ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-579(66)-82

А.Д.ТЕР-ПОГОСЯН

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ

ԵՐԵՎԱՆ 1982 ЕРЕВАН

ЕФИ-579(66)-82

УДК.536.566

А.Д.ТЕР-ПОГОСЯН

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ

Получены выражения для энергии и потока энергии в движущейся диспергирующей среде. Показано, что наличие временной дисперсии в системе покоя среды приводит к появлению пространственной дисперсии в лабораторной системе, и определен дополнительный поток, обусловленный этим явлением. Проведено разделение волн на два типа поляризаций. В частном случае рассмотрено распространение обоих типов волн в движущейся холодной плазме.

Ереванский физический институт

Ереван 1982

ЕФИ-579(66)-82

A.D.TER-POGOSSYAN

ELECTROMAGNETIC WAVE ENERGY CHARACTERISTICS IN A MOVING MEDIUM

Expressions for energy and energy flow in moving dispersive medium are obtained. The presence of frequency dispersion in the medium resting system is shown to result in spatial dispersion in laboratory system. The supplementary flow caused by this phenomenon is defined. Waves are divided into two groups according to the type of polarization. In a special case the propagation of both types in moving cold plasma is considered.

Yerevan Physics Institute
Yerevan 1982

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-579(66)-82

А.Д.ТЕР-ПОГОСЯН

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ

Ереван 1982

В работе [I] была разработана методика определения энергии и потока энергии электромагнитной волны в волноводе с движущейся средой, исходящая лишь из уравнений Максвелла и материальных уравнений Минковского и не прибегающая к громоздкому аппарату тензора энергии-импульса. Однако авторы не учли того, что наличие временной дисперсии в системе покоя среды приводит к появлению пространственной дисперсии в лабораторной системе, вследствие чего неточно был определен поток энергии волны. В настоящей работе уточнена методика, приведенная в [I] , и рассмотрен более общий случай распространения электромагнитной волны в свободном пространстве. Проведенное в заключение разделение волн на E - и H -типы поляризаций позволяет в случае необходимости вновь перейти к волноводной задаче.

Пусть среда в системе своего покоя обладает временной дисперсией: диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = \varepsilon(\omega')$, магнитная - $\mu = \mu(\omega')$. Запишем соотношение Пойнтинга (в отсутствие токов)

$$-\frac{c}{4\pi}\,\mathrm{div}\,[\vec{E}\vec{H}] = \frac{1}{4\pi}\left(\vec{E}\,\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} + \vec{H}\,\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right), \qquad (I)$$

справедливое в любой инерциальной системе отсчета, так как при его выводе используются только уравнения Максвелла, инвариантные относительно преобразований Лоренца. Для вычисления производных по времени от $\vec{D}$ и $\vec{B}$ воспользуемся материальными уравнениями Минковского [I] :

$$\vec{D} = (1-\hat{\varepsilon}\hat{\mu}\beta^2)^{-1}\left\{\hat{\varepsilon}(1-\beta^2)\vec{E} - \hat{\varepsilon}(\hat{\varepsilon}\hat{\mu}-1)\vec{\beta}(\vec{\beta}\vec{E}) + (\hat{\varepsilon}\hat{\mu}-1)[\vec{\beta}\vec{H}]\right\};$$
$$(2)$$
$$\vec{B} = (1-\hat{\varepsilon}\hat{\mu}\beta^2)^{-1}\left\{\hat{\mu}(1-\beta^2)\vec{H} - \hat{\mu}(\hat{\varepsilon}\hat{\mu}-1)\vec{\beta}(\vec{\beta}\vec{H}) + (\hat{\varepsilon}\hat{\mu}-1)[\vec{E}\vec{\beta}]\right\}.$$

Здесь $\vec{\beta}c = \vec{V}$ - скорость движения системы покоя среды K' относительно лабораторной системы K, $\hat{\varepsilon}$ и $\hat{\mu}$ - операторы диэлектрической и магнитной проницаемостей с собственными значениями $\varepsilon(\omega')$, $\mu(\omega')$; $\omega' = \dfrac{\omega - \vec{k}\vec{V}}{\sqrt{1-\beta^2}}$; ω' - частота волны в системе K'; ω, $\vec{k}$ - частота и волновой вектор волны в лабораторной системе K.

Введем малое отклонение волны от строгой монохроматичности:

$$\vec{E} = E_0(\vec{r},t)e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}, \quad \vec{H} = \vec{H}_0(\vec{r},t)e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}, \qquad (3)$$

где $\vec{E}_0(\vec{r},t)$ и $\vec{H}_0(\vec{r},t)$ - медленно меняющиеся функции за время порядка $\frac{2\pi}{\omega}$ и на пути порядка $\frac{2\pi}{\mathrm{Re}\,k}$. Из (2) видно, что вычисление производных по времени от $\vec{D}$ и $\vec{B}$ сводится к вычислению собственных значений операторов типа

$$\frac{\partial}{\partial t}(1-\hat{\varepsilon}\hat{\mu}\beta^2)^{-1}(\hat{\varepsilon})^{k}(\hat{\mu})^{\ell} \equiv \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} \quad (k, \ell = 0; 1; 2), \qquad (4)$$

действующих на векторы электрического и магнитного полей (3). Следуя работе [I] , можно показать, что действие оператора типа (4) на вектор электрического поля сводится к следующему:

$$\frac{\partial \hat{f}}{\partial t}\vec{E} = i\omega f(\omega')\vec{E} + \frac{\partial[\omega\cdot f(\omega')]}{\partial\omega}\,\frac{\partial \vec{E}_0}{\partial t}\,e^{i(\omega t-\vec{k}\vec{r})} - \omega\,\frac{\partial f(\omega')}{\partial \vec{k}}\,\nabla\vec{E}_0\,e^{i(\omega t-\vec{k}\vec{r})}. \tag{5}$$

