и двух поглощающих пластинах, и выражение (28) для краевого эффекта. Для сравнения вычислены также спектры обычного переходного излучения без учета влияния многократного рассеяния в случае одной и двух пластин (формулы (2.4) и (2.5) Приложения 2 соответственно).

Расчеты производились для стопки из оловянных пластин ( $\omega_0 = 51,19$  эВ,  $L = 1,21$  см); пролетающей частицей является электрон.

Отметим, что рис.2 дан в частотном диапазоне  $3 \cdot 10^{-2} + 1$  МэВ, ввиду того, что при  $\gamma = 10^4$  граничная частота спектра  $\omega_0 \gamma \sim 0,3$  МэВ и поэтому интерференционные явления в спектре исчезают раньше (т.е. при более низких частотах), чем при больших лоренц-факторах.

На рисунках хорошо видны явления сглаживания интерференционных экстремумов и обогащения жесткими частотами в спектре краевого эффекта по сравнению со спектром обычного переходного излучения. Видно также, что при  $b \ll z_{\text{вак}}$  эти спектры совпадают с соответствующими спектрами для одной пластины с удвоенной толщиной  $2a$ . Это сказывается в том, что осцилляции становятся в два раза чаще, чем в случае одной пластины толщиной  $a$  (см. рис.1-3 работы [13]). С увеличением  $b$  "линии" минимумы в спектрах постепенно поднимаются и в конце концов

исчезают при  $b \sim z_{\text{вак}}$ . Когда же  $b \gg z_{\text{вак}}$  эти спектры практически совпадают с соответствующими спектрами для пластины толщиной  $a$ , умноженными на  $N_{\text{эфф}}$ .

При  $\gamma = 10^6$  (рис.4) величина  $z_{\text{вак}}$  становится очень большой (например, при  $\omega = 0,1$  МэВ имеем  $z_{\text{вак}} \sim 6 \cdot 10^6$  мкм), однако, из рис.4 видно, что кривая 3 соответствует спектру

$N_{\text{эфф}} W_{1,2a}(\omega)$ , а не  $W_{1,2a}(\omega)$ . Это объясняется тем, что из-за вклада больших эффективных углов излучения  $\sim (\omega_0^2/\omega^2 + \gamma^{-2})^{1/2}$  (см. [17]), только при выполнении условия  $b \ll z_{\text{вак}}$  спектр излучения для двух пластин сливается с соответствующим спектром для одной пластины с удвоенной толщиной.

Интересно отметить, что помимо явления сглаживания экстремумов наблюдается также некоторое смещение максимумов и минимумов спектра полного излучения (или краевого эффекта) относительно спектра обычного переходного излучения. Такое смещение отсутствовало в случае одной пластины [13] и, по-видимому, его наличие обусловлено интерференцией между излучениями, испускаемыми из разных пластин.

Авторы выражают благодарность Г.М.Гарибяну за полезные обсуждения и постоянное внимание к настоящей работе.

## Приложение I.

Вид величин  $\langle |\vec{A}_0|^2 \rangle$ ,  $\langle |\vec{A}_1|^2 \rangle$  и  $2\text{Re}\langle \vec{A}_0^* \vec{A}_1 \rangle$ .

Подставляя (5) в (8)-(10) и переходя от условных вероятностей к их фурье-компонентам ( $u$ -функциям), получаем:

$$\begin{aligned} \langle |\vec{A}_0|^2 \rangle = & \frac{8v^2}{\omega^2} Q^2 \text{Re} \left\{ \sigma^2 \left[ \frac{1}{2} \frac{\bar{\theta}_0^2}{(s_0+s_1)^2} + \frac{1}{2} \int_0^{x_0} dx \int_0^{x-x_0} e^{-i(s_1+\sigma\theta_1^2)y} dy \right. \right. \\ & \cdot \int_0^{x_0} \theta_1^2 u_1(\bar{\theta}_0, \bar{\theta}_1; x_a) d\bar{\theta}_1 + \frac{1}{2} \int_0^{x_0} dx \int_0^{x-x_0} e^{-(s_1+\sigma\theta_1^2)y} dy \int_0^{x_0} \theta_2^2 u_1(\bar{\theta}_0, \bar{\theta}_2; 2x_a) d\bar{\theta}_2 - \\ & - e^{-ix_a} \frac{\bar{\theta}_0}{s_0+s_1} \int_0^{x_0} e^{-(s_1+\sigma\theta_1^2)x} dx \int_0^{x_0} \bar{\theta}_1 u(\bar{\theta}_0, \bar{\theta}_1; x_a) d\bar{\theta}_1 - e^{-ix_a} \frac{\bar{\theta}_0}{s_0+s_1} \\ & \cdot \int_0^{x_0} e^{-(s_1+\sigma\theta_1^2)x} dx \int_0^{x_0} \bar{\theta}_2 \tilde{U}_1(\bar{\theta}_0, \bar{\theta}_2; x_a, x_a) d\bar{\theta}_2 - \int_0^{x_0} e^{-(s_1+\sigma\theta_1^2)x} dx \cdot \\ & \left. \left. \cdot \int_0^{x_0} e^{-(s_1+\sigma\theta_1^2)y} dy \int_0^{x_0} \bar{\theta}_1 \bar{\theta}_2 u_1(\bar{\theta}_0, \bar{\theta}_1; x_a) u(\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2; x_a) d\bar{\theta}_1 d\bar{\theta}_2 \right] \right\}; \quad (\text{I.1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle |\vec{A}_1|^2 \rangle = & - \frac{8v^2}{\omega^2} Q^2 \text{Re} \left\{ \sigma^2 \left[ \int_0^{x_0} dx \int_0^{x-x_0} dy \int_0^{x-x_0} \bar{\theta}_1' \bar{\theta}_1' u_1(\bar{\theta}_0, \bar{\theta}_1'; x) \cdot \right. \right. \\ & \cdot u(\bar{\theta}_1', \bar{\theta}_1'; y) d\bar{\theta}_1' d\bar{\theta}_1' + \int_0^{x_0} dx \int_0^{x-x_0} dy \int_0^{x-x_0} \bar{\theta}_2' \bar{\theta}_2' u_1(\bar{\theta}_0, \bar{\theta}_2'; x) \cdot \\ & \cdot u(\bar{\theta}_2', \bar{\theta}_2'; y) d\bar{\theta}_2' d\bar{\theta}_2' + e^{-ix_0} \int_0^{x_0} dx \int_0^{x_0} dy \int_0^{x_0} \bar{\theta}_1' \bar{\theta}_2' u_1(\bar{\theta}_0, \bar{\theta}_1'; x-x) \cdot \\ & \left. \left. \cdot \tilde{U}_1(\bar{\theta}_1', \bar{\theta}_2'; x, y) d\bar{\theta}_1' d\bar{\theta}_2' \right] \right\}; \quad (\text{I.2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2 \operatorname{Re} \langle \bar{A}_0^* \bar{A}_1 \rangle = & -\frac{8v^2}{\omega^2} Q^2 \operatorname{Re} \left\{ \sigma^2 \left[ \frac{\bar{\theta}_0}{s_0+s_1} \int_0^{x_a} dx \int_0^{x_a} d\bar{\theta}'_1 u(\bar{\theta}_0, \bar{\theta}'_1; x) d\bar{\theta}'_1 + \right. \right. \\
& + \int_0^{x_a} dx \int_0^{x_0} e^{-(s_1+\sigma\theta_1^2)y} dy \int_0^{x_a-x} d\bar{\theta}'_1 \bar{\theta}'_1 u_1(\bar{\theta}_0, \bar{\theta}'_1; x_a-x) u(\bar{\theta}'_1, \bar{\theta}'_1; x) d\bar{\theta}'_1 d\bar{\theta}'_1 + \\
& + \int_0^{x_a} dx \int_0^{x_0} e^{-(s_1+\sigma\theta_1^2)y} dy \int_0^{x_a} d\bar{\theta}'_2 \bar{\theta}'_2 u_1(\bar{\theta}_0, \bar{\theta}'_2; x_a) u(\bar{\theta}'_2, \bar{\theta}'_2; x) d\bar{\theta}'_1 d\bar{\theta}'_2 + \\
& + \int_0^{x_a} dx \int_0^\infty e^{-(s_1+\sigma\theta_1^2)y} dy \int_0^{x_a-x} d\bar{\theta}'_2 \bar{\theta}'_2 u_1(\bar{\theta}_0, \bar{\theta}'_2; x_a-x) u(\bar{\theta}'_2, \bar{\theta}'_2; x) d\bar{\theta}'_1 d\bar{\theta}'_2 + \\
& + e^{-s_1 x_0} \frac{\bar{\theta}_0}{s_0+s_1} \int_0^{x_a} dx \int_0^{x_a} d\bar{\theta}'_1 \bar{\theta}'_1 \tilde{U}_1(\bar{\theta}_0, \bar{\theta}'_1; x_a, x) d\bar{\theta}'_1 + e^{-s_1 x_0} \int_0^{x_a} dx \cdot \quad (I.3) \\
& \left. \int_0^\infty e^{-(s_1+\sigma\theta_1^2)y} dy \int_0^{x_a-x} d\bar{\theta}'_2 \bar{\theta}'_2 u_1(\bar{\theta}_0, \bar{\theta}'_2; x_a-x) \tilde{U}_1(\bar{\theta}'_2, \bar{\theta}'_2; x, x_a) d\bar{\theta}'_1 d\bar{\theta}'_2 \right\};
\end{aligned}$$

