

**ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ**  
**ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

---

---

ЕФИ-514(1)-82

А.Р.АВԱԿՅԱՆ, В.И.ГЛЕБОВ, Н. К.ЖЕВАГО,  
ЯН ШИ

ЯВЛЕНИЕ МИНИМУМА РАДИАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ  
ЭНЕРГИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ  
В КРИСТАЛЛЕ

**ԵՐԵՎԱՆ 1982 ԵՐԵՎԱՆ**

ВМ-514(1)-82

УДК.621.039.8

А.Р.АВАКЯН, В.И.ГЛЕБОВ, Н.К.ЛЕВАГО,

ЯН III

ЯВЛЕНИЕ МИНИМУМА РАДИАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ  
РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В КРИСТАЛЛЕ

Численно решена задача об интегральных радиационных потерях энергии релятивистских электронов в кристалле в приближении усредненного потенциала атомных цепочек (осей) с учетом всех осей кристалла. Найдено, что радиационные потери энергии электронов принимают минимальное значение, когда угол влета  $\Theta_0$  электронов в кристалл относительно осей приближается к критическому углу Линдхарда  $\Theta_L^{(s)}$  для осевого каналирования. Показано, что этот минимум обусловлен тем, что в переходной области от осевого к плоскостному каналированию значительно возрастает доля частиц, совершающих надбарьерное движение и испытывающих заметно меньшие потери энергии на излучение.

Ереванский физический институт

Ереван 1982

BM-514(I)-82

H.R.AVAKYAN, V.I.GLEBOV, N.K.ZHEVAGO, C.YANG

PHENOMENON OF THE MINIMUM OF THE RADIATION ENERGY LOSS  
OF RELATIVISTIC ELECTRONS IN THE CRYSTAL

A numerical solution is given of the problem on the integral radiation energy loss of relativistic electrons in the crystal in the approximation of the averaged potential of atomic chains (axes) taking into account all the crystal axes. The radiation energy loss of the electrons is found to take a minimum value when the electron inlet angle  $\Theta_0$  into the crystal with respect to axes tends to the critical Lindhard angle  $\Theta_L^{(s)}$  for axis channeling. This minimum is shown to be due to the fact that in the transition region from the axis channeling to the plane one, the fraction of particles accomplishing overbarrier motion and having noticeably less energy radiation loss, considerably increases.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1982

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ВФИ-514(1)-82

А.Р.АВАКЯН, В.И.ГЛЕБОВ, Н.К.ЕВБАГО,

ЯН ПИ

ЯВЛЕНИЕ МИНИМУМА РАДИАЦИОННЫХ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ  
РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В КРИСТАЛЛЕ

Ереван 1982



Радиационные потери энергии быстрых электронов в кристалле существенным образом зависят от характера их движения (см. [1,2]). Как известно [3,4], движение быстрых частиц в кристалле под малыми углами к кристаллографическим осям хорошо описывается с помощью потенциала атомов, усредненного вдоль оси. Аналогично, движение под малыми углами к кристаллографическим плоскостям (но под немалыми углами к осям) описывается с помощью усредненного потенциала плоскости.

Для анализа характера движения частиц обычно вводятся критические углы Линдхарда для осей  $\theta_L^{(s)} = (2U_o^{(s)}/E)^{1/2}$  и плоскостей  $\theta_L^{(p)} = (2U_o^{(p)}/E)^{1/2}$ , где  $U_o^{(s)}$  и  $U_o^{(p)}$  - глубина ямы для поперечного движения в усредненном потенциале осей и плоскостей,  $E$  - энергия частицы. Когда электрон влетает в кристалл под углом  $\theta_o$  к осям, меньшим  $\theta_L^{(s)}$ , они в значительной мере захватываются в режим осевого каналирования. Если же  $\theta_o \gg \theta_L^{(s)}$ , но угол влета относительно кристаллографической плоскости  $\theta_o'$  остается меньшим  $\theta_L^{(p)}$ , частицы захватываются в режим плоскостного каналирования. Случай, когда  $\theta_o' < \theta_L^{(p)}$ , но  $\theta_o \sim \theta_L^{(s)}$  соответствует пе-

реходной области от осевого каналирования к плоскостному [5-8]. В этой переходной области представление об усредненном потенциале плоскости становится непригодным, и адекватное описание движения частиц возможно лишь при рассмотрении плоскости как совокупности осей, т.е. при учете дискретности потенциала плоскости.

