

индекс 3624

**ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ**  
**ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

ЕФИ-527(14)-82

Г.В.МАРТИРОСЯН

КОРОТКОВОЛНОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ СИЛЬНОТОЧНОГО  
ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

**ԵՐԵՎԱՆ 1982 ԵՐԵՎԱՆ**

## 1. Введение

Генерация и усиление когерентного излучения на основе переходов между состояниями непрерывного спектра, характерного для макроскопических систем с релятивистскими электронными пучками, в последние годы интенсивно изучаются теоретически [1-9] и экспериментально [10-14]. Существующие возможности здесь двояки: при энергии порядка десятков мегаэлектронвольт и сравнительно небольших токах в пучках с малым эмиттансом осуществимы глубоко перестраиваемые генераторы и усилители инфракрасного и светового диапазонов, а при энергиях порядка 1-2 МэВ приборы субмиллиметрового диапазона с большим (порядка процента) к.п.д. и беспрецедентной мощностью, если речь идет о доступных ныне токах порядка десятков и сотен кА в импульсе.

Так как указанные выше переходы запрещены для свободных электронов в вакууме, необходимо наличие внешнего поля, обеспечивающего выполнение законов сохранения энергии и импульса. По этой причине обычно изучается индуцированное излучение во внешнем периодическом магнитном поле (приборы такого рода принято называть лазерами на свободных электронах).

Сильноточные электронные пучки, представляющие большие возможности для генерации сверхмощных импульсов сверхвысокочастотного (СВЧ) излучения, обладают большим собственным магнитным полем. Равновесное собственное поле оказывает существенное влияние на равновесие и стабильность пучков заряженных частиц, вообще, и на генерацию электромагнитного излучения этими пучками, в частности. Для пучков со сравнительно небольшими токами магнитное поле может достигать тех оптимальных значений, которые используются в лазерах на свободных электронах  $\sim 1-5$  кГс.

В данной работе мы хотели бы обратить внимание, во-первых, на специфическую особенность сильноточных пучков с большим собственным магнитным полем, заключающуюся в наличии интенсивного спонтанного магнитотормозного излучения, направленного, в основном, вдоль пучка (то же указывалось в [15-17, 19]), во-вторых, на возможность лазерного механизма усиления или генерации в соответствующем диапазоне без применения внешних полей (см. например, [18]). В реальных пучках частота парных соударений настолько мала, что движение отдельной частицы под действием коллективных полей имеет упорядоченный периодический характер. Поэтому можно ожидать, что для волнового вектора, направленного вдоль пучка, интерференция излучения с различных участков траектории приведет к узкополосному характеру спектра. По аналогии с ондуляторным излучением во внешнем поле основная частота должна быть порядка  $\frac{2c\chi_n^2}{L}$ , где  $\chi_n$  - релятивистский фактор, соответствующий продольному движению, а  $L$  - пространственный период траектории, по порядку величины равный толщине бесстолкновительного скин-слоя.

Ниже рассчитываются угловое и спектральное распределения

спонтанного ондуляторного излучения релятивистского электронного пучка в собственном поле для конкретной, но достаточно типичной модели. В соответствии с изложенной выше точкой зрения нас будут интересовать условия, при которых скорость частиц и излучение резко направлены вперед, т.е. токи  $J \ll J_A \equiv \frac{mc^3}{e} \chi_n$ . При больших токах поперечная скорость частиц становится сравнима с продольной, излучение пучка становится более изотропным и ожидаемая спектральная линия сдвигается в длинноволновую область. Мы будем предполагать также, что частота излучения гораздо выше ленгмювской частоты электронов пучка, что позволяет исключить из рассмотрения их коллективные колебательные свойства и считать пучок прозрачным. Другими словами, длина волны предполагается гораздо меньшей глубины бесстолкновительного скин-слоя, что справедливо при  $2\chi_n^2 \gg 1$ .

Поскольку для генерации когерентного излучения вероятность спонтанного излучения на выбранной частоте должна падать с увеличением энергии (именно из-за этой зависимости процесс индуцированного излучения может превалировать над вынужденным поглощением), то наличие хорошо разрешенной спектральной линии спонтанного излучения, зависящей от энергии частиц, означает возможность лазерного механизма усиления в соответствующем диапазоне без применения достаточно сложных в практической реализации внешних полей. Ниже исследована эта возможность, найдено выражение для коэффициента усиления и показано, что для реализуемых в настоящее время параметров пучка возможно эффективное усиление СВЧ-сигнала. Кроме того, исследуемый эффект может оказаться полезным для диагностики сильноточных пучков.