где использованы обозначения (I.5).

Заметим, что три последних слагаемых в (I.1) и два последних в (I.3) являются членами, которые опущены в приближении ближайших соседей (см. [II]).

Подставляя в (I.1)-(I.3) явный вид Фурье-компонент [9, II] и произведя далее интегрирование по промежуточным углам  $\bar{\theta}'_1, \bar{\theta}'_2$  и  $\bar{\theta}'_1, \bar{\theta}'_2$  (причем  $d\bar{\theta} = \theta d\theta d\varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ,  $0 \leq \theta < \infty$ ), пользуясь обычным способом, изложенным в [9-II] (т.е. выделяя в экспонентах  $u$ -функций полный квадрат интегрируемого угла), приходим к выражениям (I.2)-(I.4).

## Приложение 2.

### Частотно-угловое и частотное распределение обычного переходного излучения

Частотно-угловое распределение интенсивности обычного переходного излучения (без учета многократного рассеяния) в случае двух поглощающих пластин (см. формулу (77) работы [17]) в принятых нами обозначениях можно записать в виде:

$$W_{2,a}^{\text{пер}}(\omega, \bar{\theta}) = N_{\text{эфф}} W_{1,a}^{\text{пер}}(\omega, \bar{\theta}_0) - \frac{4e^2}{\pi c} \theta_0 Q \operatorname{Re} \left\{ \sigma \left[ \psi(s_0) \cdot e^{-(s_0+s_1)x_0} (1 - e^{-(s_0+s_1)x_a}) (1 - Q e^{-(s_0+s_1)x_a}) \right] \right\}, \quad (2.1)$$

где  $W_{1,a}^{\text{пер}}(\omega, \bar{\theta}_0)$  - частотно-угловое распределение переходного излучения в пластине толщиной  $a$  и имеет вид:

$$W_{1,a}^{\text{пер}}(\omega, \bar{\theta}_0) = \frac{4e^2}{\pi c} \theta_0 \operatorname{Re} \left\{ \sigma \left[ \frac{1}{2} N_{\text{эфф}} - Q e^{-(s_0+s_1)x_a} \right] \psi(s_0) \right\}, \quad (2.2)$$

где

$$\psi(s_0) = \frac{-s_1}{(s_0+s_1)^2} - \frac{d+d^*}{s_0+s_1} + \frac{d}{s_0+s_2} + \frac{d^*}{s_0+s_2+h}, \quad d \equiv -s_2 \left( \frac{1}{h} + \frac{1}{s_2-s_1} \right), \quad (2.3)$$

а знак „\*“ означает комплексное сопряжение.

