

индекс 3624

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-442(49)-80

А.Ц.АМАТУНИ, Э.В.СЕХПОСЯН, С.С.ЭЛБАКЯН
ВОЗБУЖДЕНИЕ СОЛИТОНА В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ
ЭЛЕКТРОННО-ИОННОЙ ПЛАЗМЕ ЭЛЕКТРОННЫМ
СГУСТКОМ С ЗАДАНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

ԵՐԵՎԱՆ 1980 ԵՐԵՎԱՆ

A. Ts. AMATUNI, S. S. ELBAKIAN, E. V. SEKHPOSIAN

SOLITON EXCITATION IN NON-ISOTHERMAL ELECTRON-ION
PLASMA BY ELECTRON BUNCH WITH GIVEN PARAMETERS

The problem on the excitation of stationary solitary waves (solitons) in the electron-ion non-isothermal collisionless plasma by the given external electron bunch is precisely solved. It is shown that solitons in such plasma may become excited by the electron bunch only provided the definite values of electron velocity and density, with only one of these parameters being free.

Yerevan Physics Institute
Yerevan 1980

Возможность формирования электронных сгустков, движущихся в плазме на значительные расстояния без существенных деформаций исследовалась в ряде работ [1-3].

В работах [4-6] рассмотрено возбуждение такими сгустками различных типов стационарных нелинейных волн в плазме.

В настоящей работе ставится и точно решается задача о возбуждении заданным внешним сгустком электронов стационарных уединенных волн (солитонов) в электронно-ионной неизотермической бесстолкновительной плазме. Показано, что солитоны в такой плазме могут возбуждаться сгустком электронов лишь при определенных значениях скорости и плотности электронов в нем, причем свободным является лишь один из этих параметров.

Предполагается, что электронный сгусток, движущийся вдоль оси Z со скоростью V_g , имеющий бесконечные размеры в направлениях, перпендикулярных оси Z , протяженность a вдоль Z и постоянную плотность распределения электронов n_g , пронизывает электронно-ионную плазму с холодными ионами и горячими электронами. Внутри сгустка, после определенного времени релаксации, устанавливается поле $E = 0$ или постоянный потенциал $\varphi = \varphi_g$, что есть условие равновесия сгустка.

Исходная самосогласованная система уравнений движения и непрерывности для ионов и уравнения Пуассона имеет вид:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial z} = - \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (n_i u_i) = 0. \quad (I)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = n_e + n_B - n_i, \quad n_B = n_B [\theta(z) - \theta(z-a)],$$

$$\theta(z) = \begin{cases} 0 & \text{при } z < 0, \\ 1 & \text{при } z > 0, \end{cases}$$

где n_i , u_i - плотности и скорости ионов, а n_e - плотность электронов плазмы, описываемая бoльцмановским распределением с учетом захвата электронов в потенциальную яму (см. ниже формулу (5)). Все величины в (I) представлены в безразмерных единицах: плотности измеряются в единицах равновесной плотности электронов и ионов $n_{e0} = n_{i0}$; скорости - в единицах скорости ионного звука $V_s = \sqrt{T_e/m_i}$, где T_e - электронная температура, m_i - масса иона; длины измеряются в единицах длины дебаевского радиуса $a_e = V_s/\omega_{pi}$, (ω_{pi} - ионная плазменная частота). Потенциал φ измеряется в единицах T_e/e , а поле E - в единицах $\frac{V_s m_i \omega_{pi}}{e}$. Поле и потенциал в безразмерных единицах связаны обычным соотношением $E = - \partial \varphi / \partial z$.

Предположение $E = 0$ и $\varphi = \varphi_B = \text{const}$ внутри сгустка приводит к условию нейтральности

$$n_{eB} + n_B - n_{iB} = 0, \quad (2)$$

где n_{eB} и n_{iB} - установившиеся плотности электронов и ионов плазмы внутри сгустка, n_B - заданная внешняя плотность электронов сгустка.