## 2. Стационарное состояние пучка и траектории электронов в собственном поле

В дальнейшем используется модель цилиндрически симметричного невращающегося стационарного пучка, пространственный заряд которого полностью скомпенсирован неподвижным ионным фоном. В силу стационарности, однородности и симметрии пучка функция распределения электронов в фазовом пространстве  $f(H, P_z, M)$ , удовлетворяющая уравнению Власова, должна зависеть только от трех интегралов движения: полной энергии

$$H = c \left\{ m^2 c^2 + P_1^2 + \left( P_z - \frac{e}{c} A(r) \right)^2 \right\}^{1/2}$$

( $P_1$  — поперечный импульс); продольного обобщенного импульса  $P_z$ ; продольной составляющей момента импульса  $M$ , по которому в отсутствие вращения функция  $f$  должна быть симметричной. Единственная компонента вектор-потенциала  $A_z = A$  удовлетворяет уравнению

$$\Delta A = - \frac{4\pi}{c} j_z,$$

которое вместе с определением продольной плотности тока

$$j_z(A) = c^2 \int \frac{P_z - \frac{e}{c} A}{H} f(H, P_z, M) d\vec{p}$$

позволяет найти все характеристики пучка по заданной функции распределения. В качестве  $f$  мы используем функцию:

$$f(H, P_z, M) = \text{const} \cdot \delta(H - \gamma m c^2) \delta(P_z - P_0), \quad (I)$$

подробно исследованную в работе [18]. Тем самым в условиях полной зарядовой компенсации пучок предполагается моноэнергетическим. Параметр  $P_0$  является характеристикой направленности движения: чем ближе  $P_0$  к своему максимально возможному значению

к  $cmP$ , где  $P = \sqrt{\gamma^2 - 1}$ , тем меньше при том же полном токе  $J$  поперечная скорость частиц. Заметим, что отношение  $P_0/mc\beta = \cos\psi$  характеризует максимальное угловое отклонение скорости частиц от оси пучка.

Азимутальное магнитное поле внутри пучка  $r \leq a$  для распределения (I) равно

$$B = \frac{P_0 c}{2a} \frac{a}{L_e} I_1\left(\frac{r}{L_e}\right), \quad (2)$$

где  $L_e$  имеет смысл глубины бесстолкновительного скин-слоя. Поскольку величины  $\gamma$ ,  $P_0$ ,  $J$  и  $a/L_e$  связаны соотношениями

$$I_0\left(\frac{a}{L_e}\right) = mcP/P_0; \quad J = \frac{mc^3}{2e} \cdot \frac{P_0}{mc} \frac{a}{L_e} I_1\left(\frac{a}{L_e}\right), \quad (3)$$

то в качестве независимых макроскопических параметров состояния можно задать радиус пучка  $a$ , полную энергию  $\gamma$  и полный ток  $J$ , либо  $a$ ,  $\gamma$  и угловой разброс  $\psi$ . Рассмотрим случай  $\psi \ll 1$ , когда

$$\frac{a}{L_e} \approx \psi\sqrt{2}, \quad J \approx \frac{mc^3 P}{2e} \psi^2, \quad B \approx \frac{mc^2 P}{e a^2} r \psi^2 \quad (4)$$

Как видно из последнего равенства, ток в приближении  $\psi \ll 1$  равномерно распределен по сечению пучка. Частица, имеющая момент количества движения  $M$ , двигаясь в среднем вдоль пучка, в поперечном направлении совершает двумерные бетатронные колебания с частотой  $\omega_\beta$  и пространственным периодом  $L$

$$\omega_\beta = \frac{c}{a} \sqrt{\frac{\beta J}{J_A}}, \quad \beta = \frac{(\gamma^2 - 1)^{1/2}}{\gamma_0}, \quad L = 2\pi\sqrt{2} L_e. \quad (5)$$

При этом только частицы с  $M=0$  проходят через ось пучка и достигают максимального радиуса  $r=a$ . Проекция всех остальных траекторий на поперечное сечение представляет собой эллипс, заданный соотношениями:

$$x = x_0 \sin \omega_p t, \quad y = y_0 \cos \omega_p t,$$

$$\text{где } x_0 = \frac{a}{2} (\sqrt{1-\mu} + \sqrt{1+\mu}), \quad y_0 = \frac{a}{2} (\sqrt{1+\mu} - \sqrt{1-\mu}) \quad (6)$$

$$\mu = \frac{|M|}{mca \gamma \beta^{1/2} (J/J_A)^{1/2}}$$

Приведем также выражение для квадрата поперечной скорости

$$V_{\perp}^2 = \frac{a^2 \omega_p^2}{2} (1 + \sqrt{1-\mu^2} \cos 2\omega_p t) \quad (7)$$

и нормировки распределения частиц по  $\mu$ , справедливой при  $J \ll J_A$ :

$$F_0(\mu) = \begin{cases} \frac{J}{ec\beta} & \mu \leq 1 \\ 0 & \mu > 1 \end{cases} \quad (8)$$

Выражение (8) понадобится нам при вычислении спектральной интенсивности излучения.

