

**ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ**  
**ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

---

---

**ЕФИ-474(17)-81**

**С.Г. АРУТЮНЯН**

**ПОДАВЛЕНИЕ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ  
ИНТЕНСИВНОГО ПУЧКА**

**ԵՐԵՎԱՆ 1981 ԵՐԵՎԱՆ**

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-474(17)-81

С. Г. АРУТЮНЯН

ПОДАВЛЕНИЕ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ  
ИНТЕНСИВНОГО ПУЧКА

Ереван 1981

© *Ереванский физический институт, 1981*

Известно, что непрерывный кольцевой ток не излучает (см., например [1], а также [2], задачи 89, 249). В данной работе выясняются условия, при которых может происходить взаимопогашение полей синхротронного излучения частиц реальных пучков.

Классические выводы интенсивности и спектра синхротронного излучения основаны на разложении по малому отношению радиуса траектории к расстоянию до точки наблюдения [3].

Выводы формул для синхротронного излучения в виде интеграла Фурье даны в [4], в этом случае получаются, однако, медленно сходящиеся ряды по функциям Бесселя с индексом  $n$  и аргументом  $n\beta$ ,  $n = 1, 2, \dots$ ,  $\beta c$  - модуль скорости частицы. Число основных членов такого ряда порядка  $\gamma^3$  ( $\gamma$  - лоренц-фактор частицы), что затрудняет работу с ними.

В данной работе это затруднение обходится использованием расчетов одновременной картины поля вблизи траектории частицы, полученных с помощью решения уравнения запаздывания для потенциалов Лиенара-Вихерта [5-8]. Найденные формулы для полей позволяют выяснить основные свойства синхротронного излучения одной частицы вблизи её траектории, так, например, показано, что энергия поля частицы сосредоточена в основном в области пространст-

ва с сильной  $\gamma$ -зависимостью полей ( $\gamma$ -области). На основе геометрических характеристик получено условие перекрытия  $\gamma$ -областей разных частиц пучка, являющееся критерием подавления синхротронного излучения пучка.

### § I Поля в $\gamma$ -области

Как показано в [5-8], максимальные значения полей ультрарелятивистской заряженной частицы, движущейся по окружности радиуса  $R$ , наблюдаются в характерной области пространства с малыми поперечными размерами и ориентированной вдоль радиуса вблизи траектории. Здесь поля пропорциональны  $\gamma^4$ , а вне этой  $\gamma$ -области вообще не зависят от  $\gamma$ . Можно показать, что  $\gamma$ -область является геометрическим местом точек сигналов, рассматриваемых в один и тот же момент времени  $t$ , когда они испущены под углами, меньшими  $\gamma^{-1}$  относительно касательной к траектории в запаздывающей точке.

Определим ширину этой области, которая, очевидно, максимальна в плоскости орбиты. Введем две вспомогательные линии - местоположение сигналов, испущенных частицей в плоскости орбиты под углами  $\pm \gamma^{-1}$  по отношению к касательной. Ширину  $\gamma$ -области, определенную как минимальное расстояние между этими линиями, можно оценить используя следующее геометрическое построение (см. рисунок I).

Рассмотрим два запаздывающих положения частицы на траектории  $A$  и  $B$  такие, при которых сигнал испущенный в момент времени  $t$  из  $A$  под углом  $+\gamma^{-1}$  к касательной в точке  $A$  и сигнал испущенный в момент времени  $t$  из  $B$  под углом  $-\gamma^{-1}$  к касательной в точке  $B$  движутся по одной и той же прямой. Пусть  $A'$  и  $B'$  - положения

сигналов в момент времени  $t$ , испущенных из  $A'$  и  $B'$ , соответственно. Тогда расстояние между точками  $A$  и  $B$ , принадлежащими вспомогательным линиям, равно

$$|AB| = 2R(\beta' \gamma^{-1} - \sin \gamma^{-1}). \quad (I)$$

Видно, что найденное выражение для ширины  $\gamma$ -области не содержит времен  $t$ ,  $t'$ ,  $t''$ , т.е. справедливо в любом её месте и порядка  $4R\gamma^{-3}/3$  при больших  $\gamma$ .