Задача об интегральных радиационных потерях энергии релятивистских легких частиц (электронов и позитронов) ранее [9, 10] решалась аналитически в приближении изолированной оси с модельным потенциалом вида  $U(\rho) = \alpha/\rho$  при  $\rho > u$  и  $U_0$  при  $\rho < u$ , где  $\alpha, u, U_0$  - известные константы. В настоящей работе задача решается численно с учетом суммарного потенциала всех осей кристалла, действующих на частицу, и с гораздо более реалистичным усредненным потенциалом Мольер-Эшлтона [10, 11] для отдельной оси:

$$U^{(s)}(\rho) = -\frac{e_0^2 z}{d_s} \sum_{i=1}^3 \alpha_i \exp(q_i^2) \int_0^1 \exp\left(-\frac{\rho^2 t}{u^2} - \frac{q_i^2}{t}\right) \frac{dt}{t}. \quad (I)$$

Здесь  $Ze_0$  - заряд ядра атома,  $d_s$  - расстояние между соседними атомами вдоль оси,  $u$  - квадратный корень среднего квадрата амплитуды тепловых колебаний,  $\alpha_i = \{0,1; 0,55; 0,35\}$ ,  $\beta_i = \{6,0; 1,2; 0,3\}$  - константы Мольер,  $q_i = \beta_i u / 2 a_{TF}$ , где  $a_{TF} = 0,8853 a_0 z^{-1/3}$ ,  $a_0 = 0,529 \cdot 10^{-8}$  см - радиус Бора. Учет суммарного потенциала всех осей кристалла позволяет вычислить радиационные потери энергии как в режимах чистого осевого и плоскостного каналирования, так и в переходной области.

Траектория движения электрона в кристалле определяется

уравнениями классической механики (справедливой при  $E > 100$  МэВ),

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{c^2 \vec{F} - \vec{v} (\vec{F} \vec{v})}{E}, \quad (2)$$

где  $\vec{F} = -g \text{grad} U(\vec{\rho})$ ,  $U(\vec{\rho}) = \sum_n U^{(s)}(|\vec{\rho} - \vec{\rho}_n|)$ .

Суммирование производится по всем осям.

Интегральные радиационные потери энергии на единицу длины пути даются формулой классической электродинамики

$$\frac{dE}{d\ell} = \frac{2e_0^2}{3m_0^2 c^2 \ell} \int \left( \frac{E}{m_0 c^2} \right)^2 \left[ \vec{F}^2 - \left( \vec{F} \frac{\vec{v}}{c} \right)^2 \right] dt, \quad (3)$$

где  $\ell$  - толщина кристалла,  $m_0$  - масса покоя электрона.

Численное решение уравнений (2) показало, что при  $\theta_0 \ll \theta_L^{(s)}$  электроны часто находятся в режиме осевого каналирования (прозетоны), а при  $\theta_0 \gg \theta_L^{(s)}$  и  $\theta'_0 \ll \theta_L^{(p)}$  ( $\theta'_0 = \theta_0 \sin \varphi_0$ , где  $\varphi_0$  - азимутальный угол влета, отсчитываемый от рассматриваемой плоскости) они почти полностью каналируются в плоскости. Но при  $\theta_0 \sim \theta_L^{(s)}$  большинство электронов совершает надбарьерное движение даже при  $\theta'_0 = 0$ .

Для того, чтобы найти относительную долю таких надбарьерных электронов в зависимости от  $\theta_0$  (при разных  $\varphi_0$ ), проведен анализ траекторий для большого числа (порядка 500 + 1000) электронов со случайно выбранными точками влета в кристалл, равномерно распределенными по элементарной ячейке кристалла. Результаты анализа для кристалла кремния и энергии электронов  $E = 10$  ГэВ проведены на рис. I. Угол  $\theta_0$  отсчитывается от оси  $\langle III \rangle$ ,  $\varphi_0$  - от проходящей через нее плоскости  $(IIO)$ . Из рисунка хорошо видно, что относительная доля надбарьерных электронов  $D$  мала при  $\theta_0 \ll \theta_L^{(s)}$  (осевое каналирование) и при  $\theta_0 \gg \theta_L^{(s)}$  (плос-

костное каналирование в (II0) при  $\varphi_0 = 0$  и в (II2) при  $\varphi_0 = \pi/6$ . В переходной области обнаружены отчетливые максимумы доли надбарьерных электронов, достигающей до  $70 \div 85 \%$ .

Наличие максимума доли надбарьерных частиц в переходной области согласуется с результатами, полученными ранее из аналитических соображений [7] и численного моделирования [5].