### 3. Спонтанное излучение пучка

Как было указано выше, нас, в основном, интересуют токи  $J \ll J_A$ , однако проведем вычисление углового распределения спонтанного излучения пучка для произвольных токов в целях выяснения зависимости направленности излучения от тока.

При вычислении излучения ансамбля электронов на высоких частотах учтем, что скорость и координата электронов нескоррелированы, а энергия и импульс излученного фотона значительно меньше энергии и изменения импульса электронов  $\frac{\hbar\omega}{\gamma mc^2} \ll 1, \frac{\hbar\omega}{c\Delta p} \ll 1$ . При выполнении этих условий излучение не влияет на движение электронов и процессы излучения фотонов отдельными электронами будут статистически независимыми, так что полную некогерентную мощность излучения в единицу телесного угла можно представить в виде

$$I = \int \frac{di}{d\Omega} \cdot f(\vec{r}, \vec{p}) d\vec{p} d\vec{r}, \quad (9)$$

где  $di/d\Omega$  - мощность излучения одного электрона в заданном магнитном поле [20], а интегрирование производится по всему фазовому объему пучка.

Функция распределения, входящая в (9), зависит только от интегралов движения  $H, P_z$ , и  $M$ , а поля, определяющие излучение частицы - только от координаты  $r$ . Поэтому представив элемент фазового объема в виде  $dz d\theta \frac{dr}{v_r} dP_z dH dM$ , для интенсивности излучения единицы длины пучка под углом  $\psi$  к его оси получим

$$I = \frac{\gamma(\gamma^2-1)}{16\pi} \frac{mc^2}{Le^2} \left( \frac{P_0}{mc} \right)^2 \Phi(\psi); \quad (10)$$

Функция  $\Phi(\psi)$  определяется как

$$\Phi(\psi) = \int_0^{\alpha/L_e} y I_1^2(y) h(y) dy,$$

$$h(y) = \frac{1}{\beta^2} \frac{u^4}{\alpha^4} P_3(u) - \frac{2}{\beta^2 \gamma^2} \frac{u^5}{\alpha^5} P_4(u) + \frac{1}{\beta^2 \gamma^4} \frac{u^6}{\alpha^6} P_4(u) + \frac{\sin^2 \psi}{\gamma^2} \frac{u^6}{\alpha^6} \left[ \frac{1}{4} P_4'(u) - \frac{1}{5} P_5'(u) - P_5(u) \right] \quad (11)$$

Здесь  $\beta = P/\gamma$ , а  $P_i$  - полиномы Лежандра от аргумента  $u = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}}$ , где

$$\alpha(y) = 1 - \frac{P_0}{\gamma mc} I_0(y) \cos \psi,$$

$$\mathcal{H}(y) = \beta \left\{ 1 - \left[ \frac{P_0}{P mc} I_0(y) \right]^2 \right\}^{1/2} \sin \psi.$$

На рис. I показана угловая зависимость интенсивности излучения при различных значениях энергии и тока пучка. Как видно из приведенных графиков, излучение имеет резкую направленность вплоть до токов 80 кА при всех значениях энергии. При больших токах по-

перечная скорость электронов становится сравнимой с продольной, и интенсивность теряет резко выраженную направленность. Полная излученная мощность (см. рис. 2) растет несколько быстрее, чем куб тока пучка, что физически понятно: излучение пропорционально току и квадрату поля, которое, в свою очередь, пропорционально току. Дополнительный вклад в степень этой зависимости дает рост поперечной скорости, зависящей от выбранной модели.

Спектр спонтанного излучения вычисляется для токов  $J \ll J_A$ , при этом траектории электронов описываются уравнениями (6). Форму и интенсивность спектральной линии излучения одного электрона можно найти из спектрального разложения запаздывающего векторного потенциала [20]

$$\vec{E}_\omega = -\frac{ie\omega e^{iKR_0}}{2\pi c^2 R_0} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{v}(t) \cdot \exp\{i\omega t - i\vec{k} \cdot \vec{r}(t)\} dt, \quad (I2)$$

где  $K = \omega/c$ ,  $\omega$  - частота излучения,  $\vec{r}(t)$  и  $\vec{v}(t)$  - мгновенное положение и мгновенная скорость электрона в момент времени  $t$ ,  $R_0$  - расстояние до точки наблюдения. Для малых углов  $\psi$  вектора  $\vec{k}$  относительно оси пучка имеем

$$\vec{k} \cdot \vec{r}(t) = z k (1 - \psi^2/2) \approx k (1 - \frac{\psi^2}{2}) \int v_z dt.$$

При токах  $J \ll J_A$ , поперечное движение нерелятивистское, поэтому

$$v_z = (v^2 - v_\perp^2)^{1/2} \approx v - v_\perp^2/2v.$$

Поскольку ускорение обеспечивается только магнитным полем и реакция излучения не учитывается, то скорость  $v$  остается постоянной. Для поля излучения, следовательно, имеем

$$\vec{E}_\omega = -\frac{ie\omega e^{iKR_0}}{2\pi c^2 R_0} \int_0^\tau \vec{v}_\perp(t) \exp\left\{\frac{i\omega}{2\gamma^2} \left[ (1 + \beta\gamma^2\psi^2 + \frac{\gamma^2 v_\perp^2}{vc}) t \right]\right\} dt, \quad (I3)$$

