

ԵՐԵՎԱՆ 1981 ԵՐԵՎԱՆ

ՄԱԴՆԻՏԻՈՅ ՍՈՒՑ

ՎԵՐԱԿԱՐԿՈՒՄ ԵՎ ՄԱԴՆԻՏԻՎՈՒՄ

ԻՍՏԻՏՈՒՏԻ ԴԻՆԱՄԻՉԵՍԿԻ

Վ.Ս.ՎՐԻՃԱՆՅԱՆ

ԲՖՆ-478(21)-81

ԵՐԵՎԱՆԻ ՓԻՅՆՉԵՍԿԻ ԻՆՏԻՏՄԻ
ԵՐԵՎԱՆ 1981 ԵՐԵՎԱՆ

ԻՆԴԵՔՍ 3624

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-478(21)-81

В.С.УРИХАНЫ

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК
МАГНИТОМЕТРА ИНТЕГРАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

ЕРЕВАН 1981

Ереванский Физический
ИНСТИТУТ
Зал преприятий

Введение.

В магнитометре интегрального магнитного поля [1] токнесущий проводник питается постоянным током, а возникающая сила Ампера, пропорциональная интегральному магнитному полю, преобразовывается в электрический сигнал с помощью двух полупроводниковых пьезорезистивных преобразователей. В таблице приведены основные статические характеристики и некоторые конструктивные параметры магнитометра и преобразователя.

Известно, что полупроводниковые пьезорезистивные преобразователи обладают широкой полосой пропускания, и их выходные характеристики в широком диапазоне частот определяются параметрами механической системы (масса, жесткость и т.д.) [2]. Это позволяет питать токнесущий проводник магнитометра переменным гармоническим током и получить значение интегрального магнитного поля в виде амплитудной модуляции выходного сигнала. При этом зачастую облегчается использование выходного сигнала (усиление, передача на расстояние и т.д.) и снижаются погрешности, присущие системам с постоянным током (дрейф нуля, влияние низкочастотного шума и т.д.). Однако, при этом необходимо учесть динамические погрешности, возникающие из-за наличия колебательных систем магнитометра - полупроводникового пьезорезистивного преобразователя и токнесущего проводника.

Преобразователь. Полупроводниковый пьезорезистивный преобразователь можно представить как колебательную систему с одной степенью свободы с силовым возмущением (сила передается на контакт пьезодиода только по направлению оси чувствительности).

На рис. I приведена структурная схема полупроводникового пьезорезистивного преобразователя, где приняты следующие обозначения: ПД - пьезодиод, β - коэффициент сопротивления, m - масса, X - перемещение, $F(x)$ - возмущающая сила, C - коэффициент жесткости пьезодиода. Движение такой системы при синусоидальной возмущающей силе описывается уравнением [3]

$$\ddot{X} + \beta \omega_0 \dot{X} + \omega_0^2 X = \frac{F_0}{m} \sin \omega t, \quad (1)$$

где

$$\beta \omega_0 = \frac{\beta}{m}; \quad \omega_0^2 = \frac{C}{m}.$$

Стационарная часть решения уравнения (1), при нулевых начальных условиях, соответствующая вынужденному колебанию, при обозначении $\omega/\omega_0 = \gamma$ будет

$$X = \frac{F_0 \sin(\omega t + \varphi)}{C \sqrt{(1-\gamma^2)^2 + \beta^2 \gamma^2}}. \quad (2)$$

Собственная круговая частота ω_0 и фазовый сдвиг φ определяются как

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{m}}, \quad (3)$$

$$\varphi = \arctg \frac{\beta \gamma}{\gamma^2 - 1}. \quad (4)$$

Из (2) видно, что возмущающая сила $F_0 \sin \omega t$ передается на контакт пьезодиода с коэффициентом динамичности

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{(1-\gamma^2)^2 + \beta^2 \gamma^2}}. \quad (5)$$

Динамические погрешности по амплитуде при этом составляют

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{(1-\gamma^2)^2 + \beta^2 \gamma^2}} - 1. \quad (6)$$

Как следует из (6), при $\gamma = 0,032$ динамические погрешности по амплитуде не превышают 0,1%, а при $\gamma = 0,099$ они составляют около 1%. Фазовые сдвиги по (4), соответственно, составляют $-0,26^\circ$ и $-0,87^\circ$ (принято $\beta = 0,15$, так как благодаря внутреннему трению, без специального демпфирования $\beta = (0,1 - 0,2)$ [3]).

