

индекс 3624

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ  
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-443(50)-80

Э.А.МАМИДЖАНЫН, М.М.МУРАДЯН,  
С.О.СОХОЯН

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРПОЛЯЦИЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ  
УСРЕДНЕННЫХ ЯДЕРНО-ЭЛЕКТРОННЫХ КАСКАДОВ,  
ГЕНЕРИРОВАННЫХ АДРОНАМИ КОСМИЧЕСКОГО  
ИЗЛУЧЕНИЯ

ԵՐԵՎԱՆ 1980 ԵՐԵՎԱՆ

БФИ-443(50)-80

Э.А.МАМИДЖАНЫ, М.М.МУРАДЯН, С.О.СОХОЯН

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРПОЛЯЦИЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ УСРЕДНЕННЫХ  
ЯДЕРНО-ЭЛЕКТРОННЫХ КАСКАДОВ, ГЕНЕРИРОВАННЫХ АДРОНАМИ  
КОСМИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Ереван 1980

© Ереванский физический институт, 1980

Исследование флуктуаций характеристик ядерно-электронных каскадов (ЯЭК) методом ионизационного калориметра (ИК) связано с одновременным усреднением экспериментальных данных по нескольким физическим параметрам генерирующего адрона. К числу таких параметров относится зенитный угол падения  $\Theta$  регистрируемого адрона. Изменение величины  $\Theta$  приводит к изменению толщины элементарного слоя поглотителя по закону  $\Delta x / \cos \Theta$ . Возникает необходимость корректного определения значений функции распределения ионизации на дискретных уровнях  $X_n$ , общих для всех регистрируемых ЯЭК.

В настоящей работе описывается метод усреднения ЯЭК, генерированных в однородном поглотителе ИК, практически исключая зависимость исследуемых характеристик от угла  $\Theta$ . Метод основан на параболической интерполяции функции  $Y_n(X_n)$ . Экспериментальные значения измеряемой функции  $Y_{k+i}$  разделяются на группы из четырех соседних точек, где  $K$  - номер группы,  $i$  - номер точки в группе. В каждой группе для некоторой точки  $X_n$ , находящейся в пределах  $X_{K+1} \leq X_n \leq X_{K+2}$  ( $K=0,1,2,\dots$ ), определяются два интерполяционных значения  $y_n'$  и  $y_n''$  по трем

соседним узловым (экспериментальным) точкам следующим образом:

$$y_n' = \frac{(X_n - X_{k+1})(X_n - X_{k+2})}{(X_k - X_{k+1})(X_k - X_{k+2})} y_k + \frac{(X_n - X_k)(X_n - X_{k+2})}{(X_{k+1} - X_k)(X_{k+1} - X_{k+2})} y_{k+1} + \frac{(X_n - X_k)(X_n - X_{k+1})}{(X_{k+2} - X_k)(X_{k+2} - X_{k+1})} y_{k+2}$$

для  $0 \leq i \leq 2$  и

$$y_n'' = \frac{(X_n - X_{k+2})(X_n - X_{k+3})}{(X_{k+1} - X_{k+2})(X_{k+1} - X_{k+3})} y_{k+1} + \frac{(X_n - X_{k+1})(X_n - X_{k+3})}{(X_{k+2} - X_{k+1})(X_{k+2} - X_{k+3})} y_{k+2} + \frac{(X_n - X_{k+1})(X_n - X_{k+2})}{(X_{k+3} - X_{k+1})(X_{k+3} - X_{k+2})} y_{k+3}$$

для  $1 \leq i \leq 3$ .

Уровень регистрации  $X_{k+i}$  ионизационного толчка в ЯЭК вдоль траектории падающего адрона равен:

$$X_{k+i} = \frac{\Delta X}{\cos \theta} (k+i),$$

где  $\Delta X$  - толщина элементарного слоя поглотителя в ИК.