где  $\tau$  - время пребывания частицы в пучке. В силу периодического

характера поперечного отклонения показатель экспоненты в (I3) осциллирует около значения

$$\frac{i\omega t}{2\gamma^2} \phi(\psi),$$

где черта означает усреднение по периоду  $2\pi/\omega_\beta$  бетатронных колебаний, а

$$\phi(\psi) = 1 + \gamma^2 \frac{v_\perp^2}{vc} + \beta\gamma^2\psi^2,$$

Вводя резонансную частоту  $\omega_\beta$ , соответствующую ожидаемой интерференции с последующих периодов траектории,

$$\omega_\beta = \frac{2\omega_\beta \gamma^2}{\phi(\psi)} \quad (I4)$$

и расстройку  $\delta = \frac{(\omega - \omega_\beta)}{\omega_\beta}$ , которую мы считаем малой величиной, перепишем  $\vec{E}_\omega$  в виде

$$\vec{E}_\omega = \frac{e\omega e^{iKR_0}}{2\pi c^2 R_0 \delta \omega_\beta} (e^{i\delta \omega_\beta \tau} - 1) \cdot \vec{u}, \quad (I5)$$

где

$$\vec{u} = \left\{ \vec{v}_\perp \cdot \exp\left[\frac{ie\omega}{2vc} \int (v_1^2 - \bar{v}_1^2) dt + i\omega_\beta t\right] \right\}. \quad (I6)$$

С помощью (I5) легко вычисляется спектральная плотность мощности, излученной в единицу телесного угла одним электроном

$$i_\omega = \frac{cR_0^2 |\vec{E}_\omega|^2}{\tau} = \frac{e^2 \omega^2}{4\pi^2 c^3 \omega_\beta^2 \delta^2 \tau} \sin^2 \frac{\delta \omega_\beta \tau}{2} |\vec{u}|^2. \quad (I7)$$

Эта величина, рассматриваемая как функция частоты излучения, имеет резкий максимум при  $\omega \approx \omega_\beta$ , шириной  $\sim \tau^{-1}$ , причем сама резонансная частота различна для различных углов  $\psi$  и резко падает при  $\psi > \gamma^{-1}$ .

Используя выражения (6) можно вычислить  $|\vec{u}|^2$  и привести  $i_\omega$  к виду

$$i_{\omega} = \frac{e^2 \omega^2 a^2}{(4\pi)^2 c^3 \delta^2 \tau} \sin^2 \frac{\delta \omega_p \tau}{2} \left\{ J_0^2(\xi(1-\mu^2)^{1/2}) + J_1^2(\xi\sqrt{1-\mu^2}) - 2\sqrt{1-\mu^2} J_1(\xi\sqrt{1-\mu^2}) J_0(\xi\sqrt{1-\mu^2}) \right\}, \quad (18)$$

где  $\xi = \frac{\omega_p \omega_p a^2}{8 v c}$ . В рассматриваемом приближении малых токов величина  $\xi \ll 1$ , так что спектральная мощность оказывается не зависящей от момента:

$$i_{\omega} \approx \frac{e^2 \omega^2 a^2}{16 \pi^2 c^3 \delta^2 \tau} \sin^2 \frac{\delta \omega_p \tau}{2}. \quad (19)$$

Излучение эллиптически поляризовано, причем полуоси эллипса поляризации зависят от  $\mu$ , а его ориентация определяется начальными условиями для данной частицы. Спектральную плотность мощности излучения с единицы длины пучка  $I_{\omega}$  можно найти с помощью того же метода усреднения, что и в (9), при этом излучение пучка, естественно, оказывается неполяризованным. Согласно (8), интегрирование по  $\mu$  сводится просто к умножению (19) на погонную плотность частиц:

$$I_{\omega} = \frac{e a^2 \omega^2 J}{16 \pi^2 \beta c^4 \delta^2 \tau} \sin^2 \frac{\delta \omega_p \tau}{2}. \quad (20)$$

Из формулы (21) видно наличие узкой спектральной линии при  $\omega \approx \omega_p$ , ширина которой уменьшается, а интенсивность увеличивается с увеличением времени пребывания каждой частицы в пучке, то есть его эффективной длины. Полная мощность единицы длины, сосредоточенная в линии, естественно, не зависит от  $\tau$ . Интегрируя (20) по частоте и выражая все параметры через не-

посредственно измеримые величины, получаем

$$I = \int_0^{\infty} I_{\omega} d\omega = \frac{m c^3 \rho}{9 a^2} \frac{\left( \frac{J e \chi}{m c^3} \right)^3}{\left[ 1 + \frac{J e \chi}{m c^3} + \rho \chi^2 \right]^3}. \quad (21)$$

Выражение (21) справедливо при  $J \ll J_A$ ,  $\psi \ll 1$  и в общей области применимости дает примерно те же значения, что и приведенные на рис.1. Однако рис.1 дает менее выраженное насыщение с увеличением тока по сравнению с формулой (21), что указывает на возрастающую роль излучения на высших гармониках бетатронной частоты.

