ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-465(7)-81

Г.Г.АКОПЯН, Г.В.АРУСТАМЯН, П.И.ГАЛУМЯН

К МЕТОДУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ И УГЛОВ ВЫЛЕТА НЕЙТРАЛЬНЫХ МЕЗОНОВ ПО ДВУХФОТОННОМУ РАСПАДУ

ԵՐԵՎԱՆ 1981 ЕРЕВАН

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-465(7)-81

Г.Г.АКОПЯН, Г.В.АРУСТАМЯН, П.И.ГАЛУМЯН

К МЕТОДУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ И УГЛОВ ВЫЛЕТА НЕЙТРАЛЬНЫХ МЕЗОНОВ ПО ДВУХФОТОННОМУ РАСПАДУ

Ереван 1980

Как известно, традиционный метод регистрации нейтральных мезонов (π^0, η^0), имеющих моду распада на 2γ, состоит в измерении энергии γ-квантов (K_1, K_2) и угла φ между ними двумя счетчиками полного поглощения. Энергия и угол вылета первичной частицы определяются из соотношений

$$\begin{aligned} E &= K_1 + K_2 \\ \vec{K} &= \vec{K}_1 + \vec{K}_2 . \end{aligned} \qquad (1)$$

Ошибка измерения энергии частицы $\sigma(E)$ обусловлена энергетическим разрешением γ-счетчиков $\sigma_1(K_1)$ и $\sigma_2(K_2)$ и равна

$$\sigma(E) = \sqrt{\sigma_1^2(K_1) + \sigma_2^2(K_2)} . \qquad (2)$$

При этом ошибка измерения угла φ определяется апертурными размерами γ-счетчиков.

Развитие техники координатных детекторов - проволочных и искровых камер, совместно с применением методики конвертирования γ-квантов, позволили значительно улучшить координатную точность регистрации γ-квантов. Радикальный метод улучшения качества спектрометрии был предложен в 1965 году в работе Тау [1], где было показано, что повышение угловой точности регистрации γ -квантов позволяет существенно повысить энергетическое разрешение σ (E) при использовании соответствующей методики обработки.

Суть предложенного метода обработки заключается в следующем. Как известно, между кинематическими параметрами 2γ -распада K_1 , K_2 , φ существует соотношение

$$K_1 K_2 = \frac{\mu^2}{2(1-\cos\varphi)} \quad , \qquad (3)$$

где μ -масса первичной частицы. Предполагая, что угловое разрешение по сравнению с энергетическим намного точнее, что выражается условием:

$$\frac{\sigma(\varphi)}{tg\frac{\varphi}{2}} << \sqrt{\frac{\sigma^2(K_1)}{K_1^2} + \frac{\sigma^2(K_2)}{K_2^2}}\, , \qquad (4)$$

ошибкой измерения φ можно пренебречь. Точное измерение угла φ позволяет определить величину A

$$A = \frac{\mu^2}{2(1-\cos\varphi)}$$

и тем самым гиперболу в плоскости (K_1,K_2), на которой находится кинематическая точка (K_1°, K_2°). В то же время, из-за энергетического разрешения γ -счетчиков измеренные значения энергий γ -квантов (K_1 , K_2) разбросаны относительно кинематических (K_1°, K_2°) и в общем случае не находятся на гиперболе (3).

В работе Тау было предложено заменять измеренные значения энергий K_1, K_2 в формуле (I) "наиболее вероятными" значениями K_1', K_2' определяя их как точку на гиперболе (3), ближайшую к экспериментальной (K_1, K_2). Расчеты, выполненные в той же работе методом Монте-Карло показали, что предложенный метод обработки спектрометрической информации существенно улучшает точность определения энергии первичной частицы при условии энергетического разрешения γ -счетчиков $\sigma(K)/K \ll 1$. Этот метод был использован в работе [2] при обработке данных по сечениям фоторождения π° на протонах и нейтронах.

Суть настоящей работы заключается в оптимизации методики обработки экспериментальной информации, предложенной в [1], что позволяет сравнительно улучшить точность определения энергии и угла вылета первичной частицы.