Для определения величины рабочей частоты возмущающей силы, обеспечивающей заранее заданное значение динамических погрешностей необходимо посчитать соответствующую круговую частоту системы по (3). Коэффициент жесткости C определяется как

$$C = \frac{F}{\delta}, \quad (7)$$

где F - усилие в контакте пьезодиода,

δ - перемещение от усилия F .

Перемещение δ определяется по формуле Герца для контакта сферической поверхности с плоскостью [4]

$$\delta = 0,8255 \sqrt{\frac{\left(\frac{1-\nu_1}{E_1} + \frac{1-\nu_2}{E_2}\right)^2 \cdot F^2}{\tau}}, \quad (8)$$

где: F - усилие в контакте пьезодиода,
 r - радиус кончика индентора,
 ν_1, ν_2 - коэффициенты Пуассона для германия и индентора, соответственно,
 E_1, E_2 - модули упругости для германия и индентора, соответственно.

Подставляя значения величин в (8) для пьезодиода ($\nu_1 = 0,16$, $E_1 = 1,55 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$ - для германия, $\nu_2 = 0,3$, $E_2 = 5 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$ - для индентора, изготовленного из металлокерамического твердого сплава ВК10, $F = 27,2 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$ и $r = 30 \text{ мкм}$) получим

$$\delta = 45 \cdot 10^{-8} \text{ м.}$$

Коэффициент жесткости C по (7) будет

$$C = 6 \cdot 10^5 \text{ Н/м.}$$

Масса m в (3) определяется как сумма масс составных деталей приемного устройства (масса двух плоских пружин и стеклянного шара) и полупроводниковой пластинки [1]. Она составляет $m = 7,6 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$. По (3) для собственной круговой частоты получаем $\omega_0 = 288 \cdot 10^3 \text{ рад/с}$, а собственная частота колебания при этом будет $\nu_0 = 45 \cdot 10^3 \text{ Гц}$. По полученному значению ν_0 определяется рабочая частота измеряемой силы, при которой динамические погрешности не превышают заранее заданную. В частности, при $\nu_0 = 1400 \text{ Гц}$ ($\chi = 0,032$) динамические погрешности составляют меньше 0,1%; а при $\nu_0 = 4500 \text{ Гц}$ ($\chi = 0,099$) они не превышают 1%. С помощью электродинамической системы с чувствительностью по напряжению $1,2 \cdot 10^{-2} \text{ Н/В}$, катушка которой соединена с преобразователем, в контакте пьезодиода создавалось гармоническое усилие с амплитудным значением $0,02 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$. Частота колебания регулировалась в пределах от 0,1 Гц до 4500 Гц изменением частоты тока через катушку. Масса колебательной системы составляла $9,826 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$.

Значение выходного сигнала преобразователя при постоянном усилии $0,02 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$ равнялось 0,24В. Резонанс наступал при частоте $\nu_0 = 755 \text{ Гц}$. До частоты 150 Гц ($\chi = 0,2$) динамические погрешности не превышали погрешности измерения и составляли около 1%. При $\chi = 1$ коэффициент динамичности преобразователя равнялся 7,92. По (5) при $\chi = 1$ и $\mu = 7,92$ определялась величина степени затухания β . Она равнялась $\beta = 0,126 \text{ с}$. На рис.2 (кривая 1) приведена зависимость динамического коэффициента преобразователя от отношения частот до $\chi = 1$ при массе $m = 9,826 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$. Там же (кривая 2) приведена та же самая зависимость построенная по (5). Как следует из рис.2 до значений $\chi = 0,6$ имеет место хорошее согласие теории с экспериментом, которое позволяет определить динамические погрешности преобразователя с помощью теоретических зависимостей. По полученным данным ($m = 9,826 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$, $\nu_0 = 755 \text{ Гц}$) по (3) определяется коэффициент жесткости C преобразователя

