

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ  
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

---

---

ЕФИ-475(18)-81

К.Б.ОГАНЕСЯН. М.Л.ПЕТРОСЯН

МАГНИТНЫЕ ПОЛЯ СПИРАЛЬНЫХ ОНДУЛЯТОРОВ

ԵՐԵՎԱՆ 1981 ԵՐԵՎԱՆ

УДК.538.122:621.375.8

БФФИ-475 (18)-81

К.Б.ОГАНЕСЯН, М.Л.ПЕТРОСЯН

**МАГНИТНЫЕ ПОЛЯ СПИРАЛЬНЫХ ОНДУЛЯТОРОВ**

В настоящей работе приводятся результаты расчета распределения магнитного поля в реальных спиральных ондуляторах и рекомендации для выбора основных параметров ондулятора, исходя из физических требований источника излучения.

Ереванский физический институт

Ереван 1981

EOM-475(18)-81

K.B.HOVANNESIAN, M.L.PETROSIAN

MAGNETIC FIELDS OF SPIRAL UNDULATORS

Results of the magnetic field distribution calculations in real spiral undulators as well as recommendations for the choice of the undulator basic parameters as following from the radiation source physical requirements are given.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1981

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-475(18)-81

К.Б.ОГАНЕСЯН, М.Л.ПЕТРОСЯН

МАГНИТНЫЕ ПОЛЯ СПИРАЛЬНЫХ ОНДУЛЯТОРОВ

Ереван 1981

© *Ереванский физический институт, 1981*

Для проектирования лазеров на свободных электронах и источников ондуляторного излучения необходимо знать распределение магнитного поля по поперечному сечению ондуляторного магнита. Это распределение в принципе неоднородное и может привести к расширению спектральной ширины и уменьшению мощности излучения, а в лазерах на свободных электронах к уменьшению коэффициента усиления.

В существующих и проектируемых лазерах на свободных электронах в основном используются спиральные магнитные ондуляторы. В опубликованных работах [1,2] приводятся соотношения для значения магнитного поля на оси ондулятора при тонкой обмотке, т.е. размеры обмоточной проволоки не учитываются. Использование этих соотношений не всегда достаточно для проектирования реальных ондуляторов для конкретных задач.

В данной работе приводятся результаты расчета распределения магнитного поля в реальных спиральных ондуляторах и рекомендации для выбора основных параметров ондулятора исходя из физических требований источника излучения.

I. Магнитное поле на оси спирального ондулятора  
при реальных размерах обмоточной шины

Аналогично работам [1,2] сначала вычислим поле одной спирали, далее суммированием поля двух спиралей со сдвигом на четверть периода можно получить напряженность магнитного поля для ондулятора.

Напряженность магнитного поля на оси соленоида (рис. I) при тонкой обмотке имеет следующий вид:

$$H_y = H_m \cos \frac{2\pi z}{\lambda_0}$$

$$H_x = H_m \sin \frac{2\pi z}{\lambda_0}$$

$$H_m = n I [2n\pi a K_0(2n\pi a) + K_1(2n\pi a)],$$

где  $n$  — число витков на единицу длины спирали,

$I$  — ток в спирали,

$a$  — радиус спирали,

$K_0, K_1$  — модифицированные функции Бесселя.

Для прямоугольного сечения провода получаем

$$\begin{aligned} H_y &= n I \int_0^b [2\pi n a' K_0(2\pi n a') + K_1(2\pi n a')] da' \int_{-z_0/2}^{z_0/2} \cos \frac{2\pi j(z+z_0')}{\lambda_0} dz_0' \\ &= \frac{\lambda_0 I}{2\pi^2} [2n\pi a K_1(2n\pi a) + K_0(2n\pi a) - 2n\pi b K_1(2n\pi b) - K_0(2n\pi b)] \times \\ &\quad \times \cos \frac{2\pi z}{\lambda_0} \cdot \sin \frac{\pi z_0}{\lambda_0}. \end{aligned}$$

Это выражение в зависимости от ширины провода имеет максимальное значение при  $z_0 = \lambda_0/2$

В этом случае получаем

$$H_y = H_m \cos \frac{2\pi z}{\lambda_0}$$

где

$$H_m = \frac{\lambda_0 I}{2a^2} f(b).$$

Зависимость  $f(b)$  от высоты провода приведена на рис.2. Из рисунка видно, что при увеличении  $b$  поле в спирали заметно увеличивается до значения  $b/a \sim 4$ .

Таким образом, когда задана допустимая плотность тока через провод ондулятора, то с целью увеличения напряженности магнитного поля ондулятора ширину провода необходимо увеличить до значений  $z_0 = \lambda_0/2$ , а высоту до значений  $a/b \sim 1/4$ .

## 2. Распределение магнитного поля по поперечному сечению ондулятора при тонкой обмотке

В произвольной точке  $M$  (рис.1)  $y$  компонента вектора  $\vec{H}$  имеет следующий вид:

$$H_{ym} = \frac{I}{4\pi} \int \frac{[d\vec{e} \vec{r}]_y}{r^3} = \frac{I}{4\pi} \int \frac{x d\ell_z - d\ell_x \cdot z}{r^3}.$$

Вычислим  $\tau$ , используя уравнения спирали

$$x = a \cos \psi; \quad y = a \sin \psi; \quad z = a \psi \operatorname{tg} \alpha.$$

Компоненты  $\vec{r}$  и  $d\vec{e}$  для точки наблюдения  $M$ , расположенной вне оси соленоида как показано на рисунке, будут равны:

$$\begin{aligned} x' &= a(\cos \psi - \cos \theta) & d\ell'_x &= -a \sin \psi d\psi \\ y' &= a(\sin \psi - \sin \theta) & d\ell'_y &= a \cos \psi d\psi \\ z &= a \psi \operatorname{tg} \alpha & d\ell'_z &= a \operatorname{tg} \alpha d\psi. \end{aligned}$$

Следовательно

$$r^3 = a^3 t g^3 \alpha \left[ \left( \frac{2\pi a}{\lambda_0} \right)^2 \left( 1 + \frac{\Delta^2}{a^2} \right) - 2 \frac{\Delta}{a} \left( \frac{2\pi a}{\lambda_0} \right)^2 \cos(\varphi - \theta) + \varphi^2 \right]^{3/2}$$

$$H_{ym} = \frac{I}{4\pi} H_2(a, \theta, \Delta)$$

где

$$H_2(a, \theta, \Delta) = \frac{1}{a^2 t g^2 \alpha} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a(\cos \varphi + \varphi \sin \varphi) - \Delta \cos \theta}{\left[ (2\pi a)^2 \left( 1 + \frac{\Delta^2}{a^2} \right) - 2 \frac{\Delta}{a} (2\pi a)^2 \cos(\varphi - \theta) + \varphi^2 \right]^{3/2}} d\varphi$$

Аналогично получаем для  $H_{xm}$

$$H_{xm} = \frac{I}{4\pi} H_1(a, \theta, \Delta),$$

где

$$H_1(a, \theta, \Delta) = \frac{1}{a^2 t g^2 \alpha} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{a(\varphi \cos \varphi - \sin \varphi) + \Delta \sin \theta}{\left[ (2\pi a)^2 \left( 1 + \frac{\Delta^2}{a^2} \right) - 2 \frac{\Delta}{a} (2\pi a)^2 \cos(\varphi - \theta) + \varphi^2 \right]^{3/2}} d\varphi$$

Результаты машинного расчета выражений  $H_1(a, \theta, \Delta)$  и  $H_2(a, \theta, \Delta)$  в зависимости от смещения  $\Delta$  вдоль направлений  $x$ ,  $y$ ,  $x=y$  и  $\varphi = -x$  ( $\theta = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$ ) представлены на рис. 3-5 и 6-7. Пределы интегрирования ограничивались от  $-3I$  до  $3I$ , т.е. 5 оборотов спирали с каждой стороны. Остальные витки существенным образом не влияют на поле.

