индекс 3624

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-434(41)-80

Э.А.БЕГЛОЯН, Э.М.ЛАЗИЕВ

ИЗЛУЧЕНИЕ ВАВИЛОВА-ЧЕРЕНКОВА В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

ԵՐԵՎԱՆ 1980 ЕРЕВАН

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-434(41)-80

Э.А.БЕГЛОЯН, Э.М.ЛАЗИЕВ

ИЗЛУЧЕНИЕ ВАВИЛОВА-ЧЕРЕНКОВА В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

Ереван 1980

Излучение Вавилова-Черенкова в линейных средах детально исследованно в ряде работ [I]. Нелинейность среды может привести к существенному изменению свойств этого излучения. Ниже рассматривается излучение Вавилова-Черенкова в среде с квадратичной нелинейностью.

Рассмотрим бесконечную нелинейную среду, материальное уравнение которой запишем в виде

$$\vec{D} = \varepsilon_л \vec{E} + 4\pi \vec{P}^{н}, \qquad (I)$$

$\varepsilon_л$ – линейная часть диэлектрической проницаемости,
$\vec{P}^{н}$ – нелинейная часть поляризации среды.

Пусть частица q движется с $\vec{v} = const$ вдоль оси Oz некоторой декартовой системы координат. Плотность заряда и ток частицы запишем в виде

$$\rho = q\,\delta(z - vt)\,\delta(y)\,\delta(x), \qquad (2)$$
$$\vec{j} = \vec{v}\rho .$$

Из уравнений Максвелла для определения полей излучения получаем следующее уравнение

$$\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{E} - \Delta\vec{E} + \frac{\varepsilon_л}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2\vec{P}^{N}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial\vec{J}}{\partial t}. \qquad (3)$$

Для решения (3) воспользуемся методом последовательных приб и жений. Поля излучения ищем в виде

$$\vec{E} = \vec{E}^{л} + \vec{E}^{N}. \qquad (4)$$

Тогда из (3) получим

$$\Delta\vec{E}^{л} - \frac{\varepsilon_л}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}^{л}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial\vec{J}}{\partial t}, \qquad (5а)$$

$$\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{E}^{N} - \Delta\vec{E}^{N} + \frac{\varepsilon_л}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}^{N}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2\vec{P}^{N}}{\partial t^2}. \qquad (5б)$$

Уравнение (5а) определяет поля излучения Вавилова-Черенкова в линейной среде [1], и на решении (5а) мы останавливаться не будем. Вектор $\vec{P}^{N}$ в случае квадратичной нелинейности имеет вид [2]

$$\vec{P}^{N}(\vec{r},t,t',t'') = \int dt' \int \vec{\alpha}(\vec{r},t,t',t'')\left(\vec{E}^{л}(t-t')\vec{E}^{л}(t-t'-t'')\right)dt''$$

или в Фурье-представлении

$$\vec{P}^{N}(\omega_p,\vec{K}_p) = \int\int \vec{\alpha}(\omega,\omega_p)\left(\vec{E}^{л}(\omega,\vec{K})\cdot\vec{E}^{л}(\omega_p-\omega,\vec{K}_p-\vec{K})\right)d^3K\,d\omega, \qquad (6)$$

где $\vec{K}_p = \vec{K} + \vec{K}'$, $\omega_p = \omega + \omega'$, ω, ω' – произвольные частоты из спектра поля заряда, которые создают в нелинейной среде волну поляризации частоты ω_p, $\vec{K}$, $\vec{K}'$ – соответственные постоянные распространения.

Разложим $\vec{E}^{N}$ в 4-х кратный интеграл Фурье

$$\vec{E}^{N} = \frac{1}{(2\pi)^4}\int \vec{E}(\omega_p,\vec{K}_p)\,e^{i\vec{K}_p\vec{r} - i\omega_p t}\,d^3K_p\,d\omega_p \qquad (7)$$

и перепишем уравнение (5б) в виде

$$K_p^2\vec{E}^{N}(\omega_p,\vec{K}_p) - \vec{K}_p\left(\vec{K}_p\vec{E}^{N}(\omega_p,\vec{K}_p)\right) - \frac{\omega_p^2}{c^2}\varepsilon_л(\omega_p)\vec{E}^{N}(\omega_p,\vec{K}_p) = \qquad (8)$$

$$= \frac{4\pi}{c^2}\omega_p^2\vec{P}^{N}(\omega_p\vec{K}_p),$$

откуда

$$\vec{E}^{N}(\omega_p,\vec{K}_p) = \frac{4\pi\omega_p^2}{c^2}\left[\frac{\vec{\alpha}(\omega,\omega_p)}{|\alpha(\omega,\omega_p)|} - c^2\omega_p^{-2}\vec{K}_p\left(\vec{K}_p\frac{\vec{\alpha}(\omega,\omega_p)}{|\alpha(\omega,\omega_p)|}\right)\right]. \qquad (9)$$

$$\cdot P^{N}(\omega_p\vec{K}_p).$$

Поскольку $\vec{E}^{л}(\omega,\vec{K})$ является решением (5а) и имеет вид

$$\vec{E}^{л}(\omega,\vec{K}) = \frac{iq\omega}{2\pi^2\varepsilon_л(\omega)}\cdot\left(\frac{\vec{v}}{c^2}\varepsilon_л(\omega) - \frac{\vec{K}}{\omega}\right)\frac{\delta(\vec{K}\vec{v}-\omega)}{K^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_л(\omega)}, \qquad (10)$$