Достаточно просто можно выяснить также высоту  $Z$   $\gamma$ -области равную:  $Z(x) \approx \sqrt{2xR} \gamma^{-1}$ , где  $x$  - радиальное отклонение точки  $\gamma$ -области от орбиты, много меньшее её радиуса  $R$ .

Поля в  $\gamma$ -области вблизи траектории движения можно найти, разлагая точные формулы полей по параметру, определенному как отношение времени запаздывания  $t - t'$  к характерному времени задержки  $\sim R/c$ . Здесь  $t'$  - запаздывающий момент времени, соответствующий точке наблюдения с координатами  $(R(1+\delta), \phi, R\xi)$  в цилиндрической системе координат, связанной с траекторией движения частицы. Угол  $\phi$  отсчитывается в направлении вращения частицы,  $\delta$  и  $\xi$  представляют радиальное и вертикальное отклонения точки наблюдения от орбиты в единицах радиуса  $R$ .

В плоскости орбиты ( $\xi=0$ ) для электрического поля  $\vec{E}$  и магнитного поля  $\vec{H}$  в  $\gamma$ -области при  $|\delta| \ll 1$  имеем [6-8]

$$\frac{R^2}{e} \vec{E} \approx \frac{2\sqrt{2} \gamma^4 (1-\eta^2)}{(1+\eta^2)^3} (\vec{e}_1(\phi) \delta^{-1/2} - \sqrt{2} \vec{e}_2(\phi)), \quad (2)$$

$$\frac{R^2}{e} \vec{H} \approx - \frac{2\sqrt{2} \gamma^4 (1-\eta^2)}{(1+\eta^2)^3} \delta^{1/2} \vec{e}_3, \quad (3)$$

где  $\vec{e}_1(\phi)$ ,  $\vec{e}_2(\phi)$ ,  $\vec{e}_3$  - радиальный, тангенциальный и вертикальный единичные орты, соответствующие азимуту  $\phi$  и образующие правую систему векторов. Параметр  $\eta$  определяется через угловое отклонение  $\xi \chi^{-3}$  точки наблюдения от линии максимальных полей  $\phi = - (2\delta)^{3/2} / 3$  посредством уравнения

$$\eta^3 + 3\eta - 6\xi = 0. \quad (4)$$

Множитель  $(1-\eta^2)/(1+\eta^2)^3$  имеет положительный максимум при  $\eta = 0$  ( $\xi = 0$ ) и два отрицательных минимума при  $\eta = \pm \sqrt{2}$  (угловое отклонение  $\xi \chi^{-3} = \pm 5/3\sqrt{2} \chi^3$ ).

Выражения (2) и (3) для полей в  $\chi$ -области позволяют вычислить интенсивность излучения одной частицы.

## § 2. Синхротронное излучение одной частицы

Несмотря на малые поперечные размеры  $\chi$ -области (ширина  $\sim \chi^{-3}$ , высота  $\sim \chi^{-1}$ ) энергия электромагнитного поля в ней  $\sim \chi^4$ . Вне этой области поле не зависит от  $\chi$ , следовательно, при достаточно больших  $\chi$  энергия поля частицы, движущейся по окружности, в основном сосредоточена в её  $\chi$ -области.