Для нахождения стационарных решений системы (I) в виде уединенных волн, зависящих от координат и времени как $\tilde{z} = z - V_B t$, потребуем $\varphi = 0$, $\varphi' = 0$, $n_i = 1$ при $\tilde{z} \rightarrow \pm \infty$. Тогда первые два уравнения системы (I) приводят к следующим выражениям

$$n_i = \frac{V_B}{V_B - u_i}, \quad (3)$$

$$\frac{(V_B - u_i)^2}{2} + \varphi = \frac{V_B^2}{2}, \quad (4)$$

или

$$n_i = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\varphi/V_B^2}}, \quad (3')$$

$$u_i = V_B (1 - \sqrt{1 - 2\varphi/V_B^2}). \quad (4')$$

Из (4) следует $\varphi = V_B^2/2 - (V_B - u_i)^2/2 > 0$. Потенциальная энергия электронов в таком поле есть $U = -\varphi < 0$, т.е. по отношению к электронам поле имеет характер потенциальной ямы и часть электронов может быть захвачена в эту яму.

Условия такого захвата подробно проанализированы в работе [7] (см. также [8] и [9]), где получены формулы для плотности электронов с учетом захвата (без наличия внешнего сгустка электронов)

$$n_e = e^\varphi [1 - \phi(\sqrt{\varphi})] + 2\sqrt{\frac{\varphi}{\pi}}, \quad (5)$$

$$\phi(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\xi e^{-x^2} dx.$$

Интегрирование последнего из уравнений исходной системы (I) вне сгустка с учетом (3) и (5) приводит к следующему соотношению:

$$\frac{\varphi'^2}{2} = -V_b^2 [1 - \sqrt{1 - 2\varphi/V_b^2}] + F(\varphi), \quad (6)$$

где

$$F(\varphi) = e^\varphi [1 - \Phi(\sqrt{\varphi})] - 1 + 2\sqrt{\frac{\varphi}{\pi}} + \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \varphi^{3/2}. \quad (7)$$

Условие $\varphi' = 0$ приведет к уравнению для определения максимального значения $\varphi = \varphi_m(V_b)$. Из этого же уравнения можно получить выражение для V_b^2 , как функции от φ_m :

$$V_b^2 = \frac{1}{2} \frac{F^2(\varphi_m)}{F(\varphi_m) - \varphi_m}. \quad (8)$$

Условия $\varphi_m < V_b^2/2$ и $\varphi_m < F(\varphi_m)$ следующие из (3) и (8) означают

$$\varphi_m < F(\varphi_m) \leq 2\varphi_m,$$

что совпадает с условием работы [7] и приводит к следующим ограничениям на φ_m и V_b .

$$0 < \varphi_m \leq 4,79; \quad 1 < V_b < 3,1.$$

Решение уравнения (6) в неявном виде дается выражениями

$$\tilde{z} - \alpha = \int_{\varphi}^{\varphi_m} \frac{d\varphi}{\sqrt{2\{F(\varphi) - V_b^2[1 - \sqrt{1 - 2\varphi/V_b^2}]\}}} \quad (9)$$

при $\tilde{z} \geq \alpha$, и

$$\tilde{z} = - \int_{\varphi}^{\varphi_m} \frac{d\varphi}{\sqrt{2\{F(\varphi) - V_b^2[1 - \sqrt{1 - 2\varphi/V_b^2}]\}}} \quad (10)$$

при $\tilde{z} \leq 0$.

Условие непрерывности потенциала на границе со сгустком означает, что при $z = 0, \alpha$ $\varphi = \varphi_m = \varphi_b$. Значения же установившихся внутри сгустка плотностей электронов и ионов плазмы $n_{e,b}$ и $n_{i,b}$, а также ионных скоростей $u_{i,b}$ даются выражениями (3), (4), (5) при $\varphi = \varphi_b$. Рассматриваемое решение в виде возбужденного сгустком солитона возможно не при всех значениях внешних параметров V_b и n_b . Задав V_b , мы с помощью (6), (3), (4) и (5) определяем значения величин φ , n_i , u_i , n_e , характеризующие состояние плазмы. При этом значения n_b определяются условием нейтральности (2). Допустимые наборы пар параметров внешнего пучка n_b и V_b [10] графически представлены на рис. I. Как следует из экспериментов, моноэнергетичность пучка является существенным фактором для возбуждения солитонов внешними пучками электронов. Приведенные расчеты показывают, что стационарная картина с образованием солитона внешним пучком наряду с моноэнергетичностью требует еще и определенное значение плотностей электронов пучка.