Если на одном сечении спирали имеется топография магнитного поля, то в силу симметрии задачи в любом другом сечении распределение поля будет таким же лишь повернутым на некоторый угол.

### 3. Распределение магнитного поля по поперечному сечению ондуляторов при реальных размерах обмотки

Значения поля тонкого соленоида вне оси ондулятора можно

писать в следующем виде:

$$H_y = H_{ym}(a, \theta, \Delta) \cos \frac{2\pi z}{\lambda_0}$$

$$H_x = H_{xm}(a, \theta, \Delta) \sin \frac{2\pi z}{\lambda_0},$$

где  $H_{ym}$  и  $H_{xm}$  предыдущие выражения.

Для прямоугольного сечения провода значение  $H_y$  примет следующий вид:

$$\begin{aligned} H_y &= \frac{I}{4\pi} \int_a^b H_2(a', \theta, \Delta) da' \int_{z_0/2}^{z_0/2} \cos \frac{2\pi(z+z')}{\lambda_0} dz' = \\ &= \frac{\lambda_0 I}{4\pi^2} H_2(b, \theta, \Delta) \sin \frac{\pi z_0}{\lambda_0}. \end{aligned}$$

Аналогично для  $x$  компоненты получаем

$$H_x = \frac{\lambda_0 I}{4\pi^2} H_1(b, \theta, \Delta) \cdot \sin \frac{\pi z_0}{\lambda_0}.$$

И, наконец, амплитуда поля в рассмотренной точке будет иметь следующий вид:

$$H_m = \sqrt{H_2^2(b, \theta, \Delta) + H_1^2(b, \theta, \Delta)} \cdot \frac{\lambda_0 I}{4\pi^2} \cdot \sin \frac{\pi z_0}{\lambda_0}.$$

А распределения компонент поля по  $z$  будут:

$$H_y = H_m \cos \left( \frac{2\pi z}{\lambda_0} + \alpha \right),$$

$$H_x = H_m \sin \left( \frac{2\pi z}{\lambda_0} + \alpha \right),$$

где

$$\alpha = \arctg \frac{H_1}{H_2}$$

Откуда окончательно получаем, что

$$H_y = \frac{\lambda_0 I}{4\pi^2} \left( H_2 \cos \frac{2\pi z}{\lambda_0} - H_1 \sin \frac{2\pi z}{\lambda_0} \right) \cdot \sin \frac{\pi z_0}{\lambda_0}$$

$$H_x = \frac{\lambda_0 I}{4\pi^2} \left( H_2 \sin \frac{2\pi z}{\lambda_0} + H_1 \cos \frac{2\pi z}{\lambda_0} \right) \cdot \sin \frac{\pi z_0}{\lambda_0}.$$

#### 4. Выводы

Как видно из приведенных результатов, основные параметры спирального ондулятора - напряженность на оси ондулятора и изменение поля по диаметру ондулятора, определяются отношением  $a/\lambda_0$  (рис.13). Попытка улучшить один из этих параметров приводит к ухудшению другого, поэтому оптимальное значение  $a/\lambda_0$  выбирается в каждом случае, исходя из конкретных задач.

Допустимое изменение магнитного поля по сечению электронного пучка определяется из требуемой спектральной ширины учитывая соотношение

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{K^2}{1 + K^2/2} \cdot \frac{\Delta H}{H},$$

где  $K = 10^{-11} \cdot H \cdot \lambda_0$ .

В заключение авторы выражают благодарность Казаряну Г.Б. и Погосяну В.С. за помощь, оказанную ими в машинных расчетах.

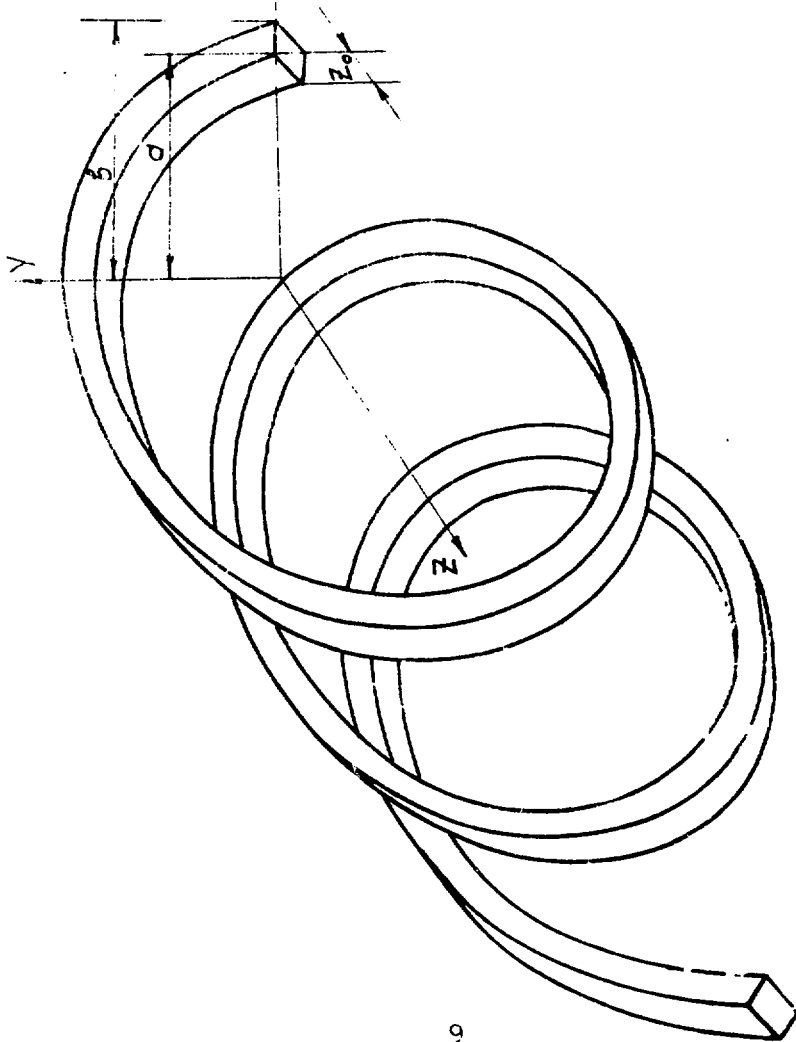
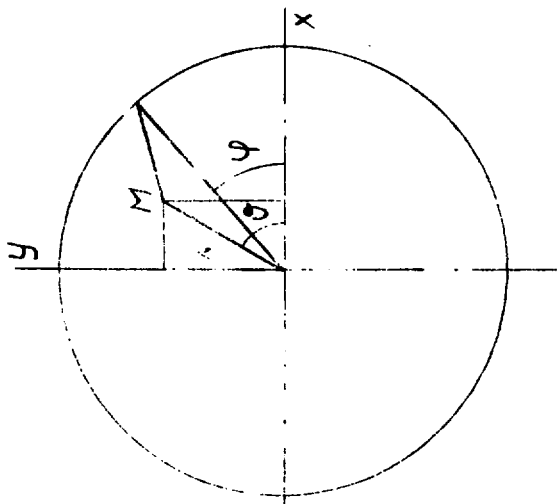
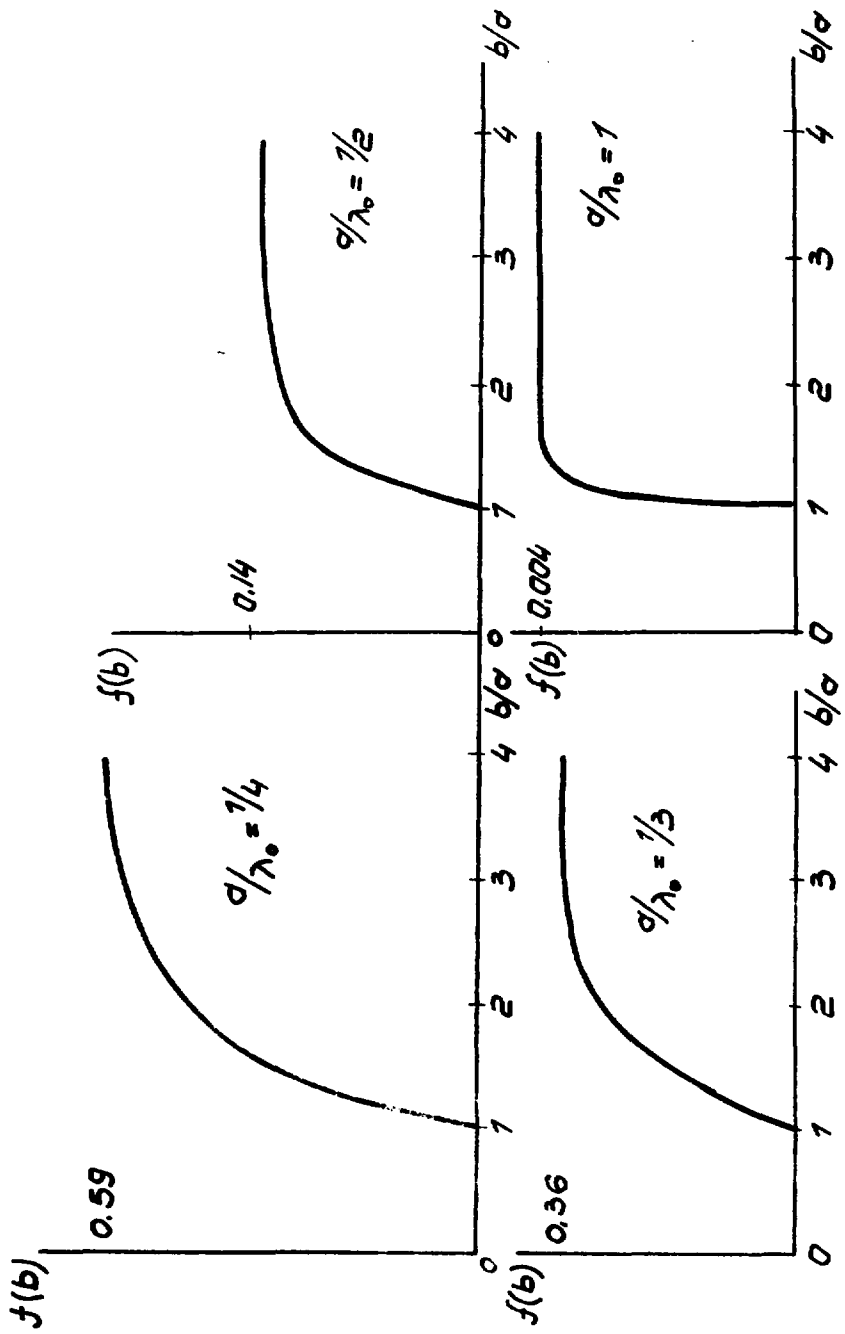