то

$$\vec{P}^{N}(\omega_p,\vec{K}_p) = -\frac{q^2}{4\pi^4}\int\left(\frac{\omega\vec{v}}{c^2} - \frac{\vec{K}}{\varepsilon_л(\omega)}\right)\left(\frac{\omega_1\vec{v}}{c^2} - \frac{\vec{K}_1}{\varepsilon_л(\omega_1)}\right)\times \qquad (11)$$

$$\times\frac{\delta(\vec{K}_p\vec{v}-\omega_p)\,d^3K}{\left(K^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_л(\omega)\right)\left(K_1^2 - \frac{\omega_1^2}{c^2}\varepsilon_л(\omega_1)\right)},$$

где $\omega_1 = \omega_p - \omega$, $\vec{K}_1 = \vec{K}_p - \vec{K}$, $\omega = \vec{K}\vec{v}$.

Нелинейная добавка к энергии излучения заряда на единице длины пути равна

$$\frac{\partial W^N}{\partial z} = -qE^N(\vec{r}, t)\Big|_{\substack{z = vt \\ x = 0 \\ y = 0}} \tag{I2}$$

откуда

$$\frac{\partial W^N}{\partial z} = \frac{q^3}{v^2 c^2 \pi^3} \, \mathrm{Re} \times$$

$$\times \iint \frac{\alpha(\omega_1 \omega_p)\, \omega_p^2 \omega \omega_1 \left(\cos\gamma - \varepsilon^N(\omega_p) \cos\theta_p \cos\theta_1 \right)}{\varepsilon_л(\omega)\varepsilon_л(\omega_1)\left(K_p^2 - \frac{\omega_p^2}{c^2}\varepsilon_л(\omega_p)\right)\left(K^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_л(\omega)\right)\left(K_1^2 - \frac{\omega_1^2}{c^2}\varepsilon_л(\omega_1)\right)} \times \tag{I3}$$

$$\times \left(\beta^2 \varepsilon_л(\omega) - 1\right)\left(\beta^2 \varepsilon_л(\omega_1) - 1\right) d^3K \, d^3K_p ,$$

где

$$\omega_p = \vec{K}_p \vec{v}, \quad \gamma = \widehat{\vec{P}^N \vec{z}_0}, \quad \theta_p = \widehat{\vec{K}_p \vec{z}_0}$$

$$\theta_1 = \widehat{\vec{K}_p \vec{\alpha}}(\omega_1 \omega_p), \quad \vec{z}_0 \text{ - орт оси } Oz,$$

$$\vec{P}^N(\omega_p \vec{K}_p) = \vec{\alpha}(\omega_1 \omega_p)\, P^N(\omega_p \vec{K}_p) .$$

Как и обычно в задачах излучения, выражение (I3) имеет особенности на частотах, удовлетворяющих условиям

$$K^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega) = 0 \tag{I4а}$$

$$K_p^2 - \frac{\omega_p^2}{c^2}\varepsilon(\omega_p) = 0 . \tag{I4б}$$

Первое уравнение соответствует излучению Вавилова-Черенкова по частоте, для которой выполняется условие равенства скорости частицы и фазовой скорости соответствующей волны в линейной среде. Угол, под которым происходит это излучение, определяется из равенства

$$\cos\theta_\omega = \frac{1}{\beta n(\omega)} . \tag{I5}$$

Второе условие соответствует излучению Вавилова-Черенкова на частоте ω_p волны нелинейной поляризации среды. Нелинейная часть излучения происходит под углом θ_p к оси Oz, который определяется из равенства

$$\cos\theta_p = \frac{1}{\beta n(\omega_p)} . \tag{I6}$$

Таким образом, из-за нелинейности среды возникают два черенковских конуса, углы раскрыва которых определяются из условий (I5) и (I6).

Что касается выражения

$$(\vec{K}_p - \vec{K})^2 - \frac{(\omega_p - \omega)^2}{c^2}\varepsilon_л(\omega_p - \omega) ;$$

перепишем его в виде

$$\Delta\vec{K} - \frac{(\Delta\omega)^2}{c^2}\varepsilon_л(\Delta\omega) ,$$

где $\Delta K = \vec{K}_p - \vec{K}$ определяет разницу между фазовыми скоростями волн с частотами ω и ω_p

При $\Delta K = 0$ выполняется условие синхронизма, т.е. равенство между фазовыми скоростями волн с частотами ω и ω_p . На длине когерентности [2] происходит обмен энергией между волнами с частотой ω и ω_p .

Отметим, что при квадратичной нелинейности нелинейная добавка к энергии излучения как и в [3] зависит от знака заряда.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б.М.Болотовский. УФН, 62,201,1957, 75, 295,1961.
2. С.А.Ахманов, Р.В.Хохлов. Проблемы нелинейной оптики. М.,Изд.ВИНИТИ,1964.
3. В.С.Минеев , А.Р.Френкин. ВМУ, "Физика,астрономия" 2,1970.

Рукопись поступила 30-го июля 1980

Редактор Л.П.Мукаян

Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 799 ВФ- 05412 Тираж 299

Препринт ЕФИ Формат издания 60x84/16

Подписано к печати 3/XI-80г. 0,5 уч.изд.л. Ц. 4 к.

Издано Отделом научно-технической информации
Ереванского физического института,Ереван-36,пер.Маркаряна 2