В случае малых $\varphi_m = \varphi_b \ll 1$ полученные общие формулы упрощаются. Полагая в выражениях (2), (3), (4), (5) $\varphi_b \ll 1$ и воспользовавшись разложением

$$\Phi(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \xi - \frac{2}{3\sqrt{\pi}} \xi^3 + \frac{1}{5\sqrt{\pi}} \xi^5, \quad \xi \ll 1, \quad (11)$$

получим:

$$n_B = \frac{4}{15\sqrt{\pi}} \varphi_B^{3/2}, \quad (I2)$$

$$n_{iB} = 1 + \varphi_B \left(1 - \frac{16}{15\sqrt{\pi}} \varphi_B^{1/2}\right) \quad (I3)$$

$$n_{eB} = 1 + \varphi_B \left(1 - \frac{4}{3\sqrt{4}} \varphi_B^{1/2}\right) \quad (I4)$$

$$U_{iB} = \varphi_B \left(1 - \frac{8}{15\sqrt{\pi}} \varphi_B^{1/2}\right). \quad (I5)$$

Интегрирование же уравнения (6) при малых φ_B (а следовательно и φ) приводит к следующему выражению для профиля волны:

$$\varphi = \varphi_B \operatorname{ch}^{-4} \left[\frac{1}{15} \left(\frac{\varphi_B}{\pi} \right)^{1/4} (\tilde{z} - \alpha) \right], \quad (I6)$$

что совпадает с результатом, приведенным в [7] с той разницей, что в (I6) φ_B выражается теперь через параметры внешнего сгустка электронов V_B или n_B формулами (2) или (8).

Из (5) следует, что максимальное число электронов плазмы, захваченных в потенциальную яму, есть

$$n_{e \text{ зах}}^{\max} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\varphi_B} \quad (I7)$$

Следовательно, вместо начального пучка с плотностью n_B в плазме движется пучок с плотностью $n_B + n_{e \text{ зах}}$. Максимальное значение коэффициента увеличения плотности движущегося в плазме пучка равно

$$K_n \equiv \frac{n_B + n_{e \text{ зах}}^{\max}}{n_B} = 1 + \frac{n_{e \text{ зах}}^{\max}}{n_B} \quad (I8)$$

При малых φ_B $K_n = 1 + 15/2 \varphi_B$ и может быть значительно больше единицы. При произвольных значениях φ_B коэффициент увеличения плотности

$$K_n = 1 + \frac{2}{n_B \sqrt{\pi}} \sqrt{\varphi_B}, \quad (I9)$$

где n_B определяется соотношением (2).

График этой величины как функции V_B также приведен на рис. I.

Электрическое поле в плазме дается выражением

$$E = \pm \sqrt{\varphi^{12}} \quad (20)$$

где φ^{12} определяется уравнением (6). При малых φ_B , пользуясь (I6), можно получить следующее выражение для максимального значения $|E_{\max}|$ в размерных единицах

$$|E_{\max}| = \frac{64 \sqrt{4\pi} n_0 k T_e}{125 \sqrt{3\sqrt{\pi}}} \left(\frac{e \varphi_B}{k T_e} \right)^{5/4} \quad (21)$$

В общем случае не малых φ_B вычисление характеристик солитона, который естественно назвать вынужденным (при $n_B = 0$ солитон отсутствует); произведено численно. Результаты расчетов представлены на рис. 2-6 соответственно для величин n_{iB} , n_{eB} , $n_{e \text{ зах}}$, U_{iB} , φ и E как функций $\tilde{z} - \alpha$, справа от сгустка, при определенных значениях пар параметров V_B и

n_e . Слева от сгустка картина будет симметричной приведенным графикам для всех величин, внутри же сгустка величины принимают соответствующие максимальные значения (постоянные). При рассмотрении представленных на рис.2-6 результатов видно, что качественно картина мало меняется при изменении параметров V_e и n_e в допустимых пределах - с ростом V_e (и n_e) имеет место возрастание максимальных значений всех характеристик солитона и их более крутой спад с ростом \tilde{z} .