Метод обработки

Энергетическое разрешение каждого из γ -счетчиков σ_1 (K_1) и σ_2 (K_2) определяет разброс измеренных значений энергий γ -квантов K_1 и K_2 относительно истинных кинематических K_1°, K_2° с известной вероятностью

$$P(K_1, K_2, K_1^{\circ}, K_2^{\circ}) = \frac{1}{2\pi\sigma_1(K_1^{\circ})\sigma_2(K_2^{\circ})} exp - \left[\frac{(K_1 - K_1^{\circ})^2}{2\sigma_1(K_1^{\circ})^2} + \frac{(K_2 - K_2^{\circ})^2}{2\sigma_2(K_2^{\circ})^2}\right]. \quad (5)$$

При данных измеренных значениях энергий K_1, K_2 наиболее вероятные значения K_1', K_2', лежащие на гиперболе (3), определяются из условий:

$$P(K_1, K_2, K_1^{\circ}, K_2^{\circ}) = max$$
$$K_1' K_2' = A,$$

которые в пренебрежении энергетической зависимости произведения $\sigma_1(K_1') \cdot \sigma_2(K_2')$ в пределах разброса экспериментальных значений K_1 и K_2 можно записать как

$$\frac{(K_1 - K_1')^2}{\sigma_1 (K_1')^2} + \frac{(K_2 - K_2')^2}{\sigma_2 (K_2')^2} = min \qquad , \tag{6}$$
$$K_1' \, K_2' = A$$

В частном случае одинаковых энергетических разрешений $\sigma_1(K_1) = \sigma_2(K_2)$ уравнения (6) записываются как

$$(K_1 - K_1')^2 + (K_2 - K_2')^2 = min \tag{7}$$
$$K_1' \, K_2' = A \qquad ,$$

что совпадает с методом определения K_1', K_2' работы [I]. Как нетрудно видеть, геометрическая интерпретация методов нахождения K_1', K_2' достаточно проста. Уравнения (6) и (7) определяют K_1', K_2' как точку касания гиперболы (3) с эллипсом и с окружностью соответственно (рис.I). Для обоснования корректности и преимущества метода обработки (6) были проведены вычисления методом Монте-Карло. Кроме того, процедуры минимизации (6) и (7) удалось описать аналитически в приближении первого порядка малости по σ (E)/E при σ (K) ~ K^{λ}. Соответственно были проведены и аналитические вычисления и сравнены с результатами расчетов методом Монте-Карло.

Расчеты и результаты

I. Расчеты по методу Монте-Карло энергетического и углового разрешения первичной частицы включали:

а) моделирование кинематики распада $\pi^0 \to 2\gamma$ с фиксированной энергией E_{π^0} =I ГэВ, получение K_1^0, K_2^0 и A ;

б) моделирование разброса энергии γ -квантов по нормальному закону со стандартным отклонением σ (K), в предположении идентичности γ -счетчиков ($\sigma_1(K) = \sigma_2(K)$). В расчетах были использованы два вида энергетической зависимости разрешения:

I $- \sigma(K) = 0.15 \cdot K$, согласно работе [I],

2 $- \sigma(K) = 0.085 \cdot \sqrt{K}$, соответствующее разрешению черенковского спектрометра на основе свинцового стекла;

в) определение значений энергий γ квантов K_1' , K_2' в соответствии с выражениями (6) и (7);

г) определение кинематических параметров первичной частицы (см.(I)). Получение статистических распределений, расчет средних величин и дисперсий.

Монте-карло моделирование имело таким образом чисто схематический характер, что было однако достаточно для проверки методики обработки.