$$C = 2,2 \cdot 10^5 \text{ Н/м.}$$

По формуле (3) определяются также круговая частота колебания ω_0 и частота колебания ν_0 преобразователя при $m = 7,6 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$, $C = 2,2 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$. Они, соответственно, равны

$$\omega_0 = 170 \cdot 10^3 \text{ рад/с,}$$

$$\nu_0 = 27 \cdot 10^3 \text{ Гц.}$$

При этом, для частотной погрешности по амплитуде 1% ($\chi = 0,099$) рабочая частота преобразователя составляет порядка 2600 Гц. Это означает, что для уменьшения динамических погрешностей преобразователя (меньше чем 1%) необходимо токонесущий проводник магнитометра питать током частотой

$$\nu_0 < 2600 \text{ Гц.} \quad (9)$$

С помощью фигур Лиссажу была исследована зависимость фазового сдвига φ преобразователя от частоты возмущающей силы.

На рис.3 приведена зависимость фазового сдвига φ преобразователя от отношения частот γ до величины $\gamma = 1$ (кривая 1). Там же показан график теоретической зависимости (кривая 2) по (4) при значении $\beta = 0,126$ с. Как следует из рис.3 хорошее согласие теории с экспериментом имеет место до значений $\gamma = 0,6$. Фазовые искажения до $\gamma = 0,2$ не превышают $1,5^\circ$. Сравнительно большие расхождения при $\gamma > 0,6$ для фазового сдвига и коэффициента динамичности можно объяснить принятыми допущениями при составлении уравнения движения (пропорциональность сопротивления первой степени скорости, линейная зависимость силы упругости от перемещения и т.п.). Видимо, в действительности они имеют более сложный характер.

Токонесущий проводник. В связи с большой жесткостью преобразователей токонесущий проводник магнитометра можно представлять как гибкую струну, натянутую силой T и жестко закрепленную обоими концами на расстоянии L (расстояние между преобразователями), на которую действует внешняя сила $f(x, t)$, приведенная на единицу длины перпендикулярно к ее оси. Из-за весьма малого значения затухания его вкладом можно пренебречь [5] и описать движение токонесущего проводника магнитометра, при принятых допущениях, уравнением [6]

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = T \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), \quad (10)$$

где ρ - линейная плотность струны,

u - перемещение,

x - абсцисса точки струны,

t - время,

T - натяжение,

$f(x, t)$ - возмущающая сила, приведенная на единицу длины.

Сумма реакций на опорах определяется, как [5]

$$R = T \left[\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=L} - \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} \right]. \quad (11)$$

При распределении индукции магнитного поля, как показано на рис.4 для витглер-магнита [1] и синусоидальном токе через токонесущий проводник магнитометра

$$I = I_0 \sin pt \quad (12)$$

определим динамические погрешности токонесущего проводника.

Решим эту задачу в общем виде, когда распределение индукции магнитного поля имеет форму полусинусоиды с полупериодом $x_2 - x_1$, амплитудой B_0 , а ток имеет форму (12). При этом возникающая сила на токонесущий проводник по направлению перпендикулярно к $B(x)$ будет

$$f(x, t) = \begin{cases} 0 & 0 < x < x_1, \\ f_0 \sin \frac{\pi}{x_2 - x_1} (x - x_1) \sin pt & x_1 < x < x_2 \\ 0 & x_2 < x < L, \end{cases} \quad (13)$$

где $f_0 = B_0 I_0$ - амплитуда силы в рассматриваемом участке.