#### 4. Индуцированное излучение

Рассмотрим взаимодействие отдельного электрона с распространяющейся вдоль оси пучка циркулярно поляризованной электромагнитной волной, электрическое поле которой представим в виде

$$\vec{E} = \vec{E}(z) \exp[i(\omega t - k z)], \quad (22)$$

где  $\omega$  - частота и  $k$  - волновое число волны,  $\vec{E}(z)$  - медленно меняющаяся амплитуда. Пренебрежем отличием фазовой скорости волны от скорости света и связанным с этим приращением фазы волны. Резонансно взаимодействовать с циркулярно поляризованной волной будет только половина частиц, так как в среднем половина частиц закручивается в сторону, противоположную вращению поляризации. Через ось до края пучка доходят только частицы с  $M=0$ , а частицы с  $M=M_{\max}$  вращаются по окружности радиуса  $a\sqrt{2}$ , поэтому эффективное взаимодействие с цирку-

лярно поляризованной волной будет зависеть от  $M$ .

Поперечная волна электрического поля (22) совершает в единицу времени над электроном работу

$$\begin{aligned} w &= \operatorname{Re} \left\{ e \vec{E} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} \exp[i(\omega t - k z)] \right\} \approx \\ &\approx \operatorname{Re} \left\{ e \vec{E} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} \exp \left[ \frac{i\omega}{2\gamma^2} \int \left( 1 + \frac{\delta^2 v_{\perp}^2}{\beta c^2} \right) dt \right] \right\}, \end{aligned} \quad (23)$$

где  $\vec{r}$  — поперечное отклонение электрона в пучке с компонентами (6). Для данной частоты  $\omega$ , определяя резонансную энергию как

$$\gamma_p^2 = \frac{6(0)L}{2\lambda}, \quad \lambda = \frac{2\pi}{k}$$

и расстройку  $\Delta = \frac{(\gamma - \gamma_p)}{\gamma}$ , мы видим, что, как и в п.3, работа (23) в среднем отлична от нуля только в случае резонанса  $\Delta \ll 1$  и равна

$$\bar{w} = \operatorname{Re} (e \vec{E} \cdot \vec{u}) = -e |\vec{E} \cdot \vec{u}| \sin \chi, \quad (24)$$

где  $\chi = kz - \omega t + 2\pi z/L$ .

Расстройка  $\Delta$  и фаза  $\chi$  изменяются согласно уравнениям:

$$\frac{d\Delta}{dz} = - \frac{e}{mc^3 \gamma_0} |\vec{E} \cdot \vec{u}| \sin \chi \quad (25)$$

$$\frac{d\chi}{dz} = \frac{4\pi}{L_0} \left( 1 - \frac{1}{4\beta^2} \right) \Delta, \quad (26)$$

где  $L_0$  — пространственный период для электрона с энергией  $\gamma_0$ .

Изменение амплитуды поля определяется из закона сохранения энергии в системе поле — пучок

$$\frac{\pi b^2}{4\pi} \frac{dE^2}{dz} = \int \gamma mc^2 F_0(\mu) \left\langle \frac{d\Delta(\mu)}{dz} \right\rangle \chi_i d\mu, \quad (27)$$

где  $\pi b^2$  — поперечное сечение электромагнитного пучка, а  $\langle \dots \rangle \chi_i$  означает усреднение по начальному значению фазы  $\chi_i$ . Используя уравнение (6) для траектории электронов, функцию распределения (8) и определение (16), из уравнений (25 - 27) получим следующую систему для безразмерных величин  $\tilde{\Delta} = \Delta (\gamma/\gamma_A)$ ;  $\xi = \frac{E_0 c}{\gamma}$ ,  $\chi$ :

$$\frac{d\tilde{\Delta}}{d\zeta} = - \frac{\beta^{1/2}}{2\sqrt{2}} \left( \frac{\gamma}{\gamma_A} \right)^2 h(\mu, \xi) \xi \sin \chi,$$

$$\frac{d\chi}{d\zeta} = \frac{2\sqrt{2}}{\beta^{1/2}} \left( 1 - \frac{1}{4\beta^2} \right) \tilde{\Delta} \quad (28)$$

$$\frac{d\xi}{d\zeta} = \int \frac{\gamma^{3/2}}{\beta^{1/2}} \int_0^1 h(\mu, \xi) \langle \sin \chi \rangle \chi_i d\mu,$$

$$\text{где } \xi = \frac{z}{a}, \quad \zeta = \frac{z}{b^2},$$

$$h(\mu, \xi) = \left[ \sqrt{1-\mu^2} J_0(\xi \sqrt{1-\mu^2}) - \sqrt{1+\mu^2} J_1(\xi \sqrt{1-\mu^2}) \right].$$

Отметим, что система (28) описывает не просто работу поля при заданном движении частицы, а и процесс их фазировки высокочастотным полем, то есть индуцированное излучение.