Подставляя значения  $X_{k+i}$  в выражения для  $y_n$ , после несложных преобразований получим:

$$y_n' = \frac{1}{2} (z_n - 1)(z_n - 2) y_k - z_n (z_n - 2) y_{k+1} + \frac{1}{2} z_n (z_n - 1) y_{k+2}$$

$$y_n'' = \frac{1}{2} (z_n - 2)(z_n - 3) y_{k+1} - (z_n - 1)(z_n - 3) y_{k+2} + \frac{1}{2} (z_n - 1)(z_n - 2) y_{k+3}$$

где  $z_n = n \cos \theta - k$ .

Окончательное значение  $y_n$  определяется как среднее от  $y_n'$  и  $y_n''$ :

$$y_n = \frac{1}{4} [(z_n - 1)(z_n - 2)(y_{k+3} + y_k) + (z_n + 3)(2 + z_n) y_{k+1} + (6 - z_n)(z_n - 1) y_{k+2}] \quad (I')$$

При этом функция  $y_n$  определена в области  $X_n \geq \frac{\Delta X}{\cos \theta} = X_1$ .

Для области  $X_n < X_1$ , выражение  $y_n$  заменяется экспоненциальной функцией, проведенной через экспериментальную точку  $y_1$ . В этом случае формула (I') принимает вид:

$$y_n = \frac{1}{4} \left\{ (z_n - 1)(z_n - 2) y_1 - 2 z_n (z_n - 2) y_2 + z_n (z_n - 1) y_3 - \exp[(z_n + 1) \ln y_2] \right\} \quad (I'')$$

Для ЯЭК, энергия которых полностью поглотилась в веществе ИК, крайнее значение функции  $y_{k+i}$  считается в среднем равной порогу регистрации канала  $d$ . Однако в ряде случаев часть энергии ЯЭК выносится за пределы ИК. Измерение энергии таких каскадов рассматривалось рядом авторов (напр., [1,2]). Основываясь на измеренных зависимостях пробега поглощения потока энергии ЯЭК от величины энергии и длины каскада [2], за крайнее узловое значение функции  $y_{k+i}$  для таких каскадов мы примем среднюю ионизацию каскадов с данной наблюдаемой длиной ( $\geq m$  рядов) в фиксированном энергетическом интервале, подсчитанную по методу [2]. На рис.1 приведены зависимости средней ионизаций в конце наблюдаемого каскада от измеряемых в ИК длины и энергии. Аппроксимация экспериментальных точек дает следующую зависимость  $J_m$  от  $m$  и  $E$ :

$$J_m(m, E) \approx 2,8 + \exp(0,4m - 6,93) \left( \frac{E}{3,9} \right), \quad (2)$$

где  $E$  измеряется в Гэв-ах.

На рис.2 приводится результат интерполяции случайно выбранного расчетного ЯЭК, смоделированного по методу М-К [3]. За

узловые точки интерполяции взяты уровни  $X_n = 6 \cdot t_0$  ( $t_0$  - радиационный пробег в  $Fe$ ). Из рисунка видно, что описанная выше интерполяция вполне удовлетворительно описывает форму исследуемой кривой ЯЭК.

На рис. 3а показано распределение относительного отклонения интерполяции  $y_n$  и расчетной ионизации  $y_p$   $\Delta y/y_n = (y_p - y_n)$  для моделированных ЯЭК. Здесь величина ионизации вычислялась на каждом уровне  $\Delta t = t_0$  от начала генерации ЯЭК. Аналогично предыдущему за узловые точки интерполяции взяты каждая шестая точка  $X_n$ .

На рис. 3б изображены зависимости среднего  $\langle \Delta y/y_n \rangle$  и дисперсии  $\sigma$  относительного отклонения от глубины поглощения ЯЭК. Из рисунка видно, что предложенный метод интерполяции одинаково эффективен по всей глубине поглощения ЯЭК при  $X \geq \langle X_m \rangle$  ( $\langle X_m \rangle$  - средняя глубина максимума ЯЭК).