Подставляя стационарную часть решения уравнения (10) при нулевых начальных и краевых условиях с учетом (13) в (11) при

максимальном значении усилия ($\sin pt = 1$) получим

$$R = \frac{f_0}{\omega_1} \cdot \frac{[\cos kx_1 + \cos kx_2 + (\sin kx_1 + \sin kx_2) \frac{1 - \cos kL}{\sin kL}]}{1 - \left(\frac{K}{\omega_1}\right)^2}, \quad (14)$$

где

$$\omega_1 = \frac{\pi}{x_2 - x_1}; \quad K = \frac{P}{\sqrt{\frac{T}{P}}} = \frac{\pi}{L} \cdot \frac{v_1}{v_0} = \frac{\pi}{L} \cdot \frac{P}{P_0},$$

$$P_0 = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{T}{P}} \quad - \text{собственная круговая частота проводника,} \quad (15)$$

$$v_1 = \frac{P}{2\pi} \quad - \text{частота колебания тока,}$$

$$v_0 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{P}} \quad - \text{собственная частота колебания проводника.} \quad (16)$$

Из (14), делим на I_0 , для интеграла магнитного поля среднего участка магнитометра при $x_1 = L/3$, $x_2 = 2L/3$ получим

$$S_2 = \frac{2 B_0 L}{3\pi} \cdot \mu_2, \quad (17)$$

где

$$\mu_2 = \frac{\cos \frac{\pi}{3} \frac{v_1}{v_0} + \cos \frac{2\pi}{3} \frac{v_1}{v_0} + \left(\sin \frac{\pi}{3} \frac{v_1}{v_0} + \sin \frac{2\pi}{3} \frac{v_1}{v_0} \right) \frac{1 - \cos \pi \frac{v_1}{v_0}}{\sin \pi \frac{v_1}{v_0}}}{2 \left[1 - \frac{1}{9} \left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2 \right]}. \quad (18)$$

Аналогично для участка при $x_2 = L/3$, $x_1 = 0$, $B_1 = B_0/2$

$$S_1 = - \frac{B_0 L}{3\pi} \cdot \mu_1, \quad (19)$$

где

$$\mu = \frac{1 + \cos \frac{\pi}{3} \frac{v_1}{v_0} + \sin \frac{\pi}{3} \frac{v_1}{v_0} \cdot \frac{1 - \cos \pi \frac{v_1}{v_0}}{\sin \pi \frac{v_1}{v_0}}}{2 \left[1 - \frac{1}{9} \left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2 \right]}, \quad (20)$$

а для третьего участка при $x_1 = 2L/3$, $x_2 = L$, $B_2 = B_0/2$

$$S_3 = - \frac{B_0 L}{3\pi} \cdot \mu_3, \quad (21)$$

где

$$\mu_3 = \frac{\cos \frac{2\pi}{3} \frac{v_1}{v_0} + \cos \pi \frac{v_1}{v_0} + \left(\sin \frac{2\pi}{3} \frac{v_1}{v_0} + \sin \pi \frac{v_1}{v_0} \right) \frac{1 - \cos \pi \frac{v_1}{v_0}}{\sin \pi \frac{v_1}{v_0}}}{2 \left[1 - \frac{1}{9} \left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2 \right]}. \quad (22)$$

μ_1 , μ_2 и μ_3 можно назвать коэффициентами динамичности интегралов магнитных полей для каждого участка. Так как $S_1 = S_3$, то суммарная динамическая погрешность интеграла магнитного поля определяется как

$$\Delta = \frac{B_0 L}{3\pi} \cdot \frac{\sin^2 \frac{\pi}{6} \frac{v_1}{v_0}}{\left[1 - \frac{1}{9} \left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2 \right] \left[\cos^2 \frac{\pi}{6} \frac{v_1}{v_0} - 0,75 \right]}. \quad (23)$$

Ввиду того, что погрешности суммируются со своими знаками, они при знакопеременных магнитных полях меньше, чем при односторонних. При центрально симметричном распределении индукции магнитного поля динамические погрешности магнитометра равны нулю при различных значениях частоты питающего тока.