Figure 1



$f(b)$  от  $b/a$

Рис.2

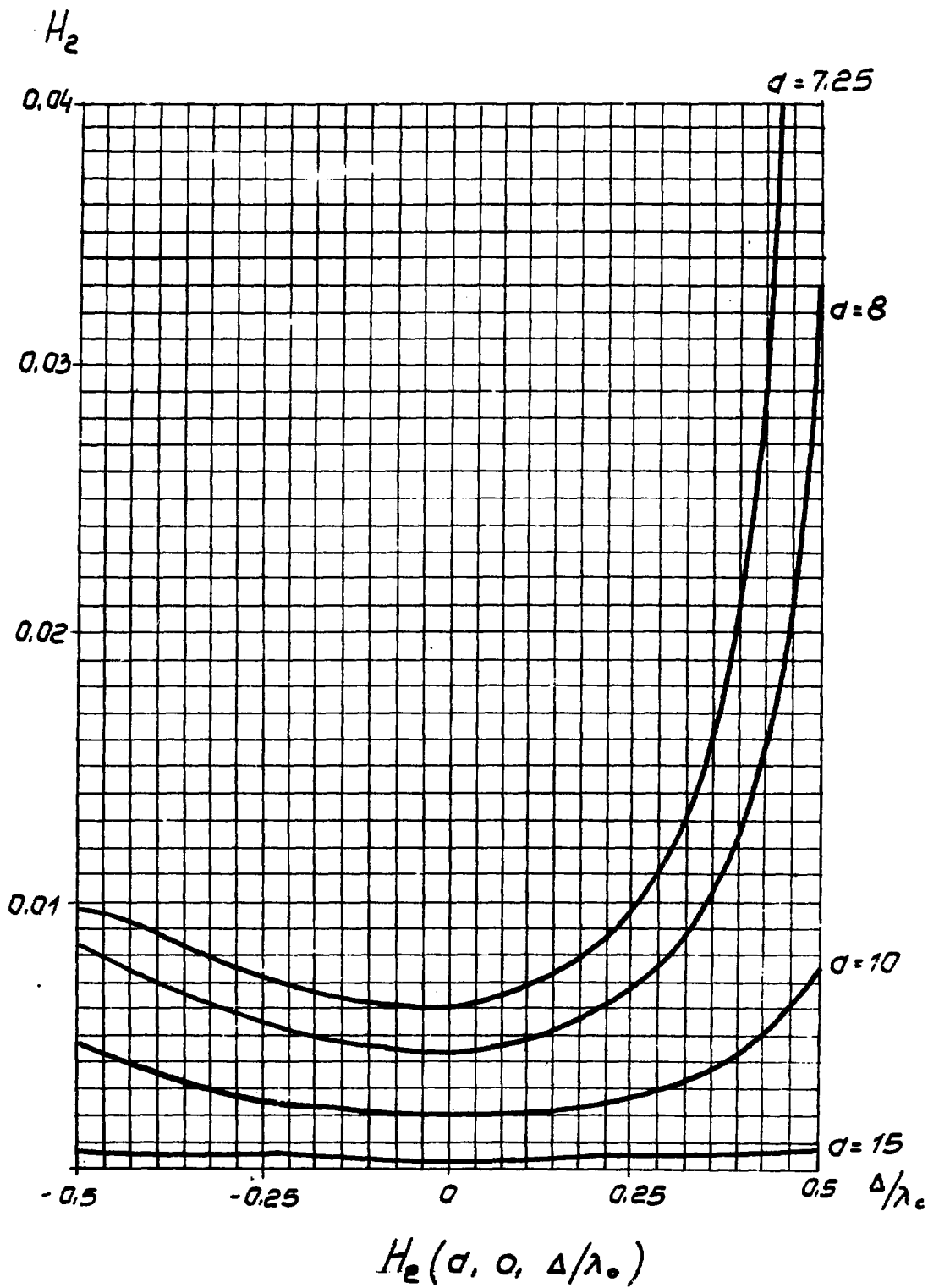
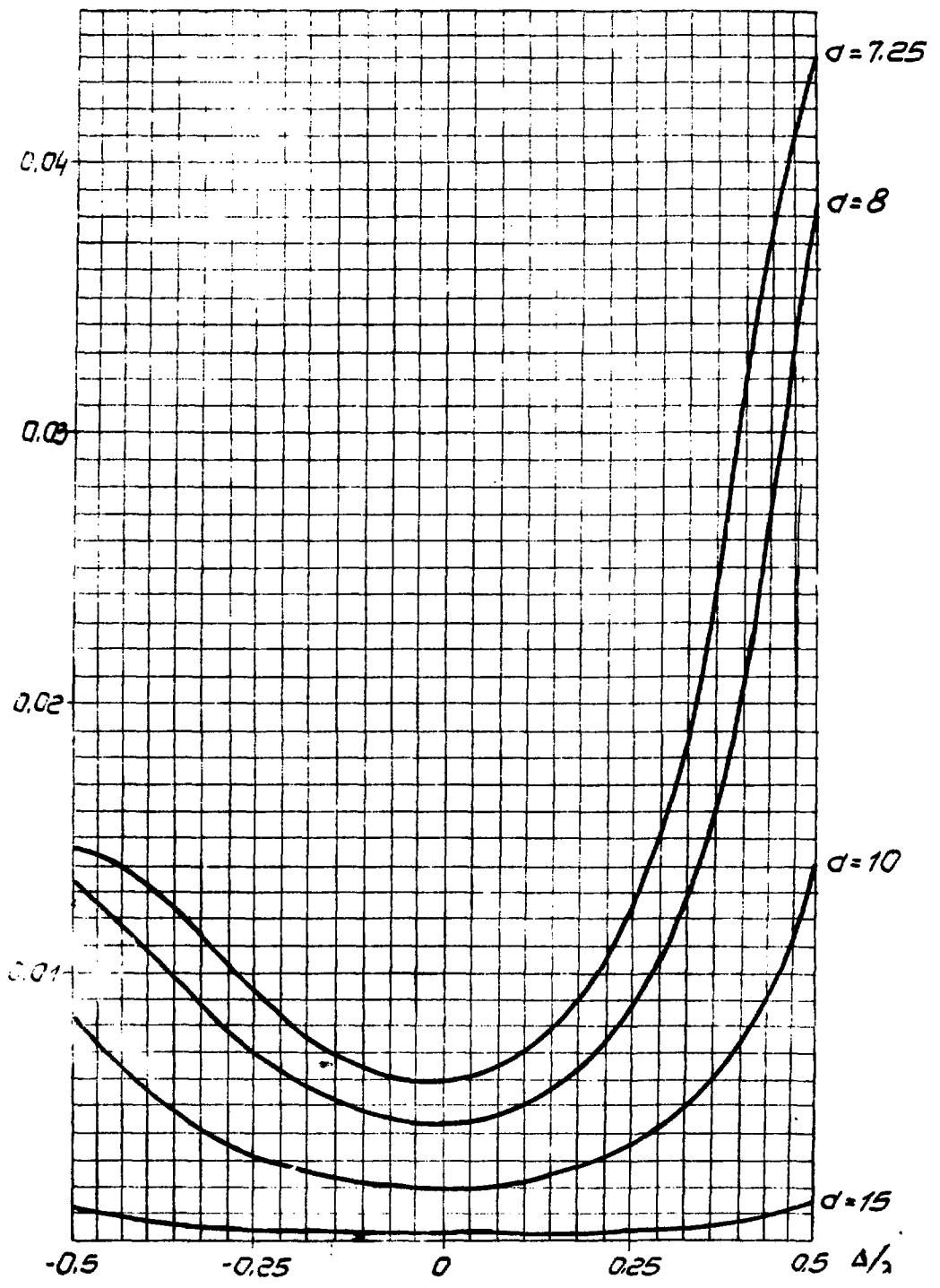