Решение системы (28) будем искать в виде разложения по степеням малого параметра  $(\gamma/\gamma_A)^2$ :

$$\tilde{\Delta} = \tilde{\Delta}_0 + \tilde{\Delta}_1 + \tilde{\Delta}_2 + \dots$$

$$\chi = \chi_0 + \Delta_1 \zeta + \chi_1 + \dots = \mathcal{H}(\zeta) + \chi_1 + \dots,$$

где  $\tilde{\Delta}_0$  и  $\chi_0$  — начальные значения расстройки и фазы. Подставляя это разложение в первые два уравнения системы, в первом приближении получаем:

$$\frac{d\tilde{\Delta}_0}{d\zeta} = - \frac{\beta^{1/2}}{2\sqrt{2}} \left( \frac{\gamma}{\gamma_A} \right)^2 \xi(\zeta) h(\mu, \xi) \sin \mathcal{H}(\zeta),$$

$$\frac{d\chi_1}{d\zeta} = \frac{2\sqrt{2}}{\beta^{1/2}} \left( 1 - \frac{1}{4\beta^2} \right) \tilde{\Delta}_0.$$

Формально интегрируя первое из этих уравнений, подставляя во второе и интегрируя, имеем

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}_1 &= -\frac{\beta^{3/2}}{2\sqrt{2}} \left(\frac{J}{J_A}\right)^2 h(\mu, \xi) \int_0^{\tilde{z}} d\tilde{z}' \mathcal{E}(\tilde{z}') \sin \mathcal{H}(\tilde{z}') d\tilde{z}', \\ \chi_1 &= -\left(1 - \frac{1}{4\beta^2}\right) \left(\frac{J}{J_A}\right)^2 h(\mu, \xi) \int_0^{\tilde{z}} d\tilde{z}' \int_0^{\tilde{z}'} \mathcal{E}(\tilde{z}'') \sin \mathcal{H}(\tilde{z}'') d\tilde{z}'' \end{aligned} \quad (29)$$

Отметим, что в высших порядках используемого разложения содержатся и эффекты насыщения (захват частиц волной (6)), но здесь мы их не рассматриваем.

Учитывая, что в линейном приближении  $\langle \sin \chi \rangle_{\chi_i} \approx \langle \chi \cos \mathcal{H} \rangle_{\chi_i}$  получим

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\tilde{z}} = \left(1 - \frac{1}{4\beta^2}\right) \int_0^{\tilde{z}} \frac{\beta^{3/2}}{\beta^{3/2}} \left(\frac{J}{J_A}\right)^2 \int_0^1 h^2(\mu, \xi) \int_0^{\tilde{z}'} d\tilde{z}'' \mathcal{E}(\tilde{z}'') \langle \cos \mathcal{H}(\tilde{z}'') \sin \mathcal{H} \rangle_{\chi_i}$$

Усредняя по начальной фазе

$$\langle \cos \mathcal{H}(\tilde{z}) \sin \mathcal{H}(\tilde{z}') \rangle_{\chi_i} \approx -\frac{1}{2} \sin \tilde{\Delta}_i (\tilde{z} - \tilde{z}'),$$

выпишем следующее интегродифференциальное уравнение для изменения амплитуды поля  $\mathcal{E}$  вдоль пучка

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\tilde{z}} = \frac{\alpha}{2} \int_0^{\tilde{z}} \mathcal{E}(\tilde{z}') (\tilde{z} - \tilde{z}') \sin \tilde{\Delta}_i (\tilde{z} - \tilde{z}') d\tilde{z}' \quad (30)$$

где

$$\alpha = \left(\frac{J}{J_A}\right)^2 \int_0^1 \frac{\beta^{3/2}}{\beta^{3/2}} \left(1 - \frac{1}{4\beta^2}\right) H(\tilde{z})$$

а

$$H(\xi) = \int_0^1 h^2(\mu, \xi) d\mu$$

Вблизи резонанса ( $\Delta_i \ll 1$  и  $\xi \ll 1$ )

$$H(\xi) \approx \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \xi + \dots$$