Из рис.1 видно также, что в случае  $\varphi_0 = \pi/6$  помимо максимума при  $\theta_0 \approx \theta_L^{(s)}$  величина  $D$  имеет еще один максимум при  $\theta_0 \approx 2\theta_L^{(s)}$ . Это обусловлено тем, что плоскости (II2), в которых каналируются электроны при  $\varphi_0 = \pi/6$ , заметно "слабее", чем плоскости (II0), т.е. расстояние между осями  $\langle III \rangle$  в плоскости (II2) больше (в  $\sqrt{3}$  раз), а глубина ямы усредненного плоскостного потенциала - меньше. В результате возникает область углов  $\theta_0^{(s)} < \theta_0 < 2\theta_L^{(s)}$ , где электроны частично каналируются в более "сильных" плоскостях (II0). Только при  $\theta_0 \gg 2\theta_L^{(s)}$  электроны полностью каналируются в (II2).

На рис.2 приведены значения радиационных потерь энергии  $dE/d\ell$ , усредненные по большему числу электронов со случайными точками влета в кристалл, в зависимости от угла влета  $\theta_0$  для двух значений  $\varphi_0$ . Из рисунка отчетливо видно, что в области  $\theta_0 \approx \theta_L^{(s)}$  радиационные потери принимают минимальное значение.

Появление этого минимума в радиационных потерях энергии электронов закономерно. Действительно, при надбарьерном движении электроны испытывают заметно меньшие потери энергии на излучение, чем при осевом и плоскостном каналировании. В переходной области  $\theta_0 \sim \theta_L^{(s)}$  имеется максимальная доля надбарьерных электронов (см.рис.1). Следовательно, в этой области потери

энергии электронов должны быть минимальными, что и наблюдается на рис.2.

Небольшой дополнительный максимум на кривой  $dE/d\varrho$  в случае  $\varphi_0 = \pi/6$  обусловлен соответствующим минимумом доли надбарьерных электронов (рис.1).

Явление минимума радиационных потерь ранее было наблюде-  
но экспериментально в работах [12,13,14]. Однако при этом не при-  
водились какие-либо физические объяснения этого явления.

Правда, при сравнении результатов вычислений с эксперимен-  
том необходимо иметь в виду, что вычисления сделаны в приближе-  
нии усредненного потенциала осей. Следовательно, эти вычисле-  
ния принципиально не могут дать значения потерь, соответствую-  
щих рассеянию на отдельных атомах.

К таким значениям величина потерь должна приближаться при  
достаточно больших углах влета  $\Theta_0$  электронов. На рис.2 пунк-  
тиром указано значение потерь при рассеянии на отдельных ато-  
мах, рассчитанное по известной формуле Бете-Гайтлера. Кривая  
 $dE/d\varrho$ , вычисленная в модели усредненного потенциала осей при  
 $\Theta_0 \gg \Theta_L^{(s)}$ , выходит на плато (рис.2), соответствующее плоскостному  
каналированию, в то время как на самом деле она должна постепенно  
спадать до значения, даваемого формулой Бете-Гайтлера, из-за  
атомной структуры осей, что действительно и наблюдается в экс-  
перименте.

Авторы благодарны Р.О.Авакяну и В.А.Базылеву за плодотвор-  
ные обсуждения.

