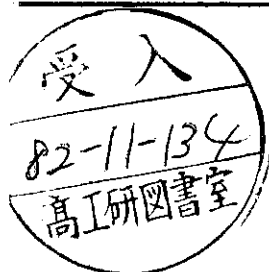


ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ



ЕФИ-571(58)-82

Ժ.Տ.ԲԱԳԴԱՏԱՐՅԱՆ, Դ.Դ.ՄԿՐՏՉՅԱՆ,
И.А. ТРОШЕНКОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ
МЕТОДОМ ТРАЕКТОРИЙ ДЛЯ КВАДРУПОЛЯ МІ-16

ԵՐԵՎԱՆ 1982 ԵՐԵՎԱՆ

EDM-571(58)-82

D.S.BAGDASARYAN, G.G.MKRTCHYAN,
I.A.TROSHENKOVA

INVESTIGATION OF OPTICAL PARAMETERS
BY THE METHOD OF TRAJECTORIES FOR THE QUADRUPOLE ML-16

Optical characteristics of the quadrupole lens ML-16 are obtained by means of the analysis of trajectories equivalent to electron beam. The numerical solutions of electron motion equations in measured fields at 400-1000 A currents are used. The dependence of the gradient estimated values on the current is the basis for the representation of modes, optimized by means of magnetic optics programs, in practice.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1982

УДК.535.81.539.143.44

Д.С.БАГДАСАРЯН, Г.Г.МКРТЧЯН,
И.А.ТРОШЕНКОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ МЕТОДОМ
ТРАЕКТОРИЙ ДЛЯ КВАДРУПОЛЯ МЛ-16

С помощью анализа траекторий, эквивалентных пучку электронов, получены оптические характеристики квадрупольной линзы МЛ-16. Используются численные решения уравнений движения электронов в измеренных полях при токах 400-1000А. Зависимость расчетных значений градиента от тока служит основой для воспроизведения на практике режимов, оптимизированных с помощью программ по магнитной оптике.

Ереванский физический институт
Ереван 1982

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЫМ-571(58)-82

Д.С.БАГДАСАРЯН, Г.Г.МКРТЧЯН,

И.А.ТРОШЕНКОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ МЕТОДОМ
ТРАЕКТОРИЙ ДЛЯ КВАДРУПОЛЯ МЛ-16

Ереван 1962

© *Ереванский физический институт* 1982

При расчете магнитооптических систем для решения круга вопросов, связанных с транспортировкой пучков заряженных частиц высокой энергии, широко пользуются стандартными программами [1], в основу которых заложен хорошо известный матричный метод.

Остановимся на задаче оптимизации магнитной системы с помощью программы ТВАМРІ в применении к электронному спектрометру [2], состоящему из дуплета квадрупольных линз ММ-16 и прямоугольного магнита СМ-137. Результатом такого расчета является набор эффективных градиентов $G_{эфф}$ для линз и поля для магнита при заданной расстановке и заданных эффективных длинах магнитных элементов. Очевидно, что каждому набору длин соответствует свой набор градиентов и правильность всего расчета сводится к достоверности эффективных длин ($L_{эфф}$) дуплета. (Величина поля магнита не варьируется).

Конкретная реализация расчетного режима сводится к выставлению токов магнитных элементов. Однако реальная линза, обладающая краевыми рассеянными полями, имеет лишь один практически контролируемый параметр — это градиент в центральной области

линзы G_{max} при заданном токе возбуждения, который не обязательно совпадает с величиной эффективного градиента $G_{эфф}$ при том же токе. Поэтому полученному расчетному набору градиентов необходимо корректно подбирать набор реальных токов для реализации оптимизированного режима на практике. Весьма распространен метод определения эффективной длины квадрупольной линзы подбором длины прямоугольника с высотой G_{max} , эквивалентного по площади величине $\int G(x) dx$. Однако на языке траекторий, например, нет способа построения, при котором траектория частицы, пролетающей реальное поле, будет эквивалентна траектории при наперед заданной величине поля (градиента).

В данной работе проводится исследование рабочего объема линзы МЛ-16 с помощью траекторий, имитирующих пучок электронов в пределах углового и импульсного захвата линзы. Основопологающим материалом для расчетов послужили результаты измерения топографии магнитных полей для МЛ-16 при 4 токах от 400 до 100 А во взаимно-перпендикулярных плоскостях (X, Z) [3].