Возникающие динамические погрешности магнитометра не должны превышать допустимого значения интегрального магнитного поля.

Для вигглер-магнита должно удовлетворяться условие [1]

$$\left| \int_{\xi} B(x) dx \right| \leq 10^{-5} T_m, \quad (24)$$

т.е. динамические погрешности должны быть

$$\Delta < 10^{-5} T_m. \quad (25)$$

Как следует из (23) условие (25) удовлетворяется при

$$\frac{\nu_1}{\nu_{01}} \leq 9 \cdot 10^{-3}. \quad (26)$$

По формуле (16), при $L = 0,6$ м, $T = 80$ н, $\rho = 4,49 \cdot 10^{-8}$ кг/м собственная частота колебания токонесущего проводника будет

$$\nu_{01} = 110 \text{ Гц.}$$

Следовательно, для удовлетворения условия (26) рабочая частота тока через токонесущий проводник магнитометра для вигтлер-магнита должна быть

$$\nu < \nu_1 < 0,99 \text{ Гц.} \quad (27)$$

Из (27) следует, что рабочая частота токонесущего проводника на несколько порядков меньше, чем преобразователя. Это означает, что динамические погрешности магнитометра определяются исключительно частотными характеристиками токонесущего проводника.

Как следует из выражения (23) динамические погрешности магнитометра пропорциональны величине амплитудного значения индукции магнитного поля B_0 . В зависимости от B_0 можно изменить величину частоты тока через проволоку, обеспечивая допустимую величину динамических погрешностей. На рис.5 приведена зависимость индукции магнитного поля B_0 от отношения частот ν/ν_0 .

для ряда допустимых значений интеграла магнитного поля Δ (обозначения на графиках).

Экспериментально была исследована зависимость коэффициента динамичности магнитометра от отношения частот ν_1/ν_0 , при индукции магнитного поля имеющего форму близкой полусинусоидальному. Магнитное поле создавалось постоянным магнитом с помощью клиновидных полюсных наконечников. Максимальная индукция поля составляла порядка $B_0 = 0,1$ Т. Полупериод распределения был около 20 см. Частота тока в токонесущем проводнике изменялась начиная от 0,4 Гц. Резонанс магнитометра наступал при частоте $\nu_0 = 104$ Гц. До частот $\nu_1 = 6$ Гц ($\chi = 0,058$) коэффициент динамичности $\mu = 1$. При резонансе μ резко возрастает и составляет $\mu = 500$. Заниженное значение частоты собственного колебания можно объяснить пренебрежением гибкости в местах соединения проволоки с преобразователями и жесткости проволоки. На рис.6 приведен график зависимости коэффициента динамичности магнитометра μ от отношения частот ν/ν_0 (кривая I). Там же, для сравнения, показана та же самая зависимость, построенная по выражению (18). Как видно, до значений $\chi = 0,2$ имеет место хорошее согласие теории с экспериментом. Дальнейшее расхождение связано с принятыми допущениями и отклонениями распределения магнитного поля от полусинусоиды.

Выводы. Динамические погрешности магнитометра определяются исключительно частотными характеристиками токонесущего проводника.

Хорошее согласие теории с экспериментом позволяет при проектировании магнитометра его параметры определять теоретически.

Динамические погрешности магнитометра при знакопеременных

магнитных полях меньше, чем во время одностороннего распределения при том же максимальном значении индукции. При центрально симметричном распределении индукции магнитного поля динамические погрешности магнитометра равны нулю при любом значении частоты питающего тока.