2. Аналитический метод расчета заключается в аналитическом определении значений K_1', K_2' согласно процедурам обработки (6) и (7), в приближении первого порядка малости по $\sigma(K)/K$. Соответственно энергетическое и угловое разрешение первичной частицы определяются из выражений:

$$\sigma^2(E^\circ) = \iint (E' - E^\circ)^2 \cdot P(K_1, K_2, K_1^\circ, K_2^\circ) \cdot dK_1 \cdot dK_2 \, . \qquad (8)$$

$$\sigma^2(\theta^\circ) = \iint (\theta' - \theta^\circ)^2 \cdot P(K_1, K_2, K_1^\circ, K_2^\circ) \cdot dK_1 \cdot dK_2 \; ,$$

где E° , θ°-кинематические значения энергии и угла, а E' , θ' -те же параметры, определенные из (I) на основе расчетных значений K_1' , K_2' . Вероятность разброса экспериментальных значений K_1, K_2 относительно кинематических K_1°, K_2° определена выражением (5). Энергетическая зависимость разрешения взята в общем виде $\sigma(K) = C \cdot K^\lambda$, где C и λ определяются параметрами

γ -счетчиков.

В итоге для K_1' , K_2', $\sigma(\mathring{E})$, $\sigma(\theta^\circ)$ в рамках скорректированного метода (6) получены следующие выражения:

$$K_1' = K_1 + \frac{K_2^{1-2\lambda}(A-K_1K_2)}{K_1^{2-2\lambda}+K_2^{2-2\lambda}}\,, \quad \sigma(E^\circ) = \frac{C\cdot\left[(K_1^{\circ 2}-A)^2 K_1^{\circ -2\lambda} + (K_2^{\circ 2}-A)^2 K_2^{\circ -2\lambda}\right]^{1/2}}{K_1^{\circ\, 2-2\lambda} + K_2^{\circ\, 2-2\lambda}}$$

$$K_2' = K_2 + \frac{K_1^{1-2\lambda}(A-K_1K_2)}{K_1^{2-2\lambda}+K_2^{2-2\lambda}}\,, \quad \sigma(\theta^\circ) = \frac{4\cdot A\cdot C\cdot K_1^{\circ 2}\left[ctg^2\frac{\psi}{2} + \left(\frac{K_1^\circ - K_2^\circ}{K_1^\circ + K_2^\circ}\right)^2\right]^{-1/2}}{(K_1^{\circ 2}+A)^2(K_1^{\circ\, 2-2\lambda}+K_2^{\circ\, 2-2\lambda})^{1/2}} \qquad (9)$$

Согласно формулам (9) , результаты аналитических расчетов σ (E) и σ (θ) могут быть масштабированы по константе C.

Полученные результаты показаны на рис.2 и 3. По осям абсцисс отложен параметр асимметрии распада $X=K_1^\circ/K_2^\circ$, по осям ординат энергетическое и угловое разрешения $\sigma(E^\circ)/E^\circ$ и $\sigma(\theta^\circ)$. Результаты вычислений методом Монте-Карло представлены сплошной линией, аналитических - прерывистой линией.

Данные по энергетическому и угловому разрешению первичной частицы получены тремя следующими методами:

I - Без замены K_1 , K_2 на K_1', K_2' в (I).

II - По методу, предложенному в работе [I] , согласно процедуре минимизации (7).

III - По скорректированному методу, согласно процедуре минимизации (6).

Как видно из рисунков, в целом скорректированный метод обеспечивает лучшее энергетическое и угловое разрешение в сравнении с остальными. Как и ожидалось, для симметричной пары (X=I) методы II и III дают одинаковые результаты.

Как видно из рисунков, аналитические вычисления энергетического и углового разрешений достаточно удовлетворительно согласуются с монте-карло вычислениями, что указывает на возможность использования аналитического метода в данном приближении.

В заключение авторы выражают благодарность профессору Г.А.Вартапетяну за полезные обсуждения.