Предполагая, что при больших  $\tilde{z}$  решение уравнения (30) имеет

асимптотический характер экспоненты  $\mathcal{E} \sim e^{\Gamma \tilde{z}}$ , для коэффициента усиления  $\Gamma$  получаем

$$\Gamma = \frac{\alpha}{2} \int_0^{\tilde{z}} e^{-(\tilde{z}-\tilde{z}')} (\tilde{z}-\tilde{z}') \sin \tilde{\Delta}_i (\tilde{z}-\tilde{z}') d\tilde{z}'$$

При  $\Gamma \tilde{z} \gg 1$  верхний предел интегрирования можно считать бесконечным и, следовательно,

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{\alpha}{2} \int_0^{\infty} e^{-\Gamma \tau} \tau \sin \tilde{\Delta}_i \tau d\tau = \\ &= \frac{\alpha \Gamma \Delta_i}{(\Gamma^2 + \Delta_i^2)^2} \end{aligned} \quad (31)$$

т.е.  $\Gamma = (\sqrt{\alpha \tilde{\Delta}_i} - \tilde{\Delta}_i)^{1/2} \approx (\alpha \Delta_i)^{1/4}$

Чтобы найти область применимости (31), предположим, что при малых  $\tilde{z}$  амплитуда меняется медленно и можно ограничиться разложением

$$\mathcal{E}(\tilde{z}') = \mathcal{E}(\tilde{z}) + \frac{d\mathcal{E}}{d\tilde{z}} (\tilde{z} - \tilde{z}') + \dots \quad (32)$$

Тогда из уравнения (30) получим:

$$\ln \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_i} = \frac{\alpha}{\Delta_i^2} \int_0^{\tilde{z}} \frac{(\sin \Delta_i \tilde{z}' - \tilde{z}' \Delta_i \cos \Delta_i \tilde{z}') d\tilde{z}'}{1 + \frac{\alpha}{\Delta_i^2} (\tilde{z}'^2 \Delta_i^2 \cos \Delta_i \tilde{z}' - 2\tilde{z}' \Delta_i \sin \Delta_i \tilde{z}' - 2 \cos \Delta_i \tilde{z}' + 2)}$$

Учитывая, что  $\Delta_i \tilde{z} \ll 1$ , имеем

$$\ln \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_i} \approx \frac{\alpha \tilde{\Delta}_i}{6} \int_0^{\tilde{z}} \frac{\tilde{z}'^3 d\tilde{z}'}{1 - \frac{\alpha \tilde{\Delta}_i}{4} \tilde{z}'^4} \quad (33)$$

Видно, что при  $\tilde{z} \sim (\alpha \tilde{\Delta}_i)^{1/4}$  приближение (32) перестает быть справедливым и неустойчивость должна переходить в режим экспоненциального нарастания. В предположении, что  $\Delta_i \ll 1$ , условие  $\Gamma \tilde{z} \sim 1$  или  $\frac{J}{J_A} \sim \left(\frac{\alpha}{\tilde{z}^2 \Delta_i^{1/2}}\right)^{1/4} \frac{1}{\tilde{z}^2 \Delta_i^{1/2}}$  ( $\ell$  длина пучка) является, следовательно, критерием тока, при котором в пучке с длиной  $\ell$  возникает индуцирован-

ное усиление.

### 5. Заключение

В сильноточных электронных пучках возможна генерация интенсивного спонтанного магнитно-тормозного излучения, достигающего  $1 - 10 \text{ Вт/см}$  для реализуемых в настоящее время параметров пучков. Основная длина волны излучения определяется током, радиусом пучка и энергией частиц в пучке. Для токов  $\sim 10 \text{ кА}$ , при радиусе  $1 \text{ см}$  эта длина волны приходится на миллиметровую область.

В пучках возможно также возникновение индуцированного излучения: на основе формулы (31) можно оценить ожидаемый коэффициент усиления для реализуемых в настоящее время пучков. Для  $\frac{J}{J_A} \sim 0.1$ ,  $\chi = 5$ ,  $\Delta_i \sim 10^{-3}$ ,  $\alpha = 1 \text{ см}$  и  $\lambda = 1 \text{ мм}$  ( $\sim 10^{-2}$ ), при наличии спонтанного излучения мощностью  $1-10 \text{ Вт}$  и длине пучка  $\sim 5 \text{ м}$  можно ожидать когерентное излучение мощностью  $10^4-10^5 \text{ Вт}$ .

Рассмотренный эффект можно интерпретировать как радиационную неустойчивость пучка, которая рассматривалась в нескольких иных предположениях в [18]. Как и в [18] мы не учитывали дисперсию электронного пучка, т.е. искажение фазовой скорости и фронта волны, а также эффекты пространственного заряда, которые малы при  $\frac{J}{J_A} \ll 1$ . Полный самосогласованный анализ радиационной неустойчивости кинетически равновесных пучков составляет предмет отдельного исследования.

Автор выражает благодарность А.Н.Лебедеву за многочисленные обсуждения и ценные замечания, сделанные в ходе работы, а также В.С.Воронину и А.А.Коломенскому за интерес к работе.