Рис.3

$H_2$



$H_2 (\sigma, \pi/4, \Delta/\lambda_0)$

Рис. 4

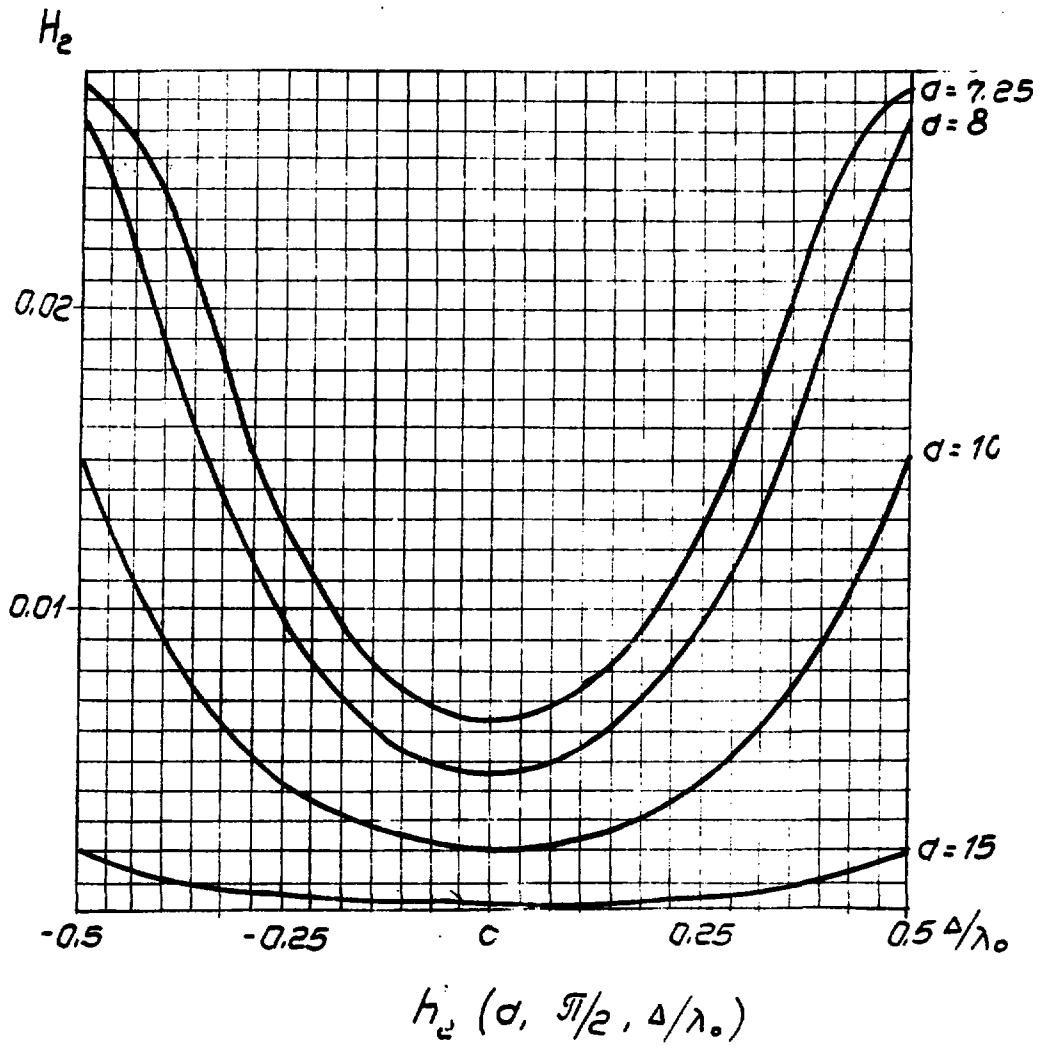


FIG. 5