Проинтегрировав в (2.1) по углу излучения  $\theta$  [20], получим выражение для частотного спектра обычного переходного излучения, испускаемого из двух поглощающих пластин:

$$W_{2,a}^{\text{пер}}(\omega) = N_{\text{эфф}} W_{1,a}^{\text{пер}}(\omega) + \frac{2e^2}{\pi c} Q \operatorname{Re} \left\{ e^{-s_1 x_0} \left[ J(x_0) - \right. \right. \quad (2.4)$$

$$- e^{-s_2 x_a} (1+Q) J(x_a+x_e) + e^{-2s_2 x_a} Q J(2x_a+x_e) \}.$$

Здесь  $W_{1,a}^{nep}(\omega)$  - частотный спектр переходного излучения из пластины толщиной  $a$  (см. [17]):

$$W_{1,a}^{nep}(\omega) = N_{эфф} W_{1,0}^{nep}(\omega) + \frac{2e^2}{\pi c} Q \operatorname{Re} \left\{ e^{-s_2 x_a} J(x_a) \right\}; \quad (2.5)$$

$W_{1,0}^{nep}(\omega)$  - частотное распределение интенсивности переходного излучения на одной границе раздела:

$$W_{1,0}^{nep}(\omega) = \frac{e^2}{\pi c} \operatorname{Re} \left\{ \frac{s_2+s_1}{s_2-s_1} \ln \frac{s_2}{s_1} - \frac{s_2}{h} \ln \frac{s_2+h}{s_2} - 1 \right\}. \quad (2.6)$$

Вспомогательная функция  $J(z)$  записывается следующим образом:

$$J(z) = 1 + [s_1 z - (d+d^*)] G(s_1 z) + d G(s_2 z) + d^* G((s_2+h)z), \quad (2.7)$$

где  $d$  определено в (2.3), а  $G(z) \equiv \exp(z) \operatorname{Ei}(-z)$ .

### Приложение 3.

#### Интегрирование по углу излучения

Используя условие нормировки для функции  $u_1$ :

$$\int u_1(\bar{\theta}_0, \bar{\theta}; x) d\bar{\theta}_0 = \exp(hx), \quad (3.1)$$

подставляя в выражения (I.1)-(I.3) Приложения I явный вид функций  $u$  и  $\bar{U}_1$  [9.II] и проинтегрировав по соответствующим углам (от нуля до бесконечности) для слагаемых  $\int W^{nep}(\omega, \bar{\theta}_0) d\bar{\theta}_0$  получим:

$$\begin{aligned} \int \langle W(\omega, \bar{\theta}_0) \rangle_0 d\theta_0 &= \frac{2e^2}{\pi c} \operatorname{Re} \int_0^{s_m} \frac{s}{(s+s_1)^2} \left[ \frac{(1+Q)^2}{2} - Q e^{-(s+s_1)x_e} \right] - \\ &- Q(1+Q) e^{-s_2 x_a} \frac{1}{s+s_1} \int_0^{x_e} e^{-s_2 x} S(d_0; x) dx - Q^2 e^{-2s_2 x_a - s_1 x_e} \frac{1}{s+s_1} \cdot \\ &\cdot \int_0^{x_a} e^{-s_2 x} S\left(\frac{thx_a+x_e+d_0}{1+(x_e+d_0)thx_a}; x\right) dx \} ds; \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \int \langle W(\omega, \bar{\theta}_0) \rangle_1 d\theta_0 &= -\frac{2e^2}{\pi c} \operatorname{Re} \int_0^{s_m} \left\{ Q(1+Q) \int_0^{x_a} e^{hx} dx \int_0^{x_a-x} e^{-s_2 y} S(thy; y) dy + \right. \\ &+ Q e^{-s_2 x_e} \int_0^{x_a-(h+s_2)x} e^{-s_2 y} S\left(\frac{thx+x_e+thy}{1+(x_e+thy)thx}; y\right) dy \} ds; \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \int \langle W(\omega, \bar{\theta}_0) \rangle_{01} d\theta_0 &= -\frac{2e^2}{\pi c} \operatorname{Re} \int_0^{s_m} \left\{ Q e^{-s_2 x_a - s_1 x_e} \frac{1}{s+s_1} \int_0^{x_a} e^{-s_2 x} (Q + e^{-hx}) \cdot \right. \\ &\cdot S\left(\frac{thx_a+x_e+thx}{1+(x_e+thx)thx_a}; x\right) dx + Q(1-e^{-(s+s_1)x_e}) \frac{1}{s+s_1} \int_0^{x_a} e^{-s_2 x} (1+e^{-hx}) \cdot \\ &\cdot S(thx; x) dx + \frac{1}{s+s_1} \int_0^{x_a} e^{-s_2 x} (Q^2 + e^{-hx}) S(thx; x) dx \} ds; \end{aligned} \quad (3.4)$$

где  $d_0 = (x+thx_a)/(1+thx_a)$

Входящая в (3.2)-(3.4) функция  $S(d; z)$  определена в (16), а параметр  $p$  опущен, так как везде  $p = 0$  (т.е.  $S(d; z) \equiv s \exp(-sz) \operatorname{dd}d/dz$ ). В (3.2)-(3.4) переменная интегрирования  $s = \sigma \theta^2$ , где  $\theta$  в одних членах имеет смысл угла излучения  $\theta_0$ , а в других - промежуточного угла пролета частицы. Поэтому подынтегральные выражения в этих формулах не являются соответствующими слагаемыми частотно-углового распределения. Однако, если проинтегрировать эти выражения по  $s$ , то, разумеется, получится формула для частотного распределения интенсивности излучения, приведенная в (17).

Наконец, отметим, что и в выражениях (3.2)-(3.4) можно проинтегрировать по частям, используя соотношение:  $S(\alpha; z) = -\partial R(\alpha; p, z)/\partial z$ , причем  $R(\alpha; p, z)$  в данном случае (при  $p = 0$ ) просто равняется  $\exp(-s\alpha)$ .

Приложение 4.