Автор выражает благодарность Ю.Л.Мартirosяну за полезные обсуждения и М.Л.Петросяну за постоянный интерес к работе.

Таблица
Основные статические характеристики и
некоторые конструктивные параметры магнитометра для
измерения интеграла магнитного поля и полупроводни-
кового пьезорезистивного преобразователя силы [1]

| Характеристика, параметр | Магнитометр | Преобразователь |
|--------------------------|-------------------------------------|-----------------------|
| Чувствительность | $\geq 2,45 \cdot 10^3 \text{ В/Тм}$ | $> 1000 \text{ В/Н}$ |
| Порог чувствительности | $< 4 \cdot 10^{-6} \text{ Тм}$ | $< 10^{-7} \text{ Н}$ |
| Динамический диапазон | $> 5 \cdot 10^3$ | $2 \cdot 10^4$ |
| Макс. выходной сигнал | $\pm 2 \text{ В}$ | $\pm 2 \text{ В}$ |
| Уровень шумов | $< 5 \cdot 10^{-3} \text{ В}$ | $< 10^{-4}$ |
| Макс. ток питания | 5А | - |
| Напряжение питания | - | 20В |
| Рабочая длина | 0,6 м | - |
| Токонесущий проводник | | |
| диаметр | 0,8 мм | - |
| материал | медь | - |