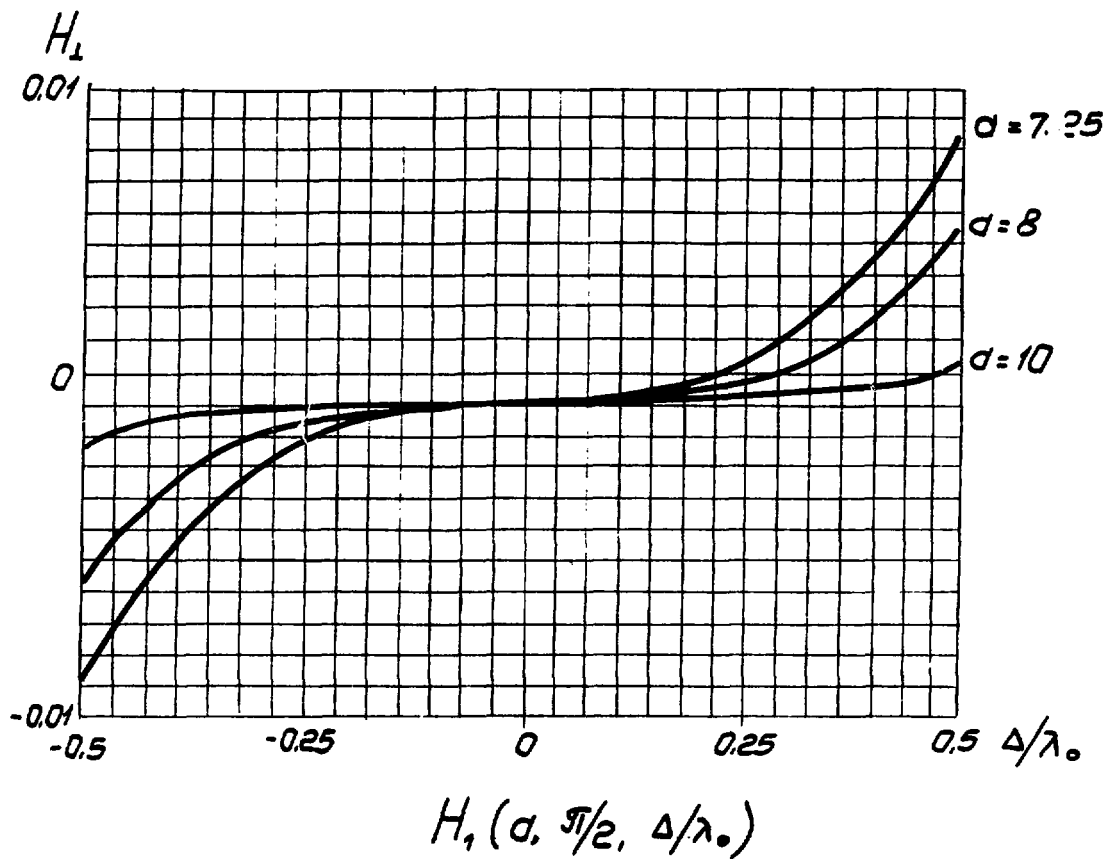
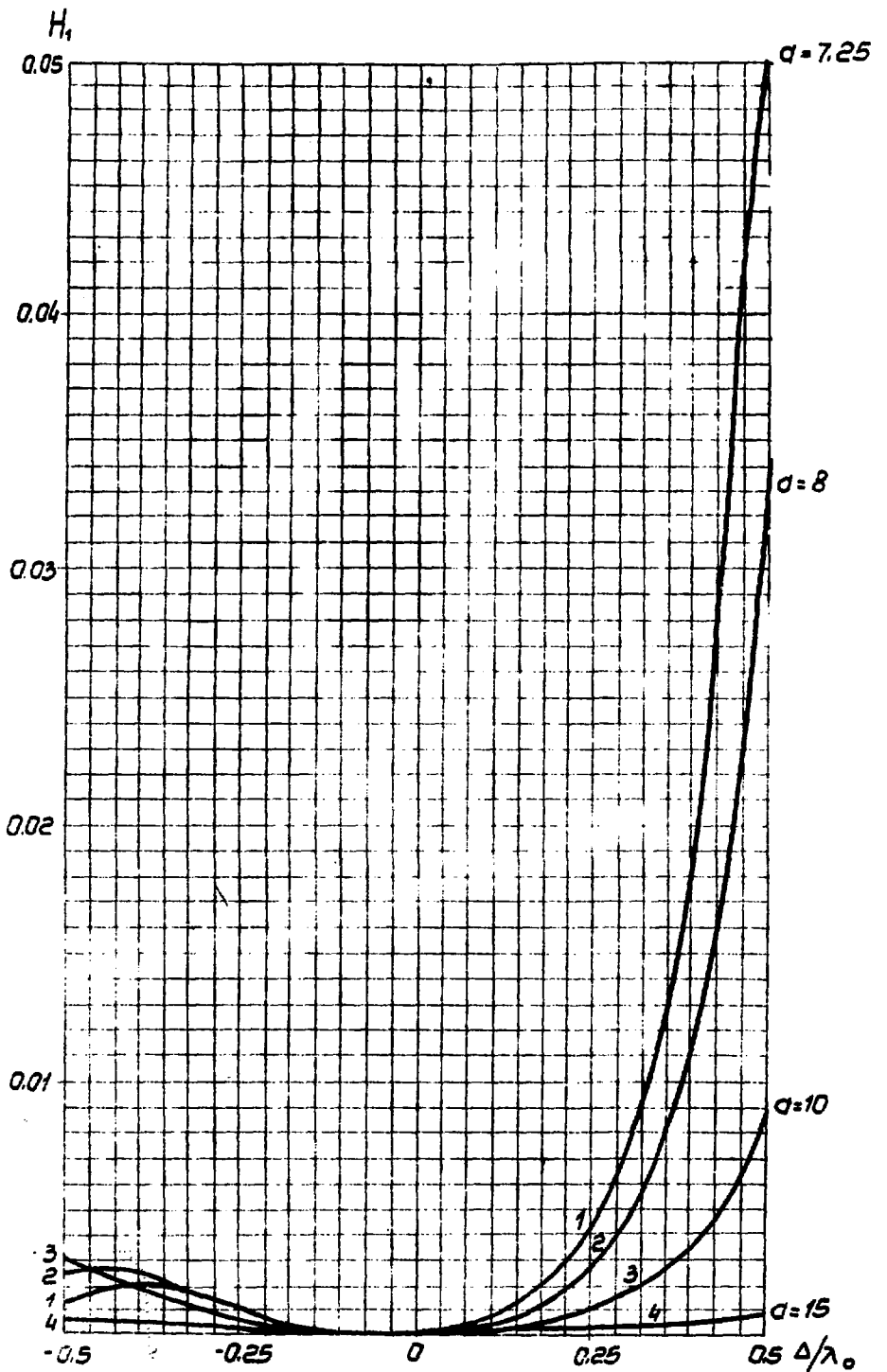
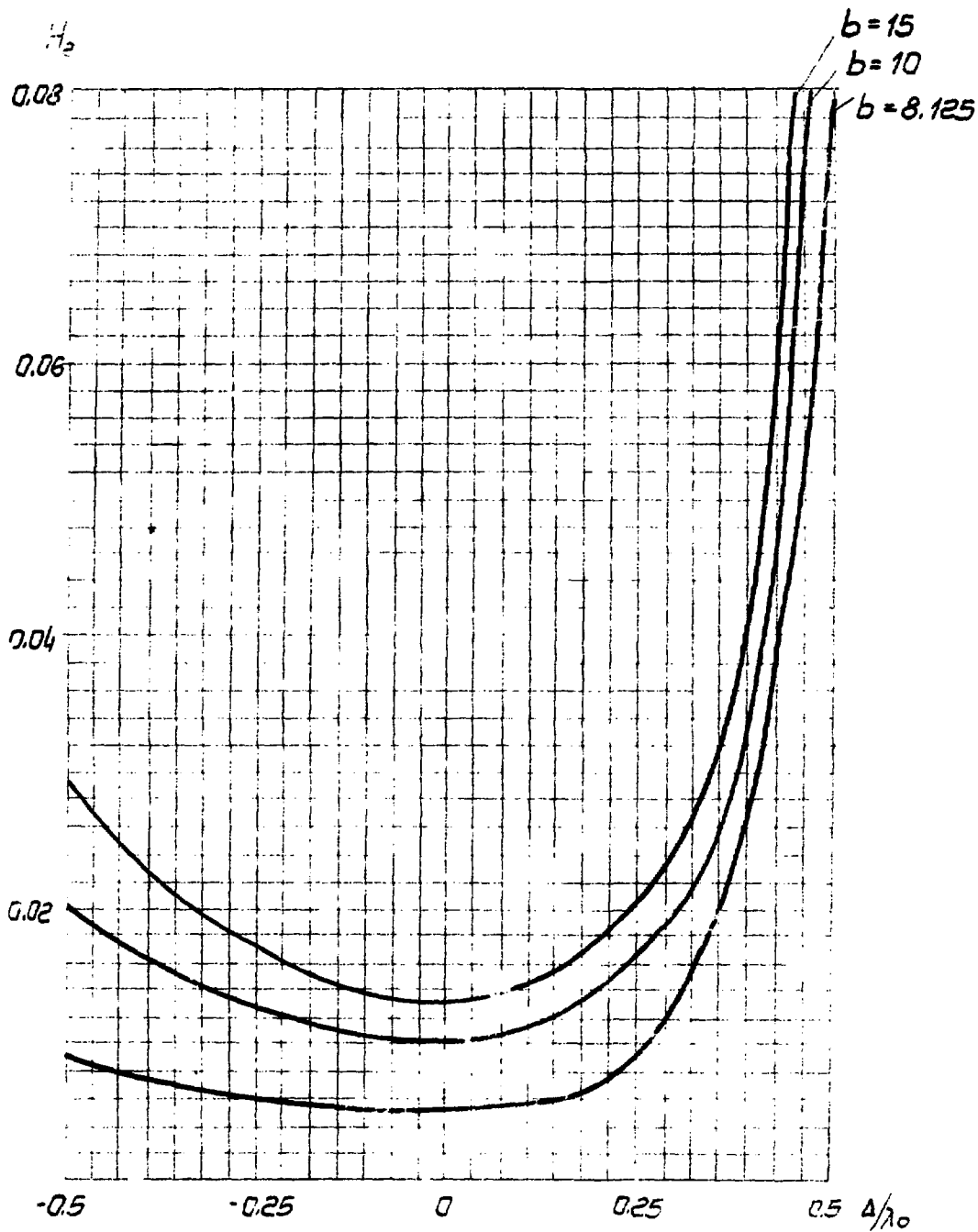