Оценим энергию поля  $\mathcal{E}_\chi$  в этой области вблизи траектории движения, пользуясь выражениями для полей (2) и (3). Пренебрегая зависимостью поля от угла  $\xi \chi^{-3}$  и полагая, что в  $Z$ -направлении поле порядка его величины на орбите найдем

$$\mathcal{E}_\chi \approx \frac{2e^2}{\pi R} \sqrt{\frac{2x}{R}} \chi^4, \quad x \ll R, \quad (5)$$

где величина поля берется при таком угловом отклонении

$$\xi \gamma^{-3}, \text{ что } (1 - \eta^2) / (1 + \eta^2)^3 = 1 / \sqrt{2}.$$

Эта энергия генерируется зарядом в течение времени  $\tau$  прохождения сектора с углом  $\sqrt{2x/R}$ . Запишем отношение  $\mathcal{E}_\gamma / \tau = I_0$ , в виде

$$I_0 = \frac{2e^4 H_0^2 \gamma^2}{\pi m^2 c^3}, \quad (6)$$

где радиус орбиты  $R$  выражен через внешнее магнитное поле  $H_0$ . Видно, что полученное выражение порядка полной интенсивности синхротронного излучения.

Выведем ту же формулу для интенсивности излучения, вычисляя поток энергии поля в единицу времени через некоторую поверхность, окружающую излучающий заряд. Из азимутальной симметрии задачи следует, что удобно выбрать в качестве такой поверхности цилиндрическую с радиусом  $R+x$ ,  $x \ll R$ , с осью, совпадающей с осью  $z$ . Вектор Пойнтинга  $\vec{S}$  максимален на поверхности пересечения  $\gamma$ -области с цилиндром и по модулю равен

$$|\vec{S}| = \frac{c}{\pi} \frac{e^2 \gamma}{R^3 x} \quad (7)$$

Площадь этого пересечения  $\mathcal{G}$  выражается через поперечные размеры  $\gamma$ -области и на расстоянии  $x$  от траектории имеет вид

$$\mathcal{G}(x) = 2^{1/2} x^{1/2} R^{3/2} \gamma^{-4}. \quad (8)$$

Из формулы (2) следует, что вектор  $\vec{E}$  составляет угол  $\sqrt{2x/R}$  с нормалью к поверхности. Учитывая это, найдем поток энергии поля, движущегося по окружности заряда

$$I_0 = |\vec{S}| \epsilon(x) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{2x}{R}}\right) \approx \frac{2}{\pi} \frac{e^4 N_b^2 \gamma^2}{m^2 c^3}, \quad (9)$$

что совпадает с (6), как и следовало ожидать, и с точностью до численного фактора с известной формулой для полной интенсивности синхротронного излучения. Это позволяет утверждать, что синхротронное излучение формируется в  $\gamma$ -область. Следовательно, можно оценить интенсивность синхротронного излучения пучка с большой плотностью частиц чисто геометрическим путем.

### § 3. Синхротронное излучение интенсивного пучка

Используя оценки, полученные в предыдущем параграфе, вычислим полную интенсивность синхротронного излучения кольцевого пучка, считая что радиусы кривизны всех частиц одинаковы и равны  $R$ . Это предположение оправдано для реальных пучков в ускорителях и накопителях. Действительно, можно показать, что интервал изменения радиуса кривизны траектории частицы, совершающей бетатронные колебания с частотой  $\nu$  оказывается порядка  $a\nu^2$ , где  $a$  - поперечный размер пучка. Полученная величина много меньше среднего радиуса кривизны  $R$  (например, для  $R \sim 10^4$  см,  $\nu \sim 15$ ,  $a \sim 10^{-1}$  см,  $a\nu^2/R \sim 2 \cdot 10^{-2}$ ), поэтому допущение о постоянном радиусе кривизны имеет смысл.

Предположим также, что пучок с большой точностью моноэнергетичен.

Рассмотрим, как и в предыдущем параграфе, поток энергии поля через цилиндрическую поверхность с радиусом  $R + \chi$ .

Наиболее плотная "упаковка" пересечений  $\chi$ -областей с такой поверхностью получается в случае, когда  $\chi_0 \sim \max \{ \delta_x, \delta_z^2 \chi^2 / 2R \}$  где  $\delta_x$  и  $\delta_z$  - радиальный и вертикальный размеры пучка. Действительно, при этом для распределения "пятен" можно пренебречь разбросом частиц в пучке и, следовательно, перекрытие  $\chi$ -областей на такой поверхности происходит, если

$$N > 2\pi \chi^3 = \dot{N}, \quad (10)$$

где  $N$  - полное число частиц в пучке.