На рис. 4 даются усредненные ЯЭК, моделированные при разных углах генерации  $\theta$  и приведенные к вертикальному направлению по вышеописанному методу. Распределение  $\theta$  взято в виде

$$W(\theta) = A \cos^6 \theta,$$

где величина  $A$  определяется из условия нормировки  $\int_0^{\theta_m} W(\theta) d\theta = 1$ . Верхний предел разыгрываемого  $\theta = 35^\circ$  взят согласно геометрии экспериментальной установки "Пион" [4].

Как видно из рисунка, применение интерполяции при усреднении каскадов значительно меняет ход кривой поглощения ЯЭК.

Применение интерполяции при обработке экспериментальных ЯЭК позволяет также значительно увеличить точность определения энергии генерирующего адрона. Для сравнения различных методов

вычисления энергии адрона в ИК нами проведены следующие исследования. Поскольку измерение энергии ЯЭК сводится к определению площади под ионизационной кривой поглощения, для разыгранных по М-К ЯЭК с фиксированными энергиями 0,5 Тэв и 1,0 Тэв [3] построены распределения вычисляемых энергий двумя различными методами (см. рис. 5).

Сплошной гистограммой показано распределение энергий, рассчитанных общепринятым в калориметрической методике приближением:  $S_i = \sum \Delta X_i y_i$ . Применение интерполяционных формул (1-2) позволяет существенно увеличить число фиксированных значений  $y_n$ , что дает возможность в машинной обработке применять более совершенные методы численного интегрирования. Пунктирной гистограммой (рис. 5) показано распределение энергий, рассчитанных по формуле Симпсона для 60-ти значений функций  $y_n$ .

Можно показать, что дисперсия распределения вычисленной энергии с применением интерполяции в 2,5-3 раза меньше, чем в общепринятом приближении. Это свидетельствует о том, что использование предложенного метода более чем вдвое увеличивает точность определения энергии генерирующего адрона в каждом индивидуальном случае генерации ЯЭК.

Предлагаемый метод обработки индивидуальных ЯЭК в однородном поглотителе практически исключает зависимость исследуемых характеристик ЯЭК от зенитного угла падения генерирующего адрона и повышает точность определения энергии до  $\Delta E/E_0 \approx 8\%$ .

В заключение авторы выражают благодарность Авакяну В.В. за проявленный интерес и полезные замечания.

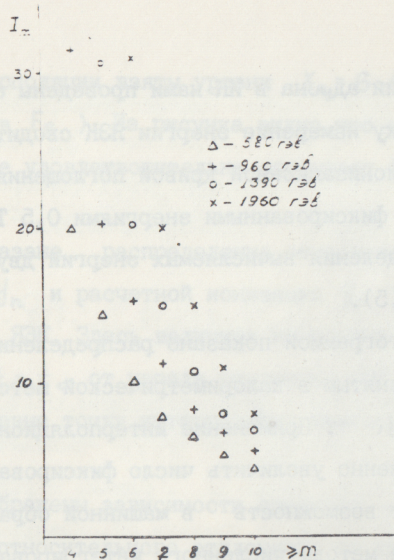


Рис.1 Зависимость средней ионизации  $I_m$  в конце экспериментально наблюдаемого каскада от энергии  $E$  и размеров каскадов,  $m$  - число сработавших рядов.