Рис.6



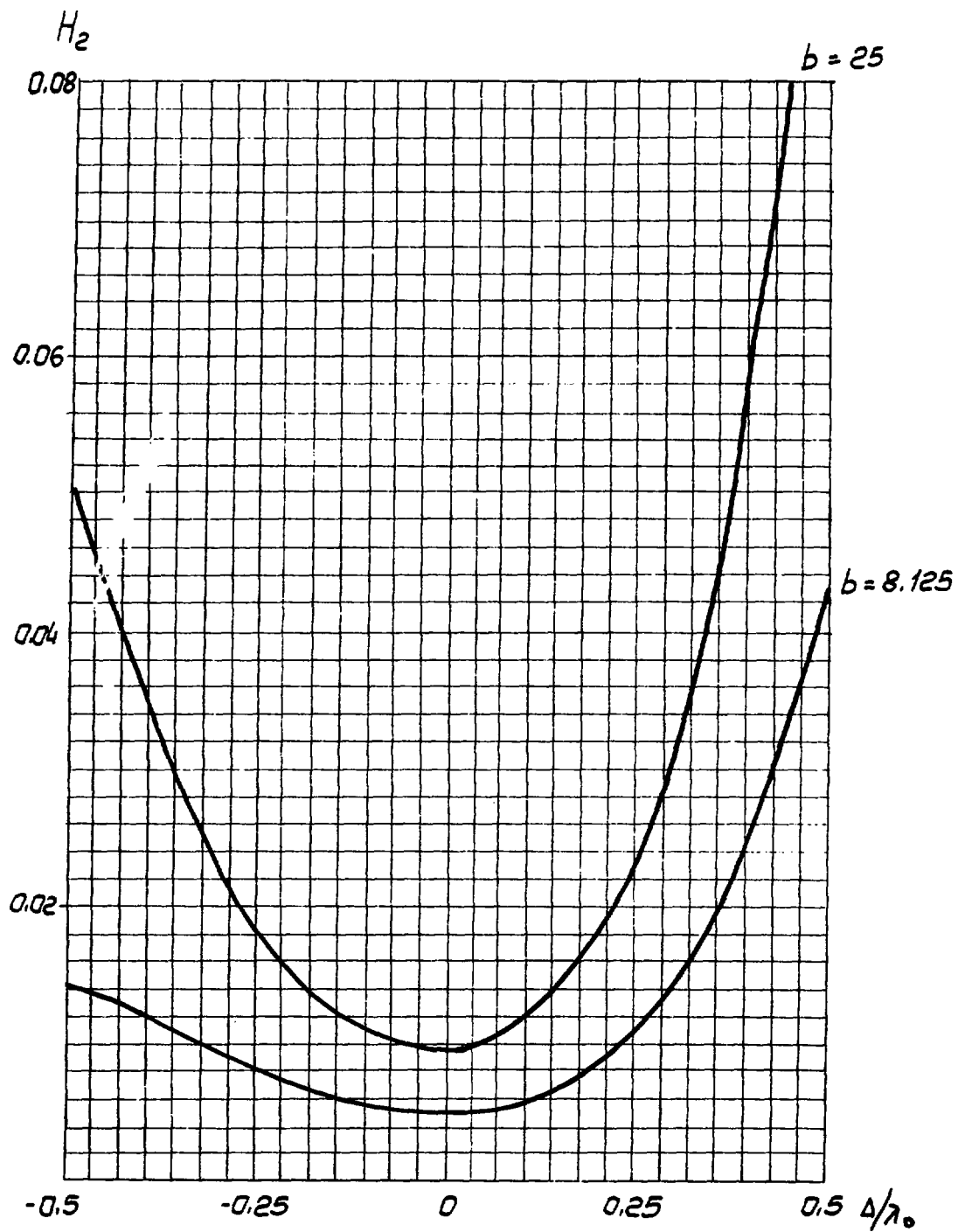
$H_1 (\sigma, \pi/4, \Delta/\lambda_0)$

Fig. 7



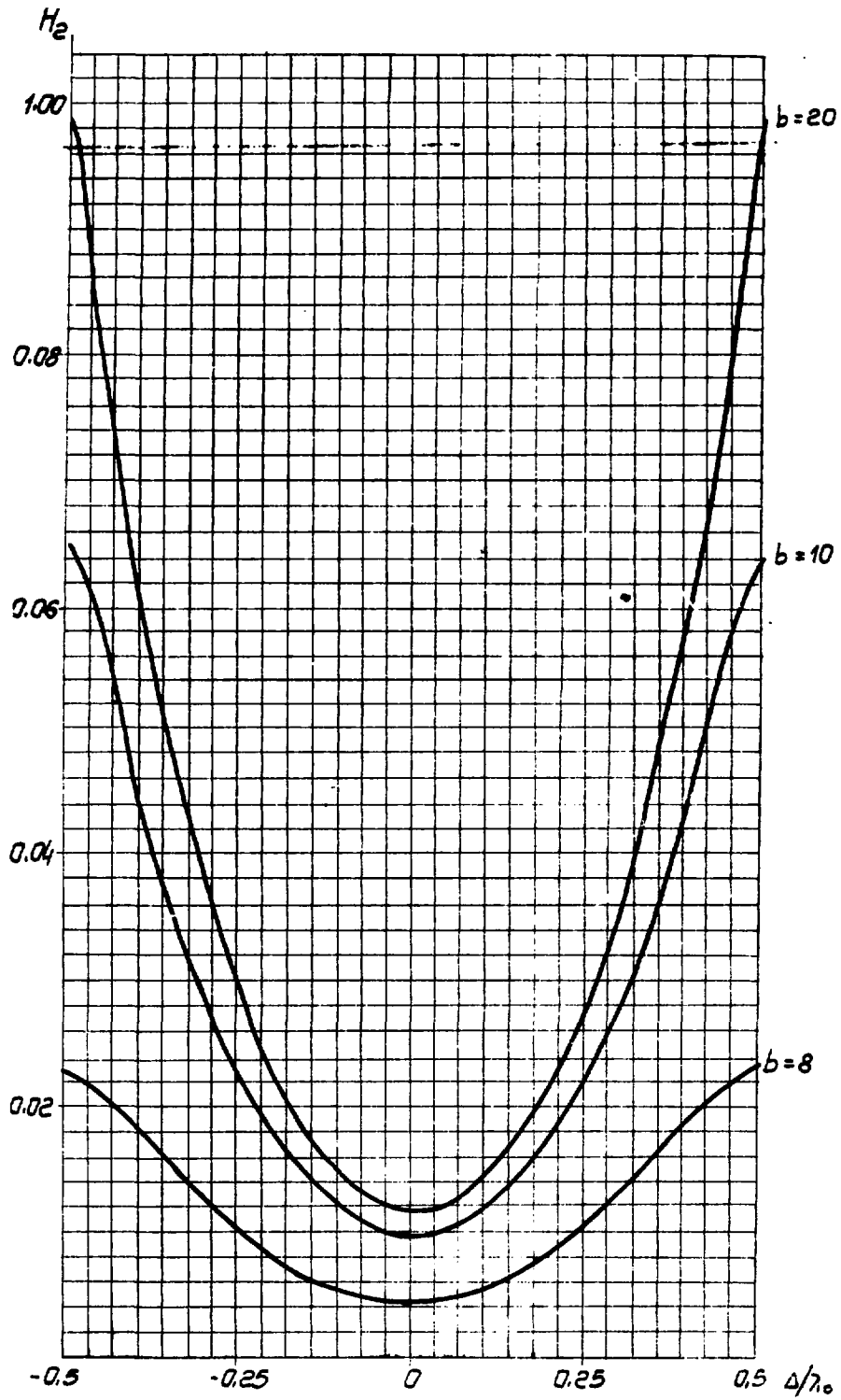
$H_2(b, 0, \Delta/\lambda_0)$

Рис.с



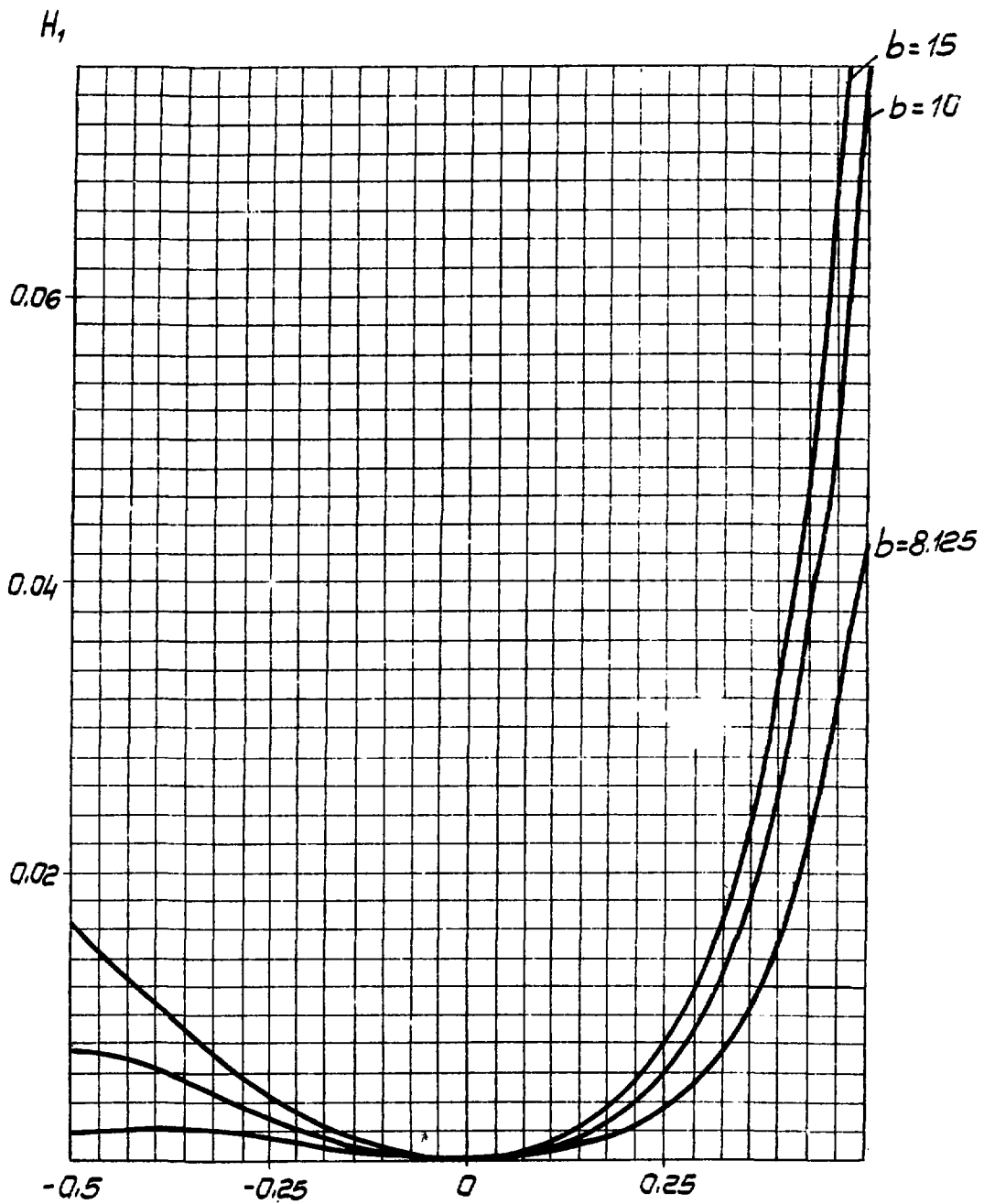
$$H_2(b, \pi/4, \Delta/\lambda_0)$$

Рис. 9



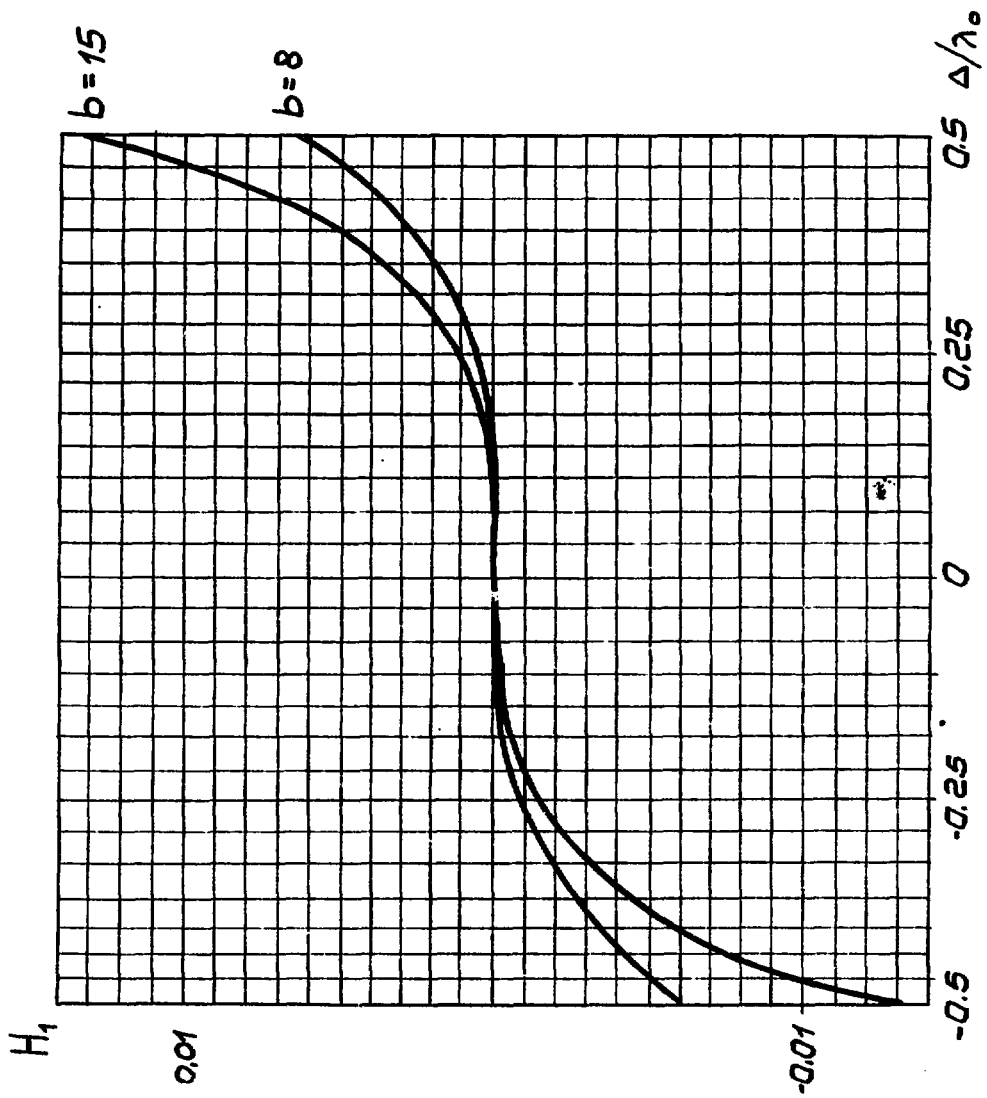
$H_2(b, \pi/2, \Delta/\lambda_0)$

Рис. 10



$$H_1(b, \pi/4, \Delta/\lambda_0)$$