Заметим, что перекрытие  $\chi$ -областей определяется только их шириной  $R/\chi^3$ , т.е. происходит и на любых других соосных цилиндрических поверхностях с радиусами  $R + \chi$ ,  $\chi > \chi_0$ .

До перекрытия  $\chi$ -областей полное излучение пучка  $I$ , очевидно, имеет вид

$$I = N I_0, \quad (11)$$

где  $I_0$  - интенсивность излучения одной частицы.

Рассмотрим случай  $N \gg \dot{N}$ . Как видно из формул (2) и (3) поля в  $\chi$ -области имеют осцилляционный характер с длиной осцилляции  $\sim R/\chi^3$ . Это означает, что в точках поверхности, попадающих одновременно во много  $\chi$ -областей разных частиц, происходит усреднение электрических и магнитных полей. Результат усреднения, вообще говоря, сильно зависит от функции распределения положений частиц в пучке. Так, если корреляции между положениями частиц отсутствуют, т.е. распределение частиц пуассоновское, то при вычислении вектора Пойнтинга выделяется член, пропорциональный  $N$ . При этом полная интенсивность излучения вычисляется по формуле (11) (см. например, [2], задача 777).

Взаимодействие между частицами пучка приводит к существенному результату усреднения полей, при котором происходит подавление синхротронного излучения пучка. Такой результат обусловлен упорядочиванием частиц в пучке, когда происходит взаимопогашение полей частиц и результирующего вектора Пойнтинга, т.е. нарушается зависимость (II). Процесс упорядочивания зависит от степени монотонности пучка.

Подобная задача рассматривалась в работе [II], однако, здесь не учитывались важные в данном случае эффекты запаздывания. Имеется в виду существенное отличие полей частицы перед ней и позади нее [5-8]. Это отличие связано с тем, что в случае, когда точка наблюдения находится позади частицы, запаздывающее расстояние оказывается порядка расстояния  $\rho$  между частицей и точкой наблюдения в данный момент времени. В случае, когда точка наблюдения находится перед частицей, запаздывающее расстояние много больше  $\rho$ , т.е. угол между направлением наблюдения и скоростью частиц в запаздывающей точке мал. Это приводит к тому, что величина поля перед частицей пропорциональна  $|\Phi|^{-5/3}$ , а за ней пропорциональна  $|\Phi|^1$ , где  $\Phi$  азимутальное расстояние от точки наблюдения до частицы. Вследствие этого в пучке возникают тангенциально направленные силы, приводящие к упорядочиванию частиц.

При плотностях частиц, соответствующих числу частиц в пучке  $N \gg N^*$ , следует учитывать также взаимодействие частиц с  $\chi$ -областями.

Строгое вычисление функции распределения частиц в пучке наталкивается на значительные трудности, однако, предварительные оценки показывают, что упорядочивание частиц может иметь

место при том же числе частиц  $\approx N^*$ .

Саметим, что выражение для  $N^*$  оказывается порядка числа частиц  $N_0$ , при котором происходит перекрытие  $\chi$ -областей на внешней границе реальных пучков [7-8]. Численные расчеты для  $N^* N_0 = N^* \chi \delta z / \sqrt{2\delta_x R}$ , проведенные для некоторых электронных накопителей (существующих и проектируемых), приведены в таблице I. Видно, что для накопителей типа ADONE и D.C.I, т.е. для накопителей со сравнительно большим током и умеренным значением лоренц-фактора,  $N \sim N^*$ . Это означает, что вычисление интенсивности синхротронного излучения по формуле (13) находится вблизи верхней по  $N$  границе ее применимости, когда следует учитывать взаимопогашение полей отдельных частиц. При этом существенно влияние синхротронного излучения на динамику частиц, в частности, на их устойчивость.