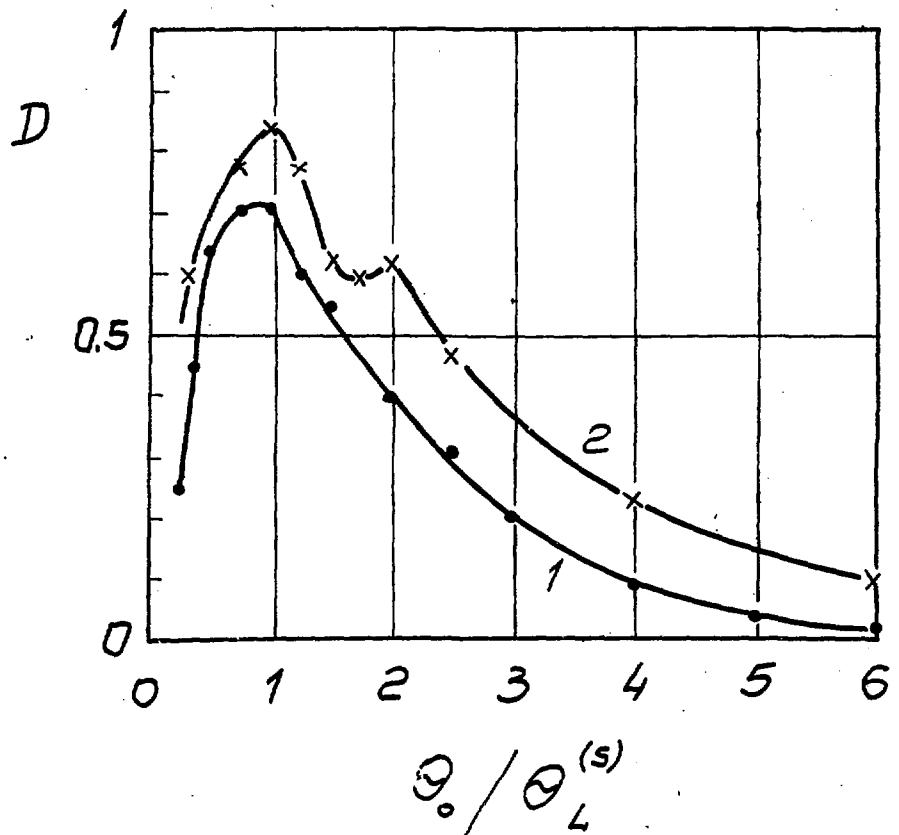


Рис. I Относительная доля надбарьерных электронов с энергией 10 ГэВ, движущихся в монокристалле кремния в зависимости от угла влета, отсчитываемого от  $\langle 111 \rangle$ .  $\theta_L^{(s)} = 0,15$  мрад. Кривые 1 и 2 соответствуют разным азимутальным углам влета электронов  $\psi$  (угол  $\psi$  отсчитывается от плоскости  $(110)$ ).