Программа численного расчета

Ниже приводится программа численного расчета на языке ФОРТРАН (для ЭВМ "БЭСМ-6"), позволяющая вычислять обычное переходное излучение (без учета многократного рассеяния) в случае одной и двух поглощающих пластин ( $WTR1, WTR2$ ) - по формулам (2.5) и (2.4) соответственно. Кроме того, запрограммированы формулы (18) и (17) для частотного распределения полного излучения для одной и двух пластин ( $WT1, WT2$ ) и формула (28) для краевого эффекта в обоих случаях ( $WBE1, WBE2$ ).

```

SUBROUTINE MULSCA
      LOGICAL RAY, PLATE
      COMPLEX U, EI, D0, D1, D2, D3, P, G1, GE, GR, S1, S2, H, HS, C, G, S, XE, XA,
      * S1X, S2X, SBY, SBX, SC, SH, CH, TH, AEF, ES, EPS, EB, Z, E2, T2, H4
      * COMMON S2, XB, HS, EB, AN, SG, XAB, EPS, K, L, N, XBO, XA, S1, H, TH, PH, AEF
      * EF, ES, EHS
      * COMMON /F1F2/Z, EZ, TZ, HZ
C
C**
C      DEFINITIONS
C
      DIMENSION WC(60), DC(60)
      P(U) = CEXP(U) * EI(-U)
      G1(U) = (1, 0.) + (D1 + S1 * U) * P(S1, U) - D2 * P(S2, U) + D3 * P(HS, U)
      GE(U) = CEXP(-S1 * U) * ((S1 * U) ** 2 - (2, 0.) * S1 * U - (1, 0.) + (S1 * U) ** 2 *
      * (S1 * U) + (3, 0.) * P(S1 * U))
      GR(U) = HS / 4 * P(HS * U) - S2 / 4 * P(S2 * U)
      READ A1, WC, DC, R, WC, RL
      PRINT 90, WC, DC, R, WC, RL
      DO 1 I=1, 60
      * WC(I) = ALOG(WC(I))
      * DC(I) = ALG(DC(I) * R)
      * READ P2, E, EPS, A, B, MN, MH, AM
      * READ 93, I0, I1
      * PRINT 91
      * Q = (0.5772156, 0.)
      * Q1 = 4.4153 / RL
      * E2 = 1E6 / E + 1E6 / E
      * Q = Q * F2
      * DC = DC * 1E-6
      * PRINT 92, Q0, EPS, RL, MN, MH, AM
      * PRINT 93, WC, E, A, B
      * PRINT 94, I0
      * PRINT 95
      * DO 20 I=1, I0
      * W = 10. ** MN
      * WL = ALOG(W)
      * DO 3 J=1, 60
      * IF((WL - WC(J)), LT, 0.)
      * GO TO 4
      * CONTINUE
      * DL = DC(J-1) + (DC(J) - DC(J-1)) / (WC(J) - WC(J-1)) * (WL - WC(J-1))
      * DL = CEXP(DL)
      * G2 = -DL * 19.72 / W
      * E1 = (WC / W) ** 2
      * G1 = E1 + E2
      * G = CMPLX(G1, G2)
      * SIG = .25 * SQRT(W / Q)
      * SE = SIG * E2
      * SG = SIG * G1
      * S = CMPLX(SIG, -SIG)
      * S1 = S * E2
      * S2 = S * G
      * H = -S * CMPLX(0., 2. * Q2)
      * HS = S2 * H
      * D1 = S2 / (S2 - S1) + S1 / (HS - S1)
      * D2 = S2 / H + S2 / (S2 - S1)
      * D3 = D2 - D1

```

```

XD=SQR(1/(W**2)/197.2F3
XB0=XD**2
YB=C*PLX(XB0,-XB0)
SBX=C1*XB
XF=-AIMAG(SBX)
XFB=CABS(S2*XD)
YAD=XD**2
IF(PLATE)
  XAD=2.*XAD
  XA=C*PLX(XAD,-YAD)
S1X=C1*XA
S2X=S2*XA
HX=REAL(H*XA)
HSX=HS*XA
YB=-AIMAG(S2Y)
XE=-AIMAG(S1X)
CX=CABS(S2Y)
CS=CABS(S2)
SC=C*EXP(-XA)**2
IF(XAD,LF,20.1)
  SC=(0.,0.)
  CH=(0,5,0.)
  SH=(0,5,0.)
  GO TO 7
  GO TO 6
  GO TO 7
  SH=XA*((1.,0.)-XA*((1.,0.)-XA*(0,5666557,0.)))
  TH=SH/CH
  IF(HX,GT,12.)
    GO TO 11
  IF(-X,LT,1E-3)
    GO TO 10
  N=1
  EH=C*EXP(-HX)
  EF=1.+EH
  IF(N,EQ,1)
    GO TO 9
  AEF=XA*((1.,0.)-HX/(2.,0.))
  GO TO 12
  AEF=(1.-EH)/H
  GO TO 12
  N=2
  GO TO
  N=3
  EH=0.
  EF=1.
  AEF=(1.,0.)/H
  IF(REAL(S2),LE,12/YAD)
    N=N+3
  IF(4.*(E1-G2),LE,E2)
    N=N+5

```

```

BAV=(N,GE,4,AND,N,LE,6),OR,N,GE,10
BS=C*EXP(-SBX)
EHS=C*EXP(-HSX)
ES=C*EXP(-SBX)
ZEP=1./XC
ZTRB=CABS(619,5E3/W/G)
ZTRV=619,5E3/W/E2
C
*G**
TRANSITION RADIATION FROM A PLATE(WTR1)
C
IF(N,GE,7)
  GO TO 15
  GO=(S2+S1)/(S2-S1)
  WTR1=.5*REAL(10*CLOG(S2/S1)-S2/H*CLOG(HS/S2)-(1.,0.))
  GO TO 16
15 TR=(G1**2+G2**2)/E2/E2/6.
  WTR0=.5*TR
16 IF(MOD(N,3),EQ,0)
  GO TO 19
  IF(N,GE,7)
    GO TO 17
  IF(CX,LT,1E-2)
    GO TO 19
  WTRA=REAL(EHS*GI(XA))
  GO TO 21
17 IF(XC,GT,30.)
  GO TO 20
  WTPA=TR*REAL(GF(XA))
  GO TO 21
18 TRS=(E1**2+G2**2)*(W*XA0/R)**3
  WTR1=TRS*(1.-2.*(REAL(C)-ALOG(XE)))/860.8
  GO TO 22
19 WTR1=WTR0/215.2
  GO TO 22
20 WTRA=0.
21 WTR1=(EF*WTR0+WTRA)/215.2
22 TRILC=1.
  IF(WTR1,GT,0.)
    TRILC=ALOG(WTR1)*0.43429
C
*G**
TRANSITION RADIATION FROM TWO PLATES(WTR2)
C
IF(PLATE)
  GO TO 20
  IF(XF,GT,30.,OR,MOD(N,3),EQ,0)
    GO TO 28
  IF(N,GE,7)
    GO TO 25
  IF(CX,LT,1E-2)
    GO TO 26
  WTRB=EH*REAL(EB*(GI(XB)-FS*EF*GI(XA+XB)+ES*EHS*GI(XA+XA+XB)))
  GO TO 29
25 IF(XF,GT,30.)
  GO TO 28
  WTRB=TR*REAL(EH*GF(XB)-EF*GE(XA+XB)+GF(XA+XA+XB))
  GO TO 30