Рис. II



$$H_1(b, \pi/2, \Delta/\lambda_0)$$

Рис. 12

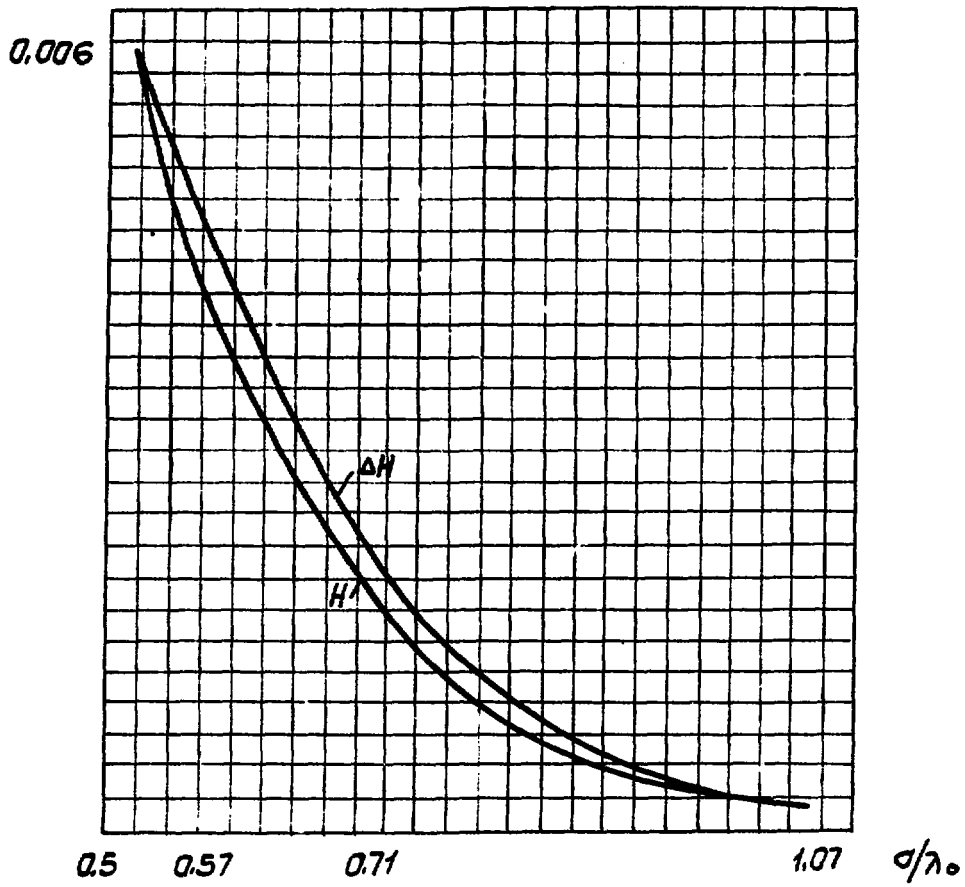


Рис. 13

## ЛИТЕРАТУРА

1. W.R.Smythe Static and Dynamic Electricity, McGraw-Hill, New-York, 1950
2. D.F.Alferov, Yu.A.Bashmakov and E.G.Bessonov ("Synchrotron Radiation" Lebedev Phys.Inst. Series 80 (N.Y.Consultants Bureau 1976)
3. M.W.Poole DL/SCI/P241A Daresbury, 1980.

Рукопись поступила 12-го марта 1981г.

Редактор Л.П.Мукаян  
Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 377

ВФ- 04878

Тираж 299

Препринт ЕФИ

Формат издания 60x84/16

Подписано к печати 16/VI-81г. 1,5 уч.изд.л. Ц. 10к.

---

Издано Отделом научно-технической информации  
Ереванского физического института, Ереван-36, пер.Маркарян 2

индекс 3624