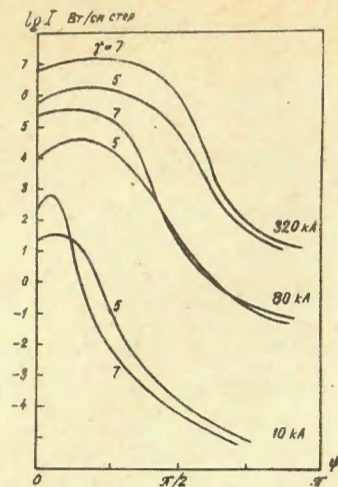


Рис.1

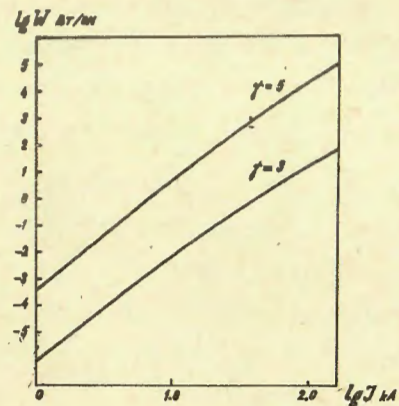


Рис.2

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Madey J.M. Stimulated Emission of Bremsstrahlung in Periodic Magnetic Field.- J. Appl. Phys. 1971, vol. 42, p. 1906-1913.
2. Kroll N.M., McMullin W.A. Stimulated Emission from Relativistic Electrons Passing through a Spatially Periodic Transverse Magnetic Field.- Phys. Rev. 1978, vol. A17, p. 300-308.
3. Kwon T., Dawson J.D., Lin A.T. Free Electron Laser.- Phys. of Fl. 1977, vol. 20, p. 581-588.
4. Colson W.B. Theory of a Free Electron Laser.- Phys. Lett. 1976, vol. 59A, p. 187-190.
5. Hopf F., Meyestre P., Scully M., Louisell W. Nonlinear Theory of Free-Electron Devices.- Opt. Comm. 1976, vol. 18, p. 413-417.
6. Коломенский А.А., Лебедев А.Н. Вынужденное ондуляторное излучение релятивистских электронов и физические процессы в "электронном лазере". Квантовая электроника, 1978, т.5, вып.7, с.1543-1552.
7. Братман В.Л., Гинзбург Н.С., Петлин М.И. Нелинейная теория вынужденного рассеяния волн на релятивистских электронных пучках. ЖЭТФ, 1979, т.76, вып.3, с.930-943.
8. Uhm H., Davidson R. Self-Consistent Vlasov Description of the Free-Electron Laser Instability.- Phys. Fluids 1980, vol. 23, p. 2076-2084.
9. Sprangle P., Smith R. Theory of Free Electron-Laser.- Phys. Rev. 1980, vol. A21, p. 293-301.
10. Madey J.M., Schwettmann M., Fairbank W. Free Electron Laser.- IEEE Trans. Nucl. Sc. 1973, vol. NS-20, p. 980.
11. Carmell Y., Nation J. Application of Intense Relativistic Electron Beams to Microwave Generation.- J. Appl. Phys. 1973, vol. 44, p. 5268-5274.
12. Granatstein V., Herndon M., Sprangle P., Carmell Y., Nation J. Gigawatt Microwave Emission from an Intense Relativistic Electron Beam.- Plasma Phys. 1975, vol. 17 p. 23-28.
13. Ковалев Н.Ф., Петлин М.И., Райзер М.Д. и др. Генерация мощных импульсов электромагнитного излучения потоком релятивистских электронов. Письма в ЖЭТФ, 1973, т.18, вып.4, с.232-235.
14. Диденко А.Н. и др. ДАН СССР, 1981, т.256, с.1106.
15. Мейерович Б.Э. ЖЭТФ, 1976, т.71, с.1043.
16. Наумов Н.Д. Об излучении релятивистского электронного пучка. ЖЭТФ, 1980, т.50, вып.10, с.2251-2253.
17. Hammer D., Posthofer N. Propagation of Intensive Relativistic Electron Beams.- Phys. of Fluids 1970, vol. 13, p. 1831-1846.
18. Блиох Ю.П. ЖЭТФ, 1975, т.45, с.189.

19. Лебедев А.Н., Мартиросян Г.В. Вынужденное ондуляторное излучение релятивистских электронов и физические процессы в "электронном лазере". Квантовая электроника, 1978, т.5, вып.7, с.1543-1552.

20. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1967.

Рукопись поступила 10 декабря 1981 г.

Редактор Л.П.Мукаян  
Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 192

В5- 05227

Тираж 299

Препринт ЕФИ  
Подписано к печати 28/У-82

Формат издания 60 x 84/16  
1.7 уч.изд.л. Ц.25 к.

Издано Отделом научно-технической информации  
Ереванского физического института, Ереван 36, Маркаряна 2