```

```

26 IF(A.LT.P*1E2)
   GO TO 27
   WTRB=.5*TRS+REAL(EB*((XA**2)/((1.,0.)-(2.,0.)*(C+CLOG(S1))))
   *((XB**2)*CLOG(XB)-(2.,0.)*((XA+XB)**2)*CLOG(XA+XB)+
   *((XA-XA*XB)**2)*CLOG(XA+XA*XB)))
   GO TO 30
27 WTRB*TRS+REAL(EB*((1.,0.)+P(SHX)))
   GO TO 30
28 WTRB=0.
   GO TO 30
29 WTR2=WTR1
   GO TO 31
30 WTR2=EF*WTR1+WTRB/215.2
31 TR2LG=0.
   IF(WTR2.GT.0.)
     TR2LG=ALOG(WTR2)*0.43429
C
C**
C   BREMSSTRAHLUNG(WBR)
C
C   IF(CS.GE.40.)
     GO TO 35
   IF(CS.LE.11-2)
     GO TO 36
   CALL CINT(0,4,SG,T4)
   GO TO 37
35 T4=REAL(AEF/(3.,0.)/HS)
   GO TO 37
36 T4=REAL(AEF)
37 WBR=T4/215.2
   BRLG=0.
   IF(WBR.GT.0.)
     BRLG=ALOG(WBR)*0.43429
C**
C   TOTAL RADIATION FROM A PLATE(WT1)
C
C   IF(CS.GE.40.,AND,CX.LE.1E-2)
     GO TO 39
   WTA=REAL(EF/2.*CLOG(S1/S2)-S2/4*CLOG(HS/S2)-(1.,0.))*
   *EHS*(HS/4*P(SX)-S2/4*P(S2X)-P(S1+TH))
   IF(CD(N,3).EQ.0)
     GO TO 40
   CALL CINT(0,1,SE,T1)
   GO TO 41
40 T1=0.
41 IF(RAY)
   GO TO 42
   CALL CINT(0,2,SG,T2)
   T2=T2-T2A
   GO TO 43
42 CALL CINT(0,2,SG,T2)
43 IF(N.GE.7)
   GO TO 45
   IF(RAY)
     GO TO 44
   CALL CINT(0,3,SG,T3)
   CALL CINT(1,3,SG,T3A)
   T3=T3-T3A
   GOTO 49

```

22

GOTO 49

```

44 CALL CINT(2,3,SG,T3)
   GO TO 49
45 CALL CINT(1,4,SG,T41)
   IF(MOD(N,3).EQ.0)
     GO TO 47
   IF(RAY)
     GO TO 46
   CALL CINT(0,5,SG,T40)
   CALL CINT(1,5,SG,T4A)
   T42=T40-T4A
   GOTO 48
46 CALL CINT(2,5,SG,T42)
   GO TO 48
47 T42=0.
48 T34=-T41+T42
   GO TO 51
49 WT1=(WTA+T1+T2+T3)/215.2
   T1LG=0.
   IF(WT1.GT.0.)
     T1LG=ALOG(WT1)*0.43429
C
C**
C   BOUNDARY EFFECT FOR A PLATE(WBE1)
C
C   WBE1=WT1-WBR
   GO TO 53
50 WBE1=WTR1+REAL((S2X-S1X)/S1/S2/3.)/215.2
   GO TO 52
51 WBE1=(WTA+T1+T2+T34)/215.2
52 WT1=WBE1+WBR
53 WTA=EF*WT1
   T1LG=0.
   IF(WT1.GT.0.)
     T1LG=ALOG(WT1)*0.43429
   BE1LG=0.
   IF(WBE1.GT.0.)
     BE1LG=ALOG(WBE1)*0.43429
C
C**
C   TOTAL RADIATION FROM TWO PLATES(WT2)
C
C   IF(XF.GT.30.,OR,MOD(N,3).EQ.0)
     GOTO 68
   IF(PLATE)
     GOTO 67
   WTB=REAL(EB*((1.,0.)-(SHX-(1.,0.))*P(SHX)-ES*EHS*
   *(P(S1*(XB+TH+TH))/(1.,1.))+TH*(XB+TH))-CLOG(XB+TH+TH))+
   *ES*EF*(P(S1*(XB+TH))-CLOG(XB+TH))+CLOG(XB))
   IF(XA0.LT.1E-2)
     GO TO 61
   XS=AM/SG
   TB=0.
   NS=XA0/XS*4.+2
   IF(MOD(NS,2).NE.0)
     NS=NS+1
   NC=1
   YH=XA0/NS
60 TD=RF1((NC-1)*XH)
   IF(MOD(NC,2).EQ.0)
     TD=TD*4.

```

- 38 -

```

IF(,GD(NC+2),NE,0.AND,NC,1E,1.AND,NC,NC,(NS+1))
T5=T5+T0 TD=T0+T,
NC=NC+1 IF(NC,LE,(NS+1)) GO TO 50
D1=T5*XP/3, GOT002
61 D1=BTAL/EP*(LS+EHS*(S2/H*P(HS*(XA+XA+XB))-HS/H*P(S2*(X1+XA+
+Y1))+CLOG(YA+XA+X1))-ES*EP*(S2/H*P(-S*(XA+XB))-HS/H*P(S2*
*(XAL+XB))+CLOG(YA+X1))+(S2/H*P(HS*XB))-HS/H*P(S2*XB)+CLOG(XP)))
62 IF(P29) GO TO 53
CALL CINT(1,5,SG,T60) CALL CINT(1,5,SG,T6A)
63 CALL CINT(2,5,SG,T6) GO TO 64
64 IF(RA1) GO TO 65
CALL CINT(2,7,SG,T70) CALL CINT(1,7,SG,T7A)
65 CALL CINT(2,7,SG,T7) T7=T70-T7A GO TO 66
66 CALL CINT(-1,8,SE,T8) CALL CINT(8,9,SE,T9)
WTR=CH*(WTR0+D1+T6+T7+T8+T9)/215.2 GO TO 69
67 WTR=WT1 GO TO 70
68 WTR=0.
69 WTR=WT0+WTR
T2LG=0.
IF(WTR,GT,0.) T2LG=ALOG(WTR)*0.43429
C
C** BOUNDARY EFFECT FOR TWO PLATES(WBE2)
C
WBE2=EP*WBE1+WTR GO TO 71
70 WBE2=WBE1
71 BE2LG=0.
IF(WBE2,GT,0.) BE2LG=ALOG(WBE2)*0.43429
T2LG=0.
IF(WTR,GT,0.) T2LG=ALOG(WTR)*0.43429
PRINT 'S,W,TR1LG,TR2LG,BPLG,1LG,T2LG,BE1LG,BF2LG,ZBP,ZTRM,ZTRV
IF(WBE2,LT,2.E-6) GO TO 99
90 W=WH-WH
99 IF(11,NE,0) GO TO 2