Повторные измерения позволяли судить об ошибках, которые для отдельного измерения не превышали 4%. В расчетах, в основе которых лежит программа для БЭСМ-6, использовались усредненные значения полей по 8 независимым измерениям, максимальная ошибка при этом не превысила 1,5%.

"Истинная" траектория задается уравнениями Лоренца в "истинном" (измеренном) поле линзы

$$\begin{aligned} z'' &= \frac{e}{p} \sqrt{1+z'^2+x'^2} [x' B_y - (1+z'^2) B_x + x' z' B_z] \\ x'' &= -\frac{e}{p} \sqrt{1+z'^2+x'^2} [z' B_y - (1+x'^2) B_z + x' z' B_x], \end{aligned} \quad (1)$$

которые сводились к системе 4 линейных дифференциальных уравнений (здесь e, p - заряд, импульс электрона, штрих означает дифференцирование по y). Эта система с заданными начальными условиями (координаты и их производные до влета в магнитное поле) интегрируется до вылета из магнитного поля. Каждой такой траектории, в соответствии с определением эффективной длины [4], сопоставляется другая траектория (рис.1), которая вне поля совпадает с первой, т.е. длина протяженности поля L линзы заменяется на некоторую длину $L_{эфф}$ и свободные симметричные промежутки λ . На матричном языке для преобразования $(x_1, x'_1) \rightarrow (x_2, x'_2)$ имеет место следующее равенство:

$$\begin{pmatrix} C & S \\ C' & S' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi & \frac{1}{\sqrt{k}} \sin \varphi \\ -\sqrt{k} \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Правая часть (2) содержит матрицу преобразования для "идеальной" линзы с постоянным градиентом, где, как известно, $\varphi = \sqrt{k} L_{эфф}$, $\lambda = (L - L_{эфф})/2$, k - фокусирующая сила линзы. Таким образом, правая часть (2) содержит две неизвестные величины φ, k , либо $\varphi, L_{эфф}$.

Матрица в левой части (2) представляет собой преобразование для "истинной" траектории на промежутке L , что позволяет написать два уравнения

$$\begin{aligned} x_2 &= C x_{1c} + S x'_1 \\ x'_2 &= C' x_1 + S' x'_1 \end{aligned} \quad (3)$$

Однако вид правой части (2) таков, что элементы, стоящие на главной диагонали, равны друг другу, а детерминант произведения трех матриц равен единице. Поэтому нас будут интересовать

лишь такие решения (2), для которых $C = S'$ и $CS' - SC' = 1$, что позволяет определить все элементы матрицы. Тогда для эквивалентной траектории можно записать следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \cos \varphi + \frac{\varphi}{2} \sin \varphi &= C - \frac{1}{2} C' \\ L_{эфф} &= -\varphi \sin \varphi / C' \end{aligned} \quad (4)$$

При этом градиент определяется из соотношения

$$G_{эфф} \left[\frac{\text{КГАУСС}}{\text{СМ}} \right] = \frac{\rho \kappa}{3} \left[\frac{\Gamma_{\text{эб}} / \text{С}}{\text{М}^2} \right]$$

Из вида (4) следует, что достаточно разрешить верхнее уравнение относительно $\varphi = \sqrt{\kappa} L_{эфф}$, как величины $L_{эфф}$ и $G_{эфф}$ жестко определены вторым уравнением. Решение системы (4) единственно для каждой траектории. Фиксирование заранее $G_{эфф} = \text{const}$ (либо $L_{эфф} = \text{const}$), как это часто делается, конечно, не изменило бы величин φ , но потребовало бы $L_{эфф} = \frac{\varphi}{\sqrt{\kappa}}$ ($\sqrt{\kappa} = \frac{\varphi}{L_{эфф}}$), второе же уравнение (4), которое дает корректное определение эффективной длины, остается неудовлетворенным.

Первое уравнение (4) решается численным методом (стандартная подпрограмма **AZERO**) с точностью до 6-го знака включительно. Здесь приведена процедура для фокусирующей плоскости. Для дефокусирующей плоскости достаточно заменить тригонометрические функции на гиперболические.

Таким образом, вышеописанная процедура подбирает для данной траектории параметры эквивалентной линзы с постоянным градиентом, на которую можно заменить реальную линзу при данном токе. Именно такие "идеальные" линзы фигурируют в библиотечных программах по магнитной оптике [1].