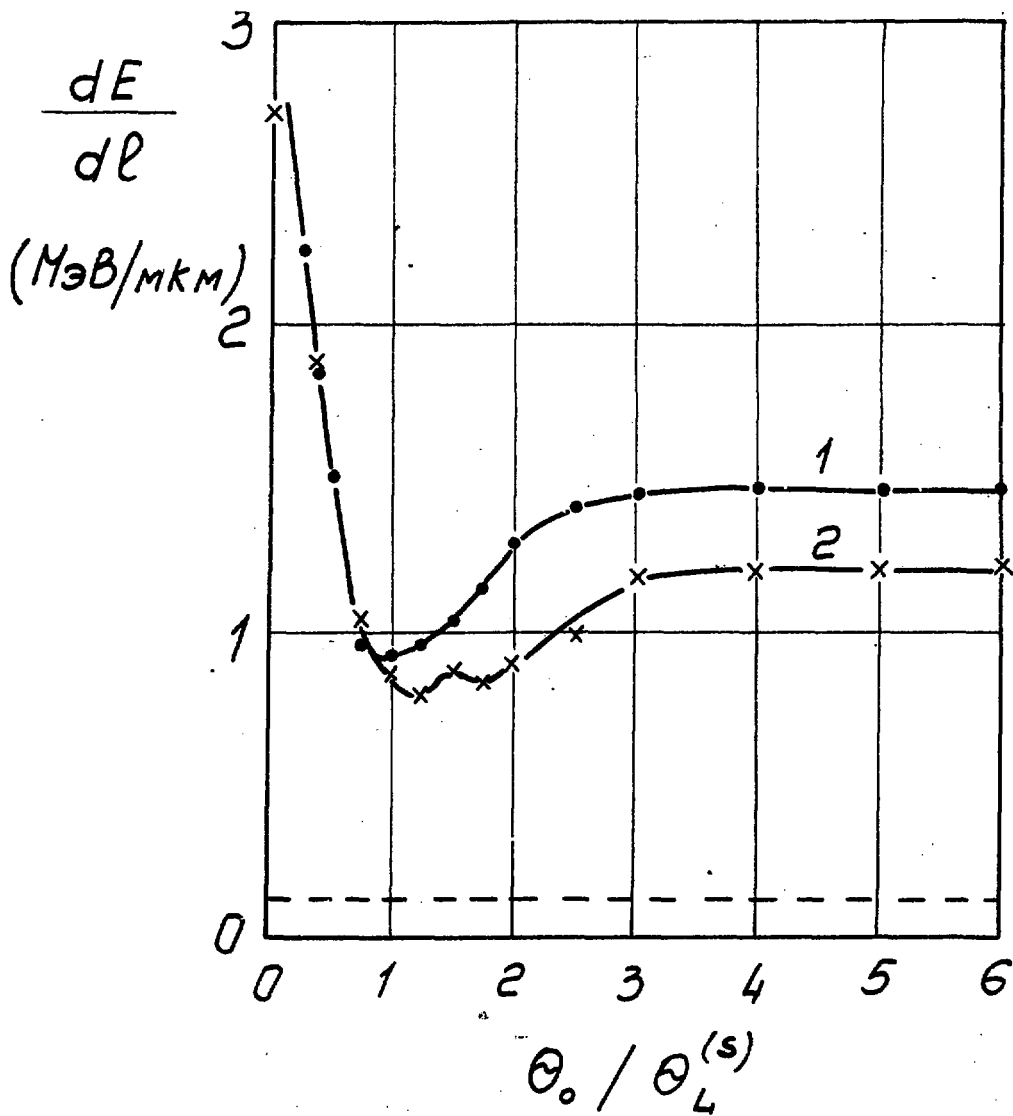


Рис.2 Радиационные потери энергии электронами с начальной энергией 10 ГэВ, движущимися в кристалле кремния, в зависимости от  $\theta_0$ . 1 -  $\psi = 0$ ; 2 -  $\psi = \pi/6$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wedell R. Electromagnetic Radiation of Relativistic Positrons and Electrons During Axial and Planar Channelling in Monocrystals.- Phys.Stat.Sol.(b) 1980, vol.199, p.11.
2. Bazylev V.A., Zhevago N.K. Channelling of Electrons in Crystals.- Rad.Eff. 1981, vol.54, p.41.
3. Lindhard J. Influence of Crystall Lattice on Motion of Energetic Charged Particles.- Mat.Fys.Medd.Dan.Vid.Selsk 1965, vol.34, p.14.
4. Gemmel D.S. Channeling and Related Effects in the Motion of Charged Particles Through Crystals.-Rev.Mod.Phys., 1974, vol.46, p.129.
5. Della Mea G., Drigo A.V., Lo Russo S. et al. Axial to Planar Channeling Transition.-Phys.Rev.1973, vol.B7, p.4029; Desalvo A., Rosa R. Computer analysis of the axial to Planar channeling transition: Linkage with continuum theory.- Phys.Rev. 1974, vol.B9, p.4605.
6. Булгаков Ю.В., Шульга В.И. Осцилляции прозрачности монокристалла кремния при переходе от осевого  $\langle 110 \rangle$  к плоскостному  $(110)$  каналированию - ФТТ, 1975, т.17, с.353.
7. Kumakhov M.A., Wedell R.A. Theory of Resonance Dechanneling.- Phys.Stat.Sol.(b), 1980, vol.99, p.11.
8. Белошицкий В.В., Кумахов М.А. Различие и связь между излучением каналированных частиц и когерентным тормозным излучением. - ДАН СССР 1980, т.251 с.331.

9. Avakian A.L., Jang C., Zhevago N.K. Radiation from electrons and Positrons Scattered by Crystal Strings.- Rad.Eff. 1981, vol. 56, p.39.
10. Авакян А.Л., Жеваго Н.К., Ян Ци. Излучение электронами и позитронами при осевом квазиканалировании.- ЖЭТФ, 1982, т.82, с.584
11. Appleton B.R., Erginsoy C., Gibson W.H. Chanelling Effects in the Energy Loss of 3-11 MeV Protons in Silicon and Germanium Single Crystals.- Phys.Rev. 1967, vol. 161, p.330
12. Жебровский Ю.В., Колесников Л.Я., Авакян Р.О. и др. Квази-монокроматические поляризованные фотоны линейного ускорителя электронов ФТИ АН УССР. Препринт ХФТИ АН УССР, ХФТИ № 329, Харьков, 1968.
13. Авакян Р.О., Армаганян А.А., Арутюнян Л.Г. и др. Квазимонокроматический поляризованный пучок фотонов Ереванского ускорителя. - Труды Международной конференции по аппаратуре в физике высоких энергий. Дубна, 1971 Атомиздат 1972, с.740.
14. Аганьянц А.О., Вартанов Ю.А., Вартапетян Г.А., Марукян Г.С. Ориентационные зависимости тормозного излучения в кристаллах алмаза. Препринт БФЭ - 468(10) - 81 Ереван 1981.

Рукопись поступила 24-го ноября 1981 г.

Редактор Л.П.Мукаян  
Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 034

ВФ- 03627

Тираж 299

Препринт ЕФИ  
Подписано к печати 10/II-82г.

Формат издания 60x84/16  
0,8 уч.изд.л. Ц. 5 к.

Издано Отделом научно-технической информации  
Ереванского физического института, Ереван-36, пер.Маркаряна 2