```

```

C
C** FORMATS
C
81 FORMAT(10E3,4)
82 FORMAT(E10,3)
83 FORMAT(16)
90 FORMAT(12H FREQUENCIES,6(/1X,10E12,5)/24H ABSORPTION COEFFICIENTS,
*6(/1X,10E12,5)/24H DENSITY=F6,2,54 W0=F6,2,12H RJD,LENGTH=F6,2)
91 FOR AT(//1X, *TRANSITION(WTR1,WTR2) AND TOTAL(WT1,WT2) RADIATIONS,
*BREASTRHLUNG(WPR) AND BOUNDARY EFFECT(WBE1,WBE2) FROM ONE AND
* TWO PLATES'////)
92 FOR AT(2X,3HNO=E10,4,4H(EV),4Y,4HEPS=E9,2,4X,3HRL=E7,3,
*4H(CM),4X,3HHE=E10,2,4X,3HHW=E10,2,6H(STEP),4X,3HAW=E10,2)
93 FOR AT(2GX,3HNO=F5,2,4H(EV),4X,2HE=E7,3,4X,2HA=E9,3,
*4H(MU),4X,2HP=E9,3,4H(MU))
94 FOR AT(1GX,15,18H(FREQUENCY POINTS))
95 FOR AT(5X,6H(EV),7X,5HTR1LG,6X,5HTR2LG,8X,4HRLG,4X,4HT1LG,
*8X,4HT2LG,7X,5HBE1LG,7X,5HBE2LG,6X,3HZRR,7X,4HZTRM,5X,4HZTRV)
96 FOR AT(2X,E10,3,8E12,4,2F10,3)
RETURN
END

FUNCTION PF(X)
COMPLEX S2,XD,HS,FA,XA,S1,W,TH,AEF,ES,EHS,J,P,C1,2,CZ,SHZ,
* CHZ,THZ,ZZ,FIZ,E57,EJZ,EGZ,AL,BT,BTC,F0,F
COMMON S2,XB,HS,EP,AM,SG,XA0,E,S,K,L,N,XBC,XA,S1,W,TH,FA,
* AEF,EP,ES,EHS
P(U)=CEXP(U)*E1(-U)
IF(K) 1,2,3
1 Z=CMPLX(X,ALPH(XB)) GO TO 5
2 Z=CMPLX(X,0.) GO TO 5
3 IF(K,E7,2) GO TO 4
Z=CMPLX(X,ALPH(XA)) GO TO 5
4 Z=CMPLX(X,-X)
5 CZ=CABS(Z)
ZZ=Z*Z
CEZ=CEXP(-Z)*Z
CHZ=((1.,0.)+CEZ)/(2.,0.)
ESZ=CEXP(-S2*Z)
EHZ=CEXP(-H*Z)
EGZ=CEXP(-S1*Z)
IF(GZ,LT,.15) GO TO 6
SHZ=((1.,0.)-CEZ)/(2.,0.) THZ=SHZ/CHZ
FIZ=(1.,0.)/THZ-(1.,0.)/Z GO TO 7
6 THZ=7*(1.,0.)-ZZ*(0.3333333-ZZ*0.1333333)
FIZ=2*0.3333333*(1.,0.)-ZZ*(0.0666666-ZZ*0.0063492)
7 IF(,GD(N+1,3),EQ,0) GO TO (8,9)11,13,15,17,17,8,9)E

```

```

GO TO (8,9,10,13,14,17,17.8,8),L
8 AL=(7+YH)/((1.,0.)+Z*TH)
   IF(L.EQ,9) GO TO 20
   F0=-S1*ES*(S1*AL)
   IF(L.EQ,8) GO TO 19
   F=F0*EH
   GO TO 22
9 F=(HS*EHZ+S2*EH)*P(S1+THZ)
   GO TO 21
10 F0=HS/H*EHZ-S2/4*EH
   GO TO 12
11 F0=EHZ+S2*(XA-Z)*((1.,0.)-H*(XA+Z)/(2.,0.))
12 F=F0*F1
   GO TO 21
13 F=HS*AEF*EHZ*F1Z
   GO TO 21
14 F0=HS/H*EHZ-S2/H
   GO TO 16
15 F0=EHZ-S2*Z*((1.,0.)-H*Z/(2.,0.))
16 F=F0*EH*F1Z
   GO TO 21
17 AL=XP*THZ
   IF(L.EQ,7) GO TO 16
   RT=(1.,0.)+AL*TH
   F=CO*(S2*EH+HS*EHZ)*P(S1*RT*(B*TH)-CLOG(1,TO))
   RTD=AL*TH
   GO TO 21
18 F=(S2*HS*EHZ)*P(S1*AL)-CLOG(AL)
   GO TO 21
19 F=F0*EH
   GO TO 22
20 AL=XP*AL
   RT=(1.,0.)+AL*TH
   F=S1*ES*EH*S*P(S1*(AL+TH)/RT)
   GO TO 22
21 F=F0*SZ
   IF(L.EQ,6.OR.L.EQ,7) F=F*EH
   GO TO 23
22 F=F*CGT
   IF(L.EQ,9) F=F*EH
23 IF(L.EQ,2) GO TO 24
   R=REAL(F)
   RETURN
24 R=REAL((1.,-1.)*F)
   RETURN
END

```

```

FUNCTION RF1(X)
EXTERNAL RF2
COMPLEX S2,XB,HS,EB,Z,EZ,CZ,SZ,TZ,HZ
COMMON S2,XB,HS,EB,AM,SG,XA0,EPS
Z=CMPLX(X,-X)
EZ=CEXP(-Z)**2
CZ=((1.,0.)+EZ)/(2.,0.)
SZ=((1.,0.)-EZ)/(2.,0.)
T7=SZ/CZ
HZ=CEXP(-HS*Z)
XS=AM/SG
NS=XA0/XS**5+3
XZ=XA0/NS
RF1=0.
DO 1 NC=1,NS
1 RF1=RF1+SIMP((NC-1)*XZ,NC*XZ,PF2,EPS)
RETURN
END