В эксперименте, естественно, речь идет о пучке электронов

(траекторий), причем, нас интересует возможно большой захват по углу и по импульсу. Будем считать, что можно говорить об эквивалентной линзе для всего пучка, если группа независимых решений (4) для достаточно большого числа равновероятных траекторий окажется в разумных пределах по численности и по величине.

Расчеты показали, что в пределах углового захвата линзы имеется некоторый разброс в результатах решения системы (4) для фокусирующей и дефокусирующей плоскостей, в зависимости от положения траектории в линзе, что обусловлено ошибками измерений поля, а также возможными погрешностями, связанными с конструкцией линзы, в то время как зависимость от импульса в интервале ($I, 1.4 \frac{\text{ГэВ}}{c}$) не наблюдалась.

В табл. I приведены результаты расчета, усредненные по 2000 траекториям, σ_x и σ_z средние квадратичные отклонения для L_{eff} и G_{eff} , соответственно. Малость ошибок в определении искомым величин свидетельствует о правомочности проведенного усреднения.

Таблица I

Ампер	Плоскость фокусировки				Плоскость дефокусировки			
	$\frac{\text{кГс}}{\text{см}}$	$\frac{\text{кГс}}{\text{см}}$	м	м	$\frac{\text{кГс}}{\text{см}}$	$\frac{\text{кГс}}{\text{см}}$	м	м
400	0.280	0.007	1.159	0.022	0.276	0.004	1.168	0.012
600	0.417	0.009	1.160	0.020	0.408	0.007	1.175	0.011
800	0.557	0.004	1.146	0.008	0.546	0.002	1.166	0.001
1000	0.662	0.004	1.142	0.006	0.641	0.005	1.168	0.005

Из табл. I видно, что расчетные величины градиентов и длин отличаются для режимов фокусировки и дефокусировки, причем это отличие с увеличением тока растет. С ростом тока настройки $L_{эфф}$ (фокус) уменьшается, что и следовало ожидать. Так как 2% неопределенность в эффективной длине и градиенте не отражается на разрешении спектрометра [2], то за основу для расчетов нами взяты усредненные значения этих величин (табл. 2). Для более тонкой настройки линз с целью получения разрешения $< 1\%$ вышеописанные факты необходимо учитывать.

Таблица 2

Ток	400 А	600 А	800 А	1000 А
$\frac{кгс}{см}$	0.278 ± 0.006	0.413 ± 0.008	0.551 ± 0.003	0.651 ± 0.004
М	1.16 ± 0.01			

Как видно из таблиц, наличие измерений для 4 токов позволяет установить зависимость $G_{эфф}$ от J , которая представлена на рис. 2 (кривая 2). Кривая 1 соответствует измеренным значениям градиента в центре линзы. При токах выше 800 А наблюдается отклонение от линейности, что, по-видимому, связано с насыщением полюсов линзы.

Возвращаясь к вопросу об оптимизации с помощью ТВАМРІ следует отметить, что в такой постановке задачи нетрудно теперь решить вопрос о реализации любого расчетного режима. Для наглядности приведем числовой пример. Методом площадей в работе [2] получена для той же линзы величина $L_{эфф}$ порядка 1.11 м. При оптимизации для фокусирующего режима в обеих плос-

костях для линз получаются градиенты 459 и 374 Гс/см. В тех же условиях при полученной здесь длине 1,16 м имеем 444 и 362 Гс/см. Токи, определенные в первом случае по кривой 1, а во втором по кривой 2, на рис.2, отличаются на 20 А. Кроме того, если ориентироваться на режим при длине с 5% отклонением, как в вышеприведенном примере, то изображение в фокусе системы увеличивается в 1,3 раза.

В заключение авторы благодарят Симоняна Х.А. за полезную дискуссию и ценные замечания.