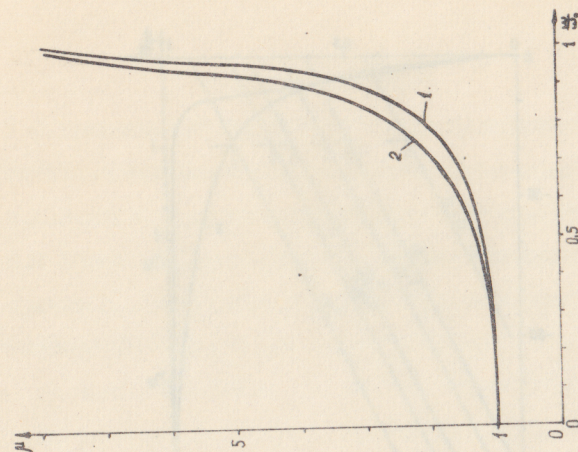


Рис.2

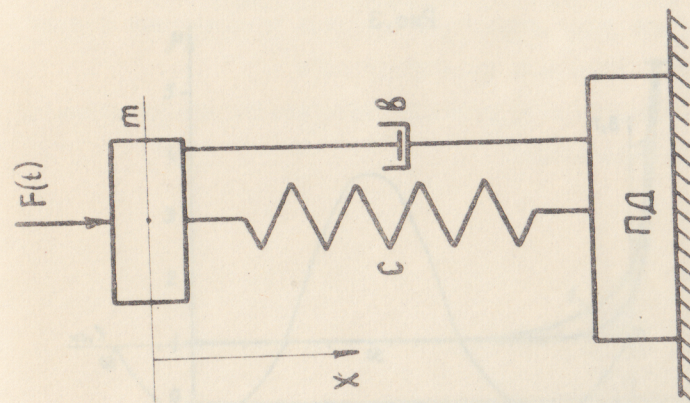


Рис.1

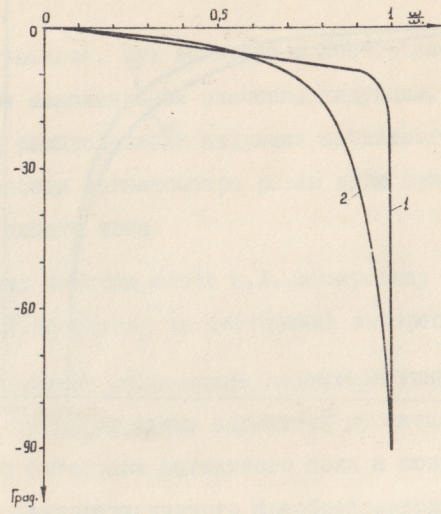


Рис.3

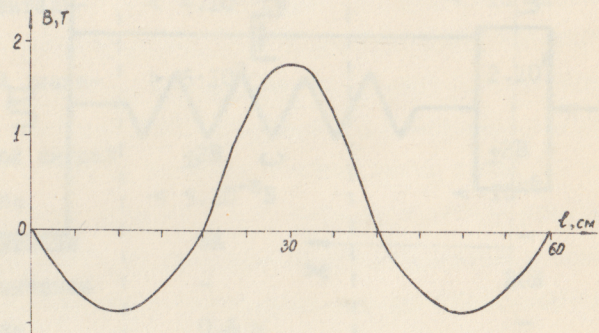


Рис.4

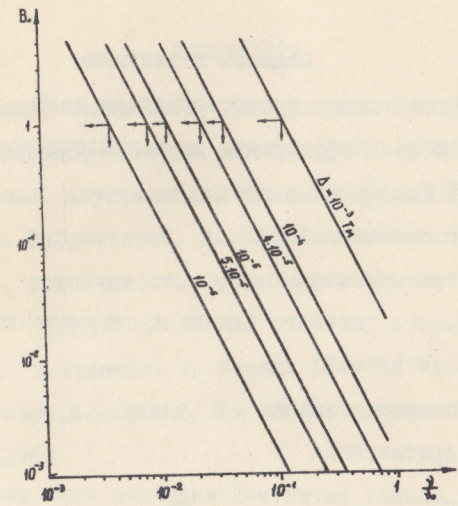


Рис.5

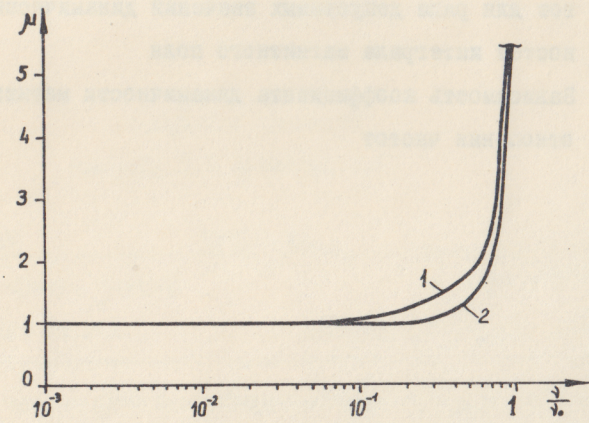


Рис.6

Подписи к рисункам

- Рис.1 Структурная схема преобразователя силы
- Рис.2 Зависимость коэффициента динамичности преобразователя силы от отношения частот
1 - экспериментальная
2 - теоретическая
- Рис.3 Зависимость фазового сдвига преобразователя силы от отношения частот
1 - экспериментальная
2 - теоретическая
- Рис.4 Распределение магнитной индукции поля вигглер-магнита в вертикальной плоскости [1]
- Рис.5 Зависимость индукции магнитного поля от отношения частот для ряда допустимых значений динамических погрешностей интеграла магнитного поля
- Рис.6 Зависимость коэффициента динамичности магнитометра от отношения частот

ЛИТЕРАТУРА

- [1] В.С.Уриханян, Магнитометр для измерения интеграла магнитного поля вигглер-магнита. Препринт ЕФИ-457(64)-80, 1981
- [2] А.Л.Полякова. Акустический журнал, 18,1,1972
- [3] Ю.И.Морш. Виброметрия, М.,Машиностроение, 1963
- [4] Прочность, устойчивость, колебания. Справочник, М.,Машиностроение, 2,1963
- [5] A. Cattoni, M. Piccolo, F. Ronga, LNF-71/12, 1971.
- [6] И.Г.Арманович, В.И.Левин. Уравнения математической физики, М.,Наука,1969

Рукопись поступила 19-го марта 1981 г.