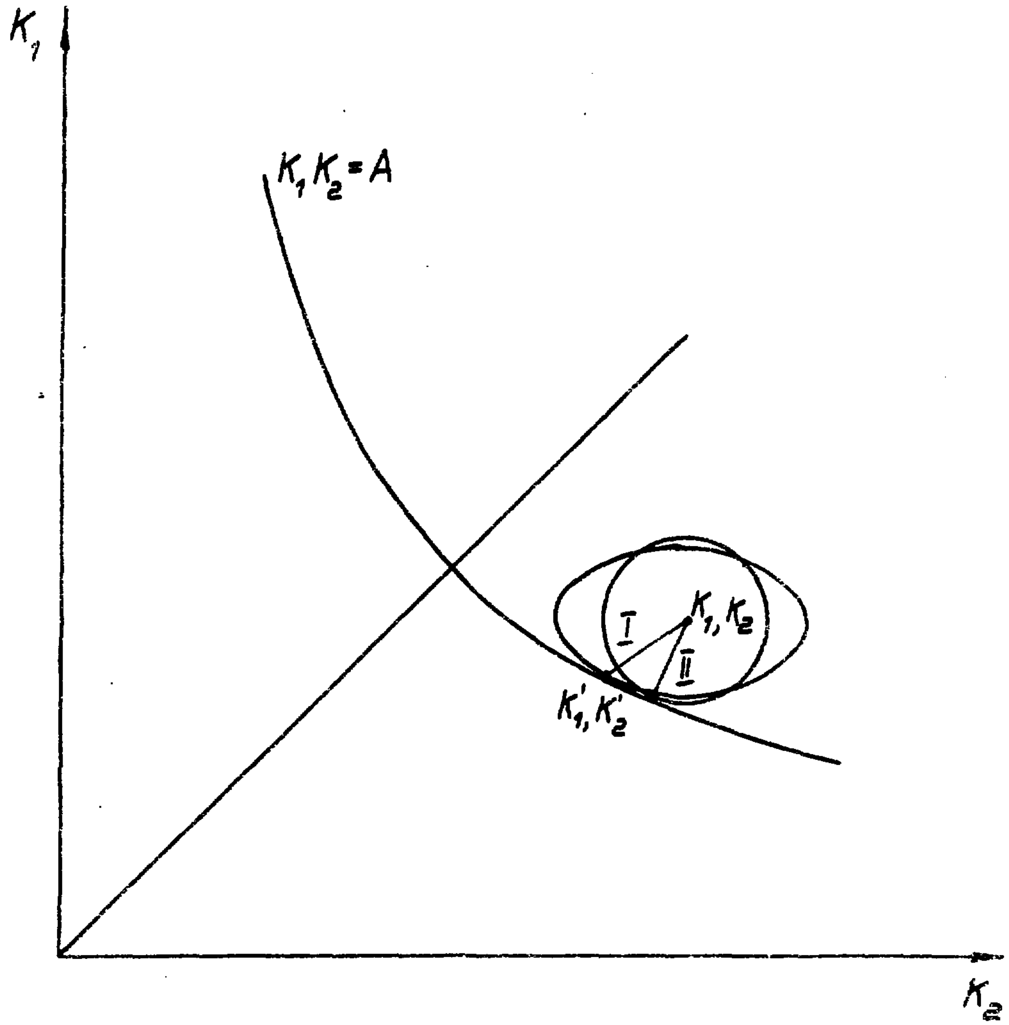

Рис.I

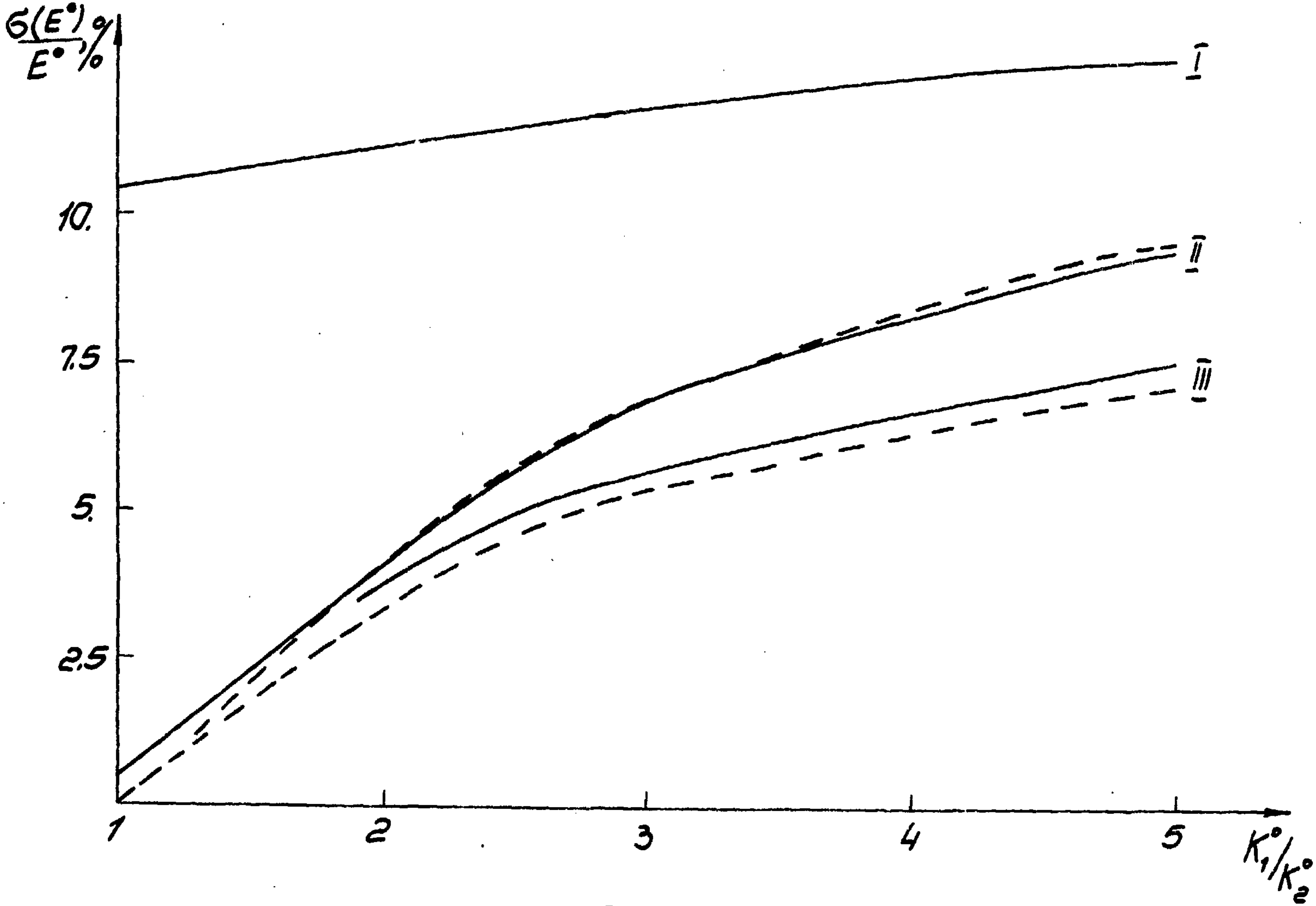

Рис.2а

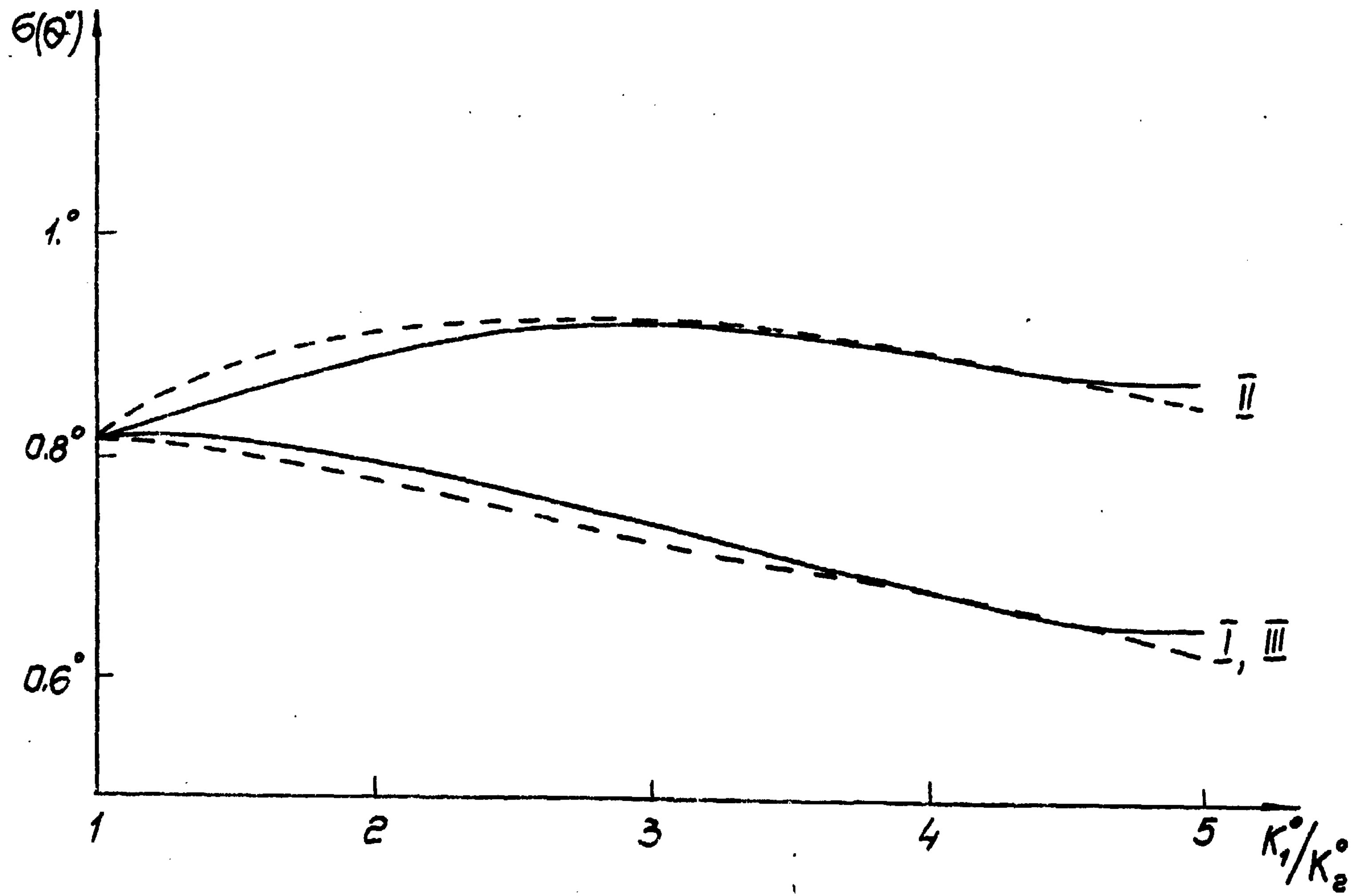

Рис.2б

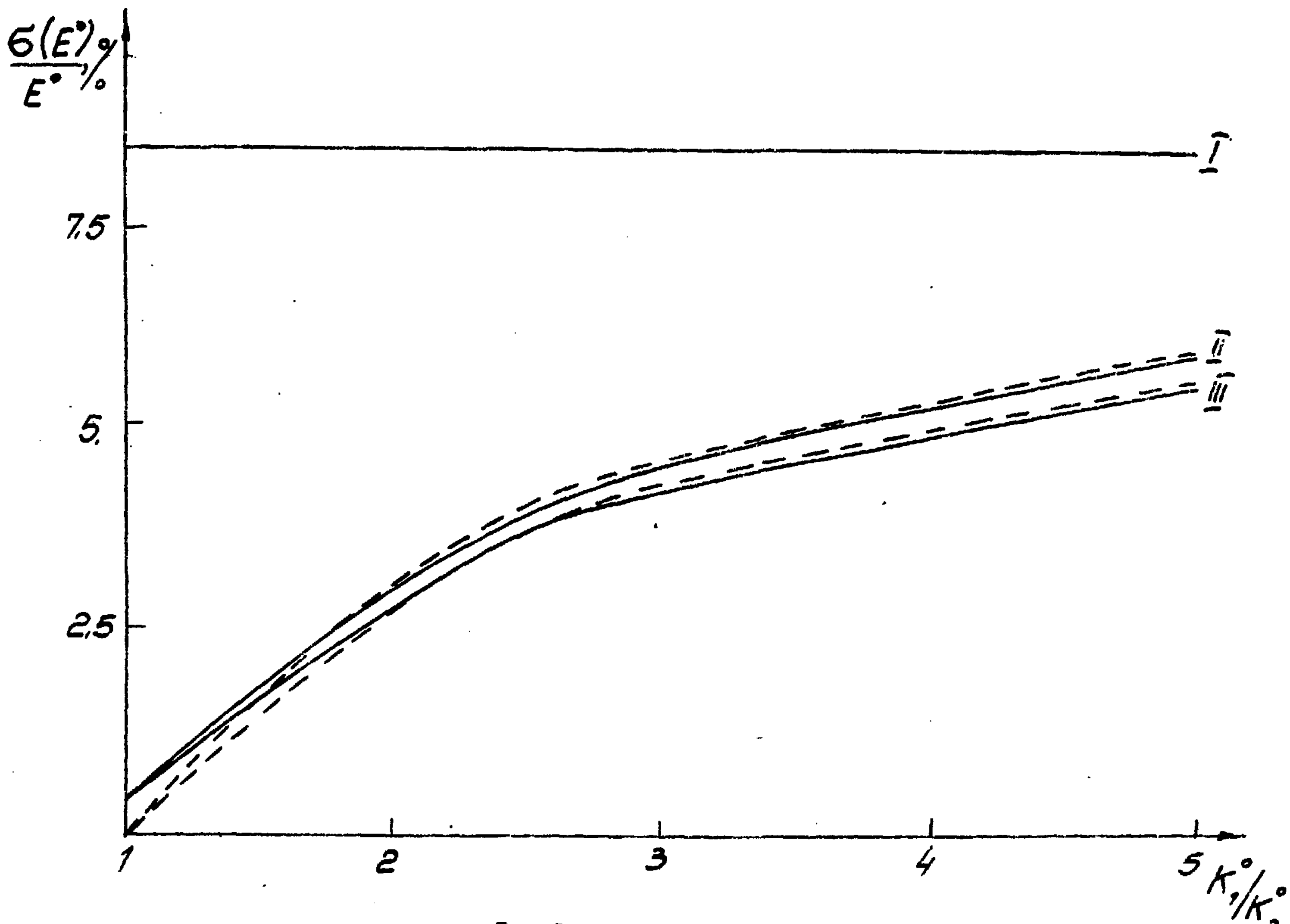

Рис.3а

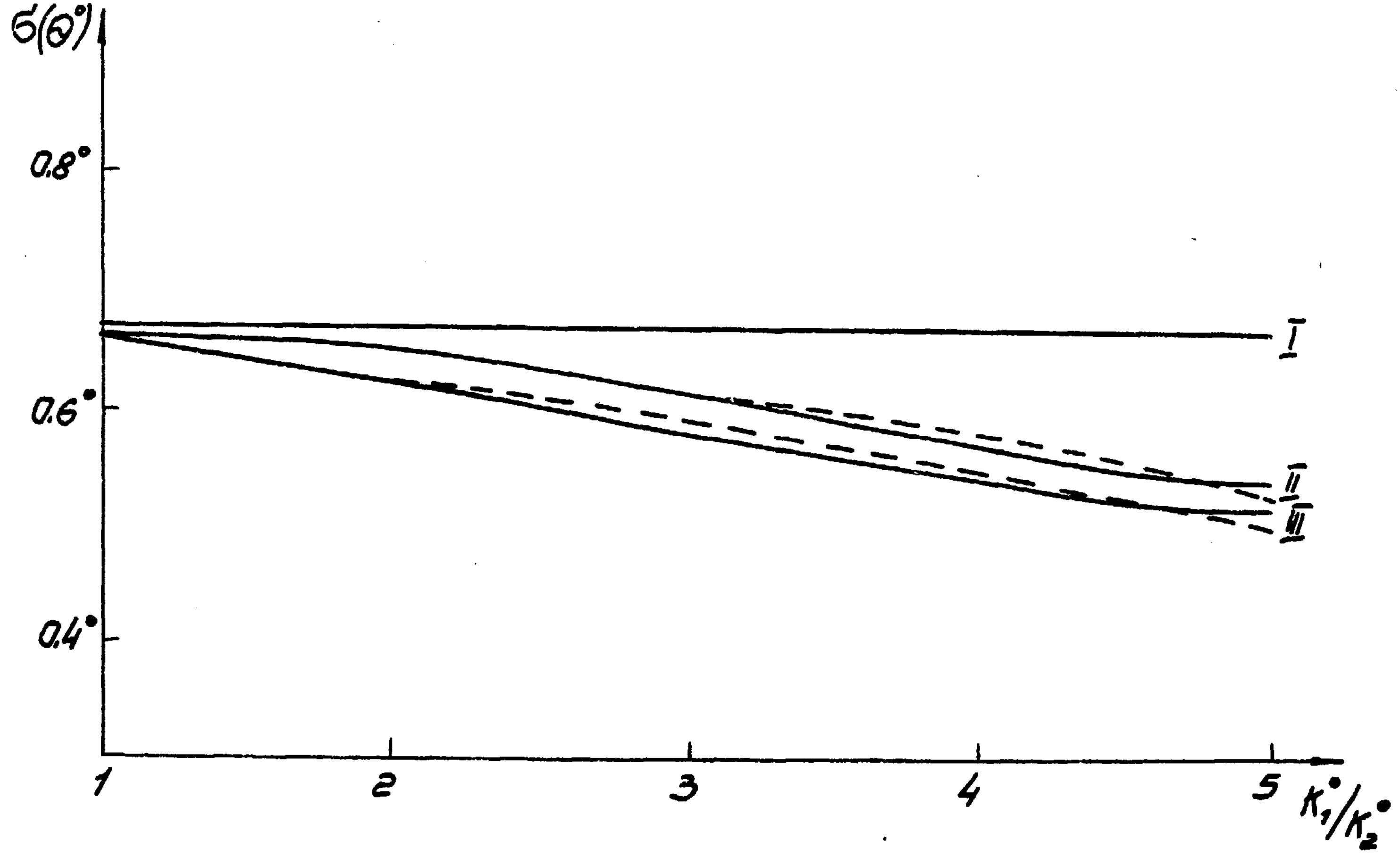

Рис.36