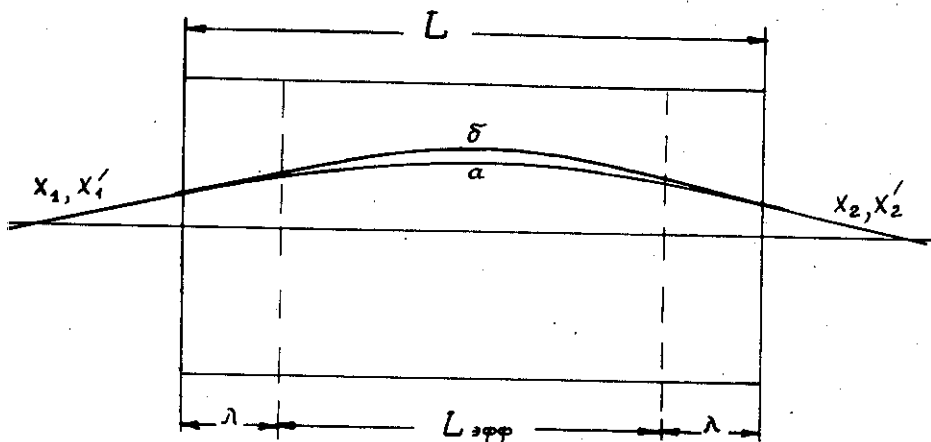


Рис. I - L - длина линзы вместе с краевым полем. Буквой a обозначена траектория частицы в истинном поле линзы, δ - траектория в эквивалентной линзе.

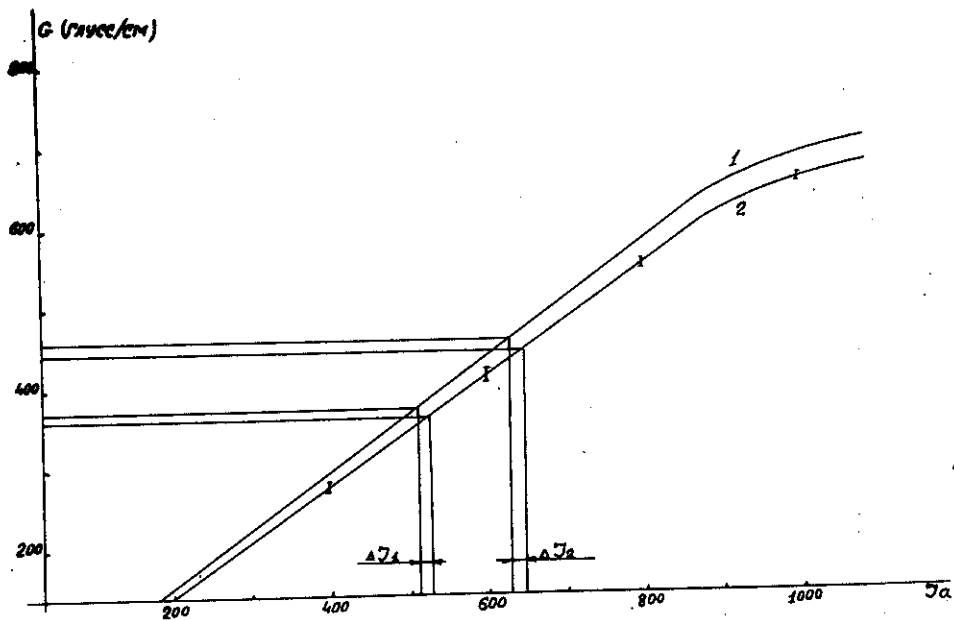


Рис.2- 1 - кривая возбуждения линзы МЛ-16.
 2 - полученная в работе зависимость градиента эквивалентной линзы от тока.
 ΔI_a - разница в токах настройки линз, описанная в тексте.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Brown K.L., Howry S.K. A Computer Program for Designing Charged Particle Beam Transport System. SLAC-91, Stanford, 1970.
2. Багдасарян Д.С., Бояхчян Е.М., Мкртчян Г.Г., Трошенкова И.А. Оптимизация и расчет параметров спектрометра для регистрации рассеянных электронов в интервале импульсов $0,5 + 2,5$ ГэВ/с. Труды IV конференции молодых ученых ЕрФИ. Ереван, 1980.
3. Арутюнян С.С., Амбарцумян В.Г., Багдасарян Д.С. и др. Магнитные характеристики квадрупольных линз МЛ-16, МЛ-15, и магнита СП-137. Препринт ЕФИ-480(23)-81, Ереван, 1981.
4. Штеффен К. Оптика пучков высокой энергии М.: Мир, 1969.

Рукопись поступила 29-го марта 1982 г.

Редактор Л.П.Мукаян

Тех. редактор А.С.Абрамян

Заказ 289 БЭ- 03680 Тираж 299

Препринт ЕФИ Формат издания 60x84/16

Подписано к печати 20/VI-82 1,0 уч.-изд.л. Ц. 15 к.

Издано Отделом научно-технической информации
Ереванского физического института, Ереван 36, Маркяна 2

индекс 3624