```

```

FUNCTION RF2(X)
COMPLEX S2,XB,HS,EB,Z,EZ,TZ,UZ,V,CV,SU,CV,TY,HV,FIV
COMMON S2,XB,HS,EB
COMMON /F1F2/Z,EZ,TZ,HZ
V=CMPLX(X,-X)
EV=CEXP(-V)**2
CV=((1.,0.)+EV)/(2.,0.)
SV=((1.,0.)-EV)/(2.,0.)
TV=SU/CV
HV=CEXP(-S2*V)
FIV=S2*HS*EB*CLOG(TZ+TV*XK)
RF2=REAL(FIV*(0.,-2.)*HV*HZ)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE CINT(K,L,SS,T)
EXTERNAL RF
COMPLEX S2,XB,HS,EB
COMMON S2,XB,HS,EB,AM,SG,XA0,EPS,KK,LL,N,XA0
S=AM/SS
T=0.
KK=Y
LL=L
IF(K) 1,2,3
1 XMN=XB**T
   GO TO 4
2 XMN=0.
   IF(L.EQ,2) XMN=1E-8
   GO TO 4
3 IF(K.EQ,2) GO TO 10
   XMN=XA0

```

```

4  XMX=XMY+XS
5  TT=SIMPO(XMN,XMX,RF,EPS)
   Y=T,TT
   IF(K) 6,7,8
6  IF((XMX-XB0)*SS.GT.10..AND.(TT/T).LT.EPS) RETURN GO TO 9
7  IF(XHX*SS.GT.10..AND.(TT/T).LT.EPS) RETURN GO TO 9
8  IF((XMX-XA0)*SS.GT.10..AND.(TT/T).LT.EPS) RETURN GO TO 9
9  XMN=XMY
   XMX=XMX+XS
   GO TO 5
10 MS=XA0/XS+2
   XH=XA0/MS
   DX=C
   IF(L.EQ.3) DX=1E-8
   T=SIMPO(DX,XH,RF,EPS)
   DO 11 MC=2,MS
11 T=T+SIMPO((MC-1)*XH,MC*XH,PF,EPS) RETURN
   END

```

COMPLEX FUNCTION ET(Z)  
 COMPLEX Z,S,1,A,A1,C  
 IF(CABS(Z).GE.2.)

```

   GOTO 3
   S=Z
   S1=Z
   A=(1.,0.)
   C=(0.3772157,0.)
1  A1=A+(1.,0.)
   S1=S1+Z*A/A1/A1
   S=S*S1
   IF(CABS(S1).LT.1E-6) GO TO 2
   A=A*(1.,0.) GO TO 1
2  EI=0+CLG(-Z)*S
   GO TO 5
3  S=(1.,0.)
   S1=S
   A=(0.,0.)
   DO 4 I=1,10
   A=A+(1.,0.)
   S1=S1+A/Z
4  S=S+S1
   EI=CEXP(Z)/Z*S
5  RETURN
   END

```

```

FUNCTION SIMPO(A,B,F,EPS)
  DIMENSION S(33,3)
  J=0
  I=0
  N=0
  J0=0
  I=1
  Y=0.
  X=A
  G0=F(X)
  X=(A+B)/2.
  G2=F(X)
  X=B
  G4=F(X)
  A0=(B-A)*(G1+4.*G2+G4)/7.
  A1=1
  H=(B-A)/(4.*A1)
  X=(4*H+1)*H+A
  G1=F(X)
  X=(4*H+3)*H+A
  G3=F(X)
  A1=(G0+4.*G1+G2)*H
  A2=(C2+4.*G3+G4)*H
  IF(ABS(A1,A2-A0)-EPS/1) 4,2,2
2  IF(N=31) 3,4,4
3  H=H*2
   I=I+2
   A0=A1
   S(N,1)=A2
   S(N,2)=G3
   S(N,3)=G4
   G4=G2
   G2=G1
   GO TO 1
4  H=H+1
   Y=Y+A1+A2
   IF(N=31) 12,5,5
5  IF(J=50) 6,6,9
6  IF(MOD(J,10)) 8,7,8
7  PRINT 10
8  J=J+1
   GO TO 12
9  IF(J0.EQ.0) PRINT 11
   J0=1
10 FOR IAT(1,X,4HN 31)
11 FORMAT(1X,1H*)
12 IF(MOD(N,2)) 14,13,14
13 N=N/2
   N=N-1
   I=I/2
   GO TO 12
14 IF(N) 15,16,15
15 A0=S(N,1)
   G0=G4
   G2=S(N,2)
   C4=S(N,3)
   GO TO 1
16 SIMPO=Y/3.
   RETURN
   END