ПОДПИСИ К РИСУНКАМ

Рис.I Геометрическая интерпретация нахождения "наиболее вероятных" значений K_1', K_2'. I – скорректированным методом, П – методом Тау.

Рис.2(а,б) Расчет по методу Монте-Карло энергетического (а) и углового (б) разрешения π^0-мезона при $\sigma(K) = 0.15K$. Энергия восстанавливается по скорректированному (Ш) и нескорректированному (П) методам. I-случай обычной обработки. Прерывистые линии – аналитический расчет.

Рис.3(а,б) Расчет по методу Монте-Карло энергетического (а) и углового (б) разрешения π^0-мезона при $\sigma(K) = 0.085\sqrt{K}$. Обозначения как на рис.2.

ЛИТЕРАТУРА

[1] L.Tau Nucl.Instr.Meth. 34, 352, 1965.

[2] Y.Hemmi et al. Nucl.Phys. B55, 333, 1973.

Рукопись поступила I5-го января I98I г.

Редактор Л.П.Мукаян

Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ I29 ВФ-0484I Тираж 299

Препринт ЕФИ Формат издания 60x84/I6

Подписано к печати I4/III-8Iг. I,0 уч.изд.л.Ц. 7 к.

Издано Отделом научно-технической информации
Ереванского физического института,Ереван-36,пер.Маркаряна 2

индекс 3624