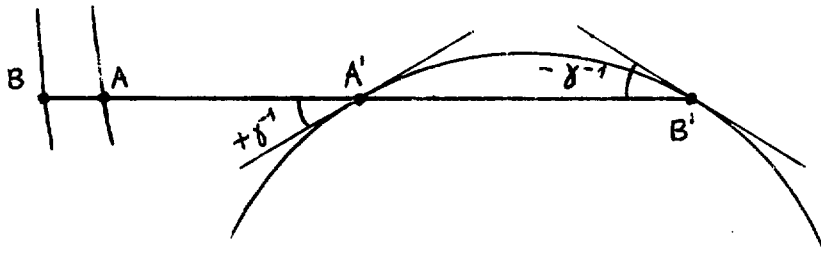
Полученные результаты показывают также, по крайней мере, принципиальную возможность работы электронных ускорителей и накопителей в режиме с подавлением синхротронного излучения.

В заключение автор считает своим приятным долгом поблагодарить А.Ц.Аматуни и Г.А.Нагорского за многочисленные полезные обсуждения проблемы и ценные замечания, стимулирующие выполнение этой работы.

Таблица I

	ADONE	D.C.I.	SPEAR	ВЭПП-4	CESR	PETRA	LEP
$N$	$0.13 \cdot 10^{12}$	$0.35 \cdot 10^{12}$	$0.5 \cdot 10^{12}$	$0.08 \cdot 10^{12}$	$1.5 \cdot 10^{12}$	$1.44 \cdot 10^{12}$	$1.96 \cdot 10^{13}$
* $N$	$0.15 \cdot 10^{12}$	$0.27 \cdot 10^{12}$	$3.5 \cdot 10^{12}$	$1.7 \cdot 10^{13}$	$2.4 \cdot 10^{13}$	$3.2 \cdot 10^{14}$	$1.7 \cdot 10^{16}$
$N$	$3,43 \cdot 10^{12}$	$3.72 \cdot 10^{12}$	$2.7 \cdot 10^{12}$	$3.36 \cdot 10^{13}$	$4.8 \cdot 10^{13}$	$6.6 \cdot 10^{14}$	$5.39 \cdot 10^{16}$

Критерий перекрытия  $\chi$  - областей.  $N$  - полное число частиц в кольце,  $N = 2\pi\chi^3$ ,  
 $N_0$  - число частиц, при котором происходит перекрытие  $\chi$  -областей на внешней  
 границе пучка.



Определение ширины  $\chi$  - области. A и B-точки  $\chi$ -области, A' и B' - соответствующие запаздывающие положения частицы на траектории.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Л.А.Арцимович, И.Я.Померанчук. И6, 5, 379-388, 1946.  
В сб.: Арцимович Л.А., Избранные труды, М., 1978
- [2]. В.В.Балашин, И.Н.Топтыгин. Сборник задач по электродинамике, М., 1979.
- [3]. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля, М., 1973.
- [4]. А.А.Соколов, И.М.Тернов. Релятивистский электрон, М., 1974.
- [5]. С.Г.Арутюнян. Научное сообщение ЕФИ-387(45)-79, Ереван, 1979.
- [6]. С.Г.Арутюнян, Г.А.Нагорский. Труды IV конф. молодых ученых ЕрФИ (Нор-Амберд, 25-27 сентября 1979г.), Ереван, 1979.
- [7]. С.Г.Арутюнян, Г.А.Нагорский. Научное сообщение ЕФИ-453(60)+80. Ереван, 1980.
- [8]. С.Г.Арутюнян. Эффекты интенсивности в кольцевых пучках. Научное сообщение ЕФИ-477(20)-81. Ереван, 1981.

Рукопись поступила 20-го февраля 1981 г.



индекс 3624