В заключение выражаем благодарность А.С.Амбарцумяну за помощь в численных расчетах.

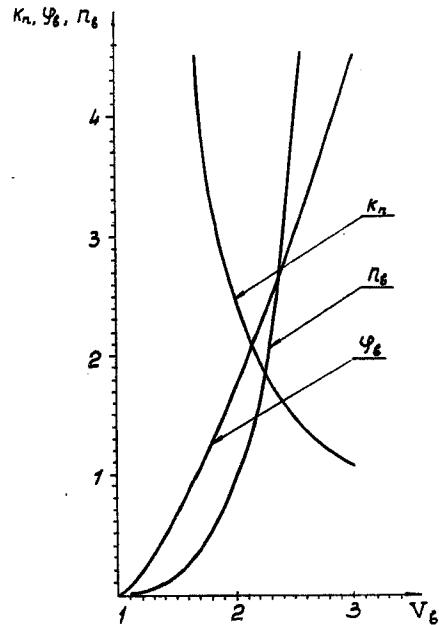


Рис.1 Графики коэффициента увеличения плотности пучка K_n , потенциала φ_e и плотности сгустка n_e как функций скорости V_e . Возбуждение солитона возможно при значениях n_e и V_e , соответствующих точкам графика для $n_e(V_e)$.

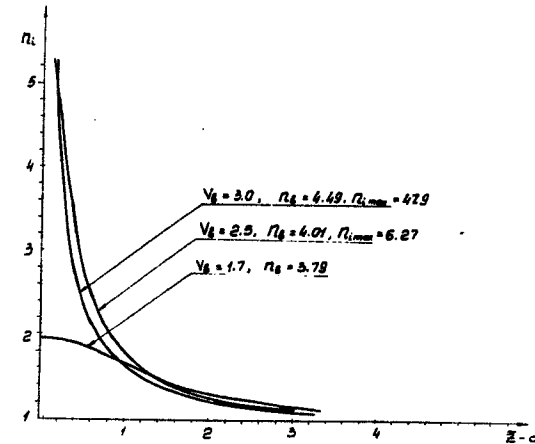


Рис.2 График зависимости плотности ионов плазмы n_i от $\tilde{z}-a$ (вне сгустка) для трех пар значений V_e и n_e .

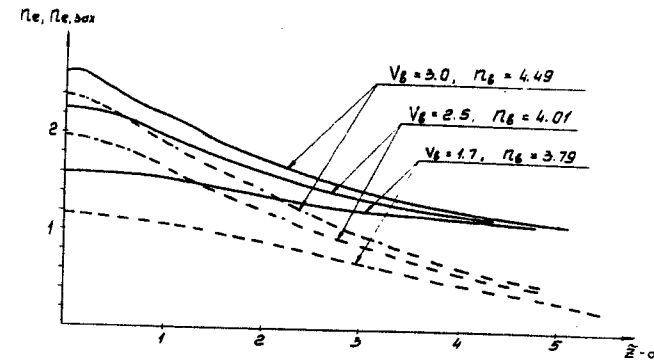


Рис.3 Графики зависимости полной электронной плотности n_e и плотности захваченных в потенциальную яму электронов $n_e, \text{зах}$ от $\tilde{z}-a$, для трех значений пар V_e и n_e .