```

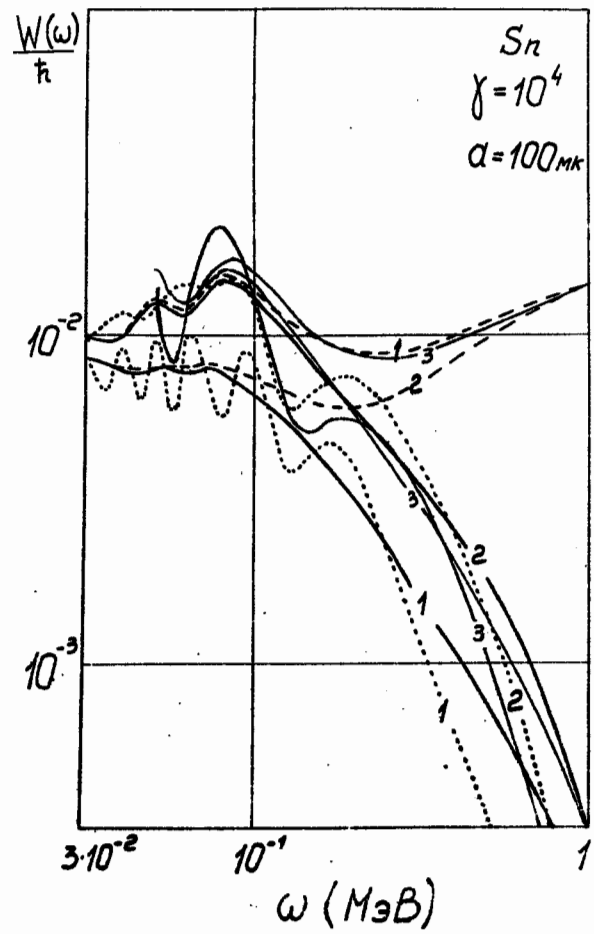


Рис.2

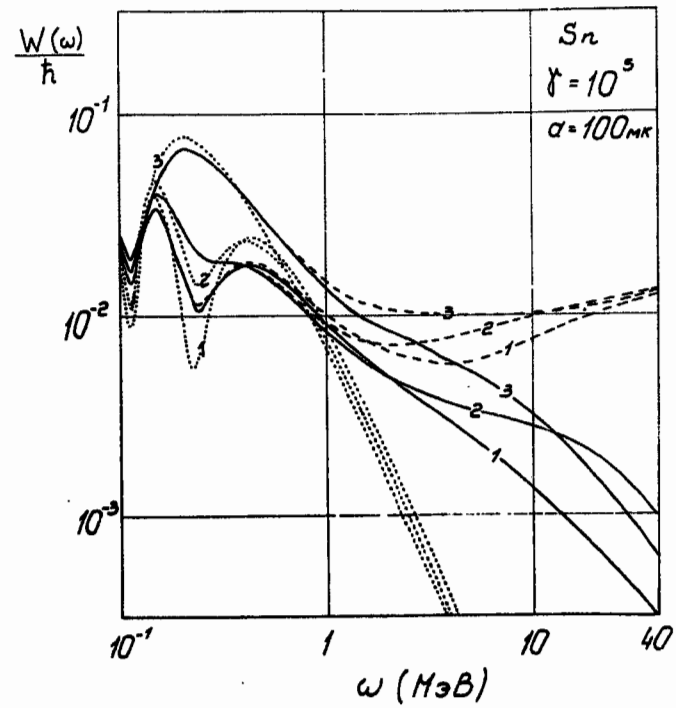


Рис.3

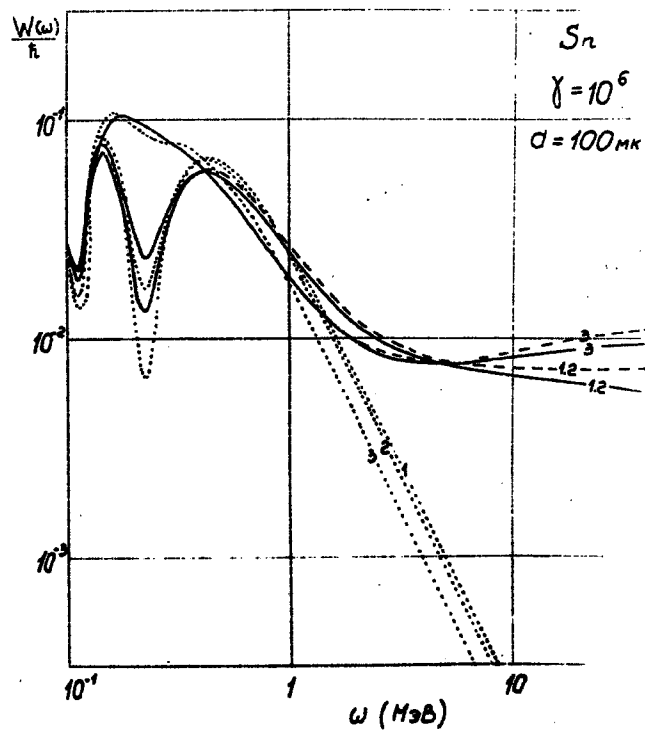


Рис. 4

Подписи к рисункам

Рис. 1. Схематическое изображение движения частицы в стопке из двух пластин.

Рис. 2. Спектральная интенсивность полного излучения  $W_{2,a}^{пол}(\omega)$  (сплошные кривые) образуемого в двух пластинах толщиной  $a = 100 \text{ мкм}$  электроном с лоренц-фактором  $\gamma = 10^4$ . Штриховые кривые соответствуют величине краевого эффекта  $W_{2,a}^{к.э.}(\omega)$ , точечные - интенсивности обычного переходного излучения  $W_{2,a}^{пер}(\omega)$ . Цифры на кривых соответствуют различным значениям величины вакуумного отсека  $b$ : 1 - 1, 2 - 100, 3 -  $10^4 \text{ мкм}$ .

Рис. 3. То же, что и на рис. 2, для  $\gamma = 10^5$ .

Рис. 4. То же, что и на рис. 2, для  $\gamma = 10^6$ .

### Литература

1. Г.М.Гарибян, И.Я.Померанчук. ЖЭТФ, 37, 1828, 1959.
2. В.Е.Пафомов. ДАН СССР, 133, 1315, 1960; Труды ФИАН СССР, 44, 28, 1969.
3. И.И.Гольдман. ЖЭТФ, 38, 1866, 1960.
4. Ф.Ф.Терновский. ЖЭТФ, 39, 171, 1960.
5. Г.М.Гарибян. ЖЭТФ, 39, 332, 1960.
6. М.Л.Тер-Микаелян. Влияние среды на электромагнитные процессы при высших энергиях, Изд-во АН Арм.ССР, Ереван, 1969.
7. А.А.Варфоломеев, В.А.Базылев, Н.К.Жеваго. ЖЭТФ, 63, 820, 1972; 66, 464, 1974.
8. В.Г.Барышевский, А.О.Грубич, Нго Дань Ньан. ЖЭТФ, 72, 2034, 1977.
9. Г.М.Гарибян, Ян Ши. ЖЭТФ, 70, 1627, 1976.
10. Л.А.Варданян, Г.М.Гарибян, Ян Ги. Изв. АН Арм.ССР, Физика, II, 329, 1976.
11. Г.М.Гарибян, Ян Ши. Изв. АН Арм.ССР, Физика, 12, 105, 1977.
12. Ян Ши. Научное сообщение ЕФИ-260(53), 1977; Труды Международного симпозиума по переходному излучению частиц высоких энергий, ЕФИ, Ереван, 102, 1977.
13. Л.А.Варданян, Г.М.Гарибян, Ян Ши. Изв. АН Арм.ССР, Физика, 14, 383, 1979.
14. X.Artru, G.V.Yodh, G.Menessier. Phys.Rev., D12, 1289, 1975.
15. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля, Изд-во "Наука", М., 227, 1967.
16. А.Б.Мигдал. ДАН СССР, 96, 49, 1854; ЖЭТФ, 32, 633, 1957.

17. Г.М.Гарибян. Научное сообщение ЕФИ-27(73), 1973.
18. Ян Ши. Изв. АН Арм.ССР, Физика, 9, 522, 1974.
19. Справочник по специальным функциям. Под ред. М.Абрамовица и И.Стигана, Изд-во "Наука", М., 55, 1979.
20. И.С.Грациштейн, И.М.Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Изд-во "Наука", М., 1971.

Рукопись поступила 30-го июня 1980 г.

Редактор Л.П.Мукаян  
Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 767

ВФ-03377

Тираж 299

Препринт ЕФИ

Формат издания 60 x 84/16

Подписано к печати 27/X-80г.

3,0 уч.изд.л. Ц. 2Г к

Издано Отделом научно-технической информации  
Ереванского физического института, Ереван-36, пер.Маркаряна 2