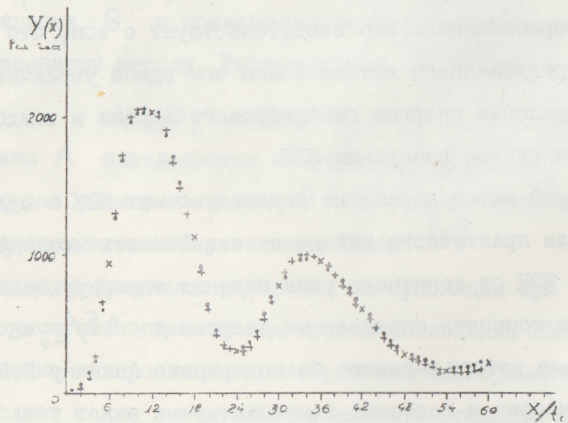


Рис.2 Ядерно-электронные каскады:  $x$  - узловые точки,  $\bullet$  - расчетные точки,  $+$  - результат интерполяции

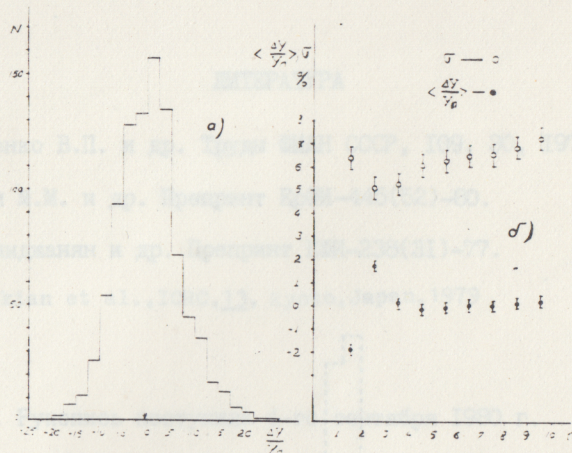


Рис.3 а) Распределение относительного отклонения интерполяции и расчетной ионизации  $Y_p$ .  
 б) Зависимость среднего  $\langle \frac{\Delta Y}{Y_n} \rangle$  и дисперсии относительного отклонения  $\sigma^2$  от глубины поглотителя ЯЭК.

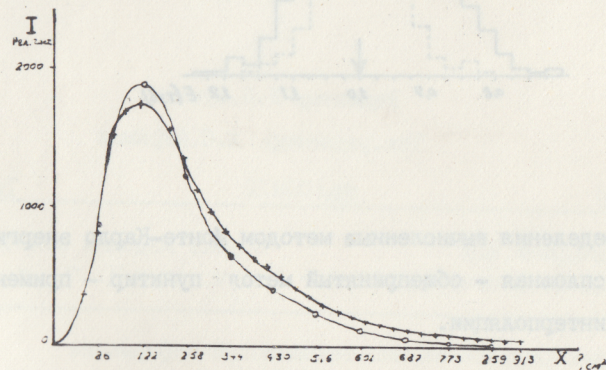


Рис.4 Усредненные расчетные ЯЭК: с учетом среднего угла падения  $\theta$ ,  $+$  - построение интерполяционным методом.

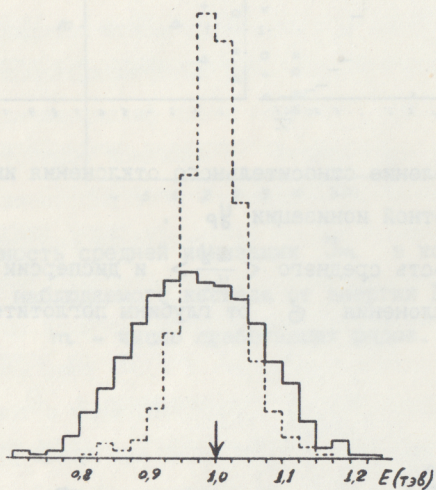


Рис.5 Распределения вычисленные методом Монте-Карло энергии ЯЭЖ; сплошная - общепринятый метод пунктир - применением интерполяции.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Павлюченко В.П. и др. Труды ФИАН СССР, 109, 30, 1979.
2. Мурадян М.М. и др. Препринт ЕрФИ-445(52)-80.
3. Э.А.Мамиджян и др. Препринт ЕФИ-238(31)-77.
4. V.V.Avakian et al., ICRC, 13, Kyoto, Japan, 1979

Рукопись поступила 4-го сентября 1980 г.