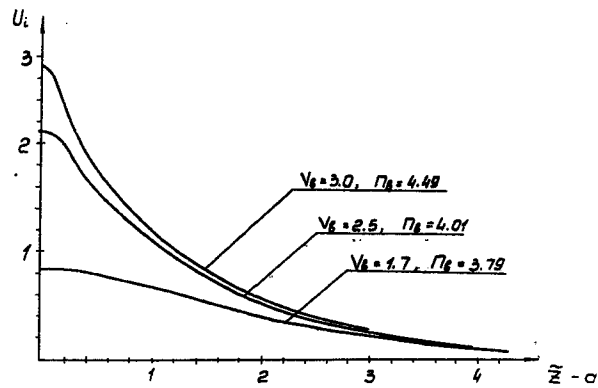


Рис.4 График распределения скорости ионов плазмы U_i вне ступки для трех значений пар параметров V_E и n_E .

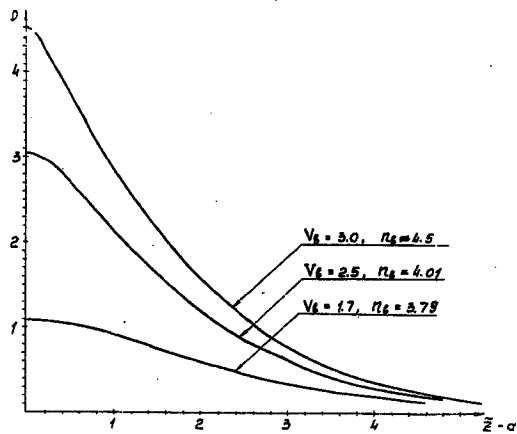


Рис.5 График зависимости потенциала $\psi(\tilde{z})$ вне ступки (справа от неё) при трех значениях пар V_E и n_E .

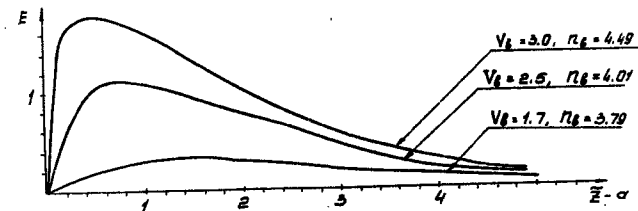


Рис.6 Электрическое поле в плазме справа от ступки для тех же значений V_E и n_E .

ЛИТЕРАТУРА

1. А.М.Гладкий, В.П.Коваленко, П.Н.Кushmanов. Письма в ЖЭТФ, 24, 10, 533, 1956.
2. А.Н.Диденко, В.П.Григорьев, Ю.П.Усов. Мощные электронные пучки и их применение. "Атомиздат". М., 1977.
3. А.А.Рухадзе, Л.С.Богданкевич, С.Е.Росинский, В.Г.Рухлин. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков, "Атомиздат", М.1980.
4. В.П.Коваленко, П.Н.Кushmanов. Физика плазмы, 3, 1284, 1977.
5. А.Тs.Amatuni, M.R.Magomedov, E.V.Sekhposian, S.S.Elbakian, Scientific Report EFI-243(36)-77.
6. А.Ц.Аматуни, М.Р.Магомедов, Э.В.Сехпосян, С.С.Элбакян. Физика плазмы, 5, 85, 1979.
7. А.В.Гуревич ЖЭТФ, 53, 953, 1967.
8. Р.З.Сагдеев. Сборник "Вопросы теории плазмы" под редакцией М.А.Леонтовича, Атомиздат, М., 1964.
9. Е.М.Лифшиц, П.П.Питаевский. Физическая кинетика, "Наука", М., 1979.
10. С.В.Антипов, М.В.Незлин, Е.Н.Снежкин, А.С.Трубников. ЖЭТФ, 76, 1571, 1979.

Рукопись поступила 10-го сентября 1980 г.

Редактор Л.П.Мукаян
Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 849

ВФ-03414

Тираж 299

Препринт ЕФИ

Формат издания 60x84/16

Подписано к печати 9/ХП-80г. I,0 уч.изд.л. Ц. 7 к

Издано Отделом научно-технической информации
Ереванского физического института, Ереван-36, пер.Маркаряна 6