Аналогично действие оператора (4) на вектор $\vec{H}$. Вычислив таким образом производные от $\vec{D}$ и $\vec{B}$, подставим их в (I) и произведем усреднение по времени. Устремив затем к нулю $Im\,\varepsilon$ и $Im\,\mu$ (область прозрачности среды), получим после несложных преобразований

$$-\frac{c}{8\pi}\,Re\,div\,[\vec{E}\vec{H}^*] = \frac{\partial\overline{W}}{\partial t} + div\,\overline{S}_1, \tag{6}$$

где

$$\overline{W} = \frac{1}{16\pi}Re\Big\{(1-\beta^2)\Big[\frac{\partial}{\partial\omega}\Big(\omega\cdot\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon\mu\beta^2}\Big)\vec{E}\vec{E}^* + \frac{\partial}{\partial\omega}\Big(\omega\cdot\frac{\mu}{1-\varepsilon\mu\beta^2}\Big)\vec{H}\vec{H}^*\Big] - \frac{\partial}{\partial\omega}\Big(\omega\cdot\frac{\varepsilon(\varepsilon\mu-1)}{1-\varepsilon\mu\beta^2}\Big)(\vec{\beta}\vec{E})(\vec{\beta}\vec{E}^*) - \frac{\partial}{\partial\omega}\Big(\omega\cdot\frac{\mu(\varepsilon\mu-1)}{1-\varepsilon\mu\beta^2}\Big)(\vec{\beta}\vec{H})(\vec{\beta}\vec{H}^*) - 2\frac{\partial}{\partial\omega}\Big(\omega\cdot\frac{\varepsilon\mu-1}{1-\varepsilon\mu\beta^2}\Big)\vec{\beta}\,[\vec{E}\vec{H}^*]\Big\}; \tag{7}$$

$$\overline{\vec{S}}_1 = -Re\,\frac{\omega}{16\pi}\Big\{(1-\beta^2)\Big[\frac{\partial}{\partial\vec{k}}\Big(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon\mu\beta^2}\Big)\vec{E}\vec{E}^* + \frac{\partial}{\partial\vec{k}}\Big(\frac{\mu}{1-\varepsilon\mu\beta^2}\Big)\vec{H}\vec{H}^*\Big] - \frac{\partial}{\partial\vec{k}}\Big(\frac{\varepsilon(\varepsilon\mu-1)}{1-\varepsilon\mu\beta^2}\Big)(\vec{\beta}\vec{E})(\vec{\beta}\vec{E}^*) - \frac{\partial}{\partial\vec{k}}\Big(\frac{\mu(\varepsilon\mu-1)}{1-\varepsilon\mu\beta^2}\Big)(\vec{\beta}\vec{H})(\vec{\beta}\vec{H}^*) - 2\frac{\partial}{\partial\vec{k}}\Big(\frac{\varepsilon\mu-1}{1-\varepsilon\mu\beta^2}\Big)(\vec{\beta}[\vec{E}\vec{H}^*])\Big\}. \tag{8}$$

Тогда (6) можно переписать следующим образом:

$$-div\,\overline{\vec{S}} = \frac{\partial\overline{W}}{\partial t}; \tag{9}$$

$$\vec{S} = \vec{S}_0 + \vec{S}_1 \qquad \Big(\vec{S}_0 = \frac{c}{8\pi}\,Re[\vec{E}\vec{H}^*]\Big). \tag{10}$$

Таким образом, полный поток энергии состоит из двух членов: $\overline{\vec{S}}_0$ – представляет собой усредненный по времени поток энергии электромагнитного поля, а $\overline{\vec{S}}_1$ – дополнительный поток, связанный с пространственной дисперсией, возникающей из-за движения среды и обусловленной временной дисперсией, наблюдаемой в системе покоя среды. При $\vec{\beta}=0$ и $\mu=1$ выражение (8) совпадает с аналогичным выражением для потока, полученным в [2].

Для упрощения формул направим скорость движения системы K' относительно K по оси z ($\vec{\beta}=(0,0,\beta)$) и рассмотрим E- и H-типы поляризации волн. Выразив в (7) и (8) все компоненты полей через продольную компоненту электрического поля E_z [3] получим для E-поляризованных волн ($H_z=0$):

$$\bar{W} = Re\,\frac{\varepsilon\omega}{8\pi(1-\beta^2)c^2K_\tau^2}\left\{(1-\beta^2)\omega+\phi\left[\frac{\phi}{2}\frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\omega}+\varepsilon\mu-1\right]\right\}E_zE_z^*; \quad (11)$$

$$\bar{\vec{S}}_0 = Re\,\frac{\varepsilon\omega}{8\pi(1-\beta^2)cK_\tau^2}\left[(1-\beta^2)c\vec{K}+\vec{\beta}(\varepsilon\mu-1)\phi\right]E_zE_z^*; \quad (12)$$

$$\bar{\vec{S}}_1 = -Re\,\frac{\varepsilon\omega\phi^2}{16\pi(1-\beta^2)c^2K_\tau^2}\,\frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\vec{K}}\,E_zE_z^*; \quad (13)$$

$$\bar{\vec{S}} = Re\,\frac{\varepsilon\omega}{8\pi(1-\beta^2)cK_\tau^2}\left\{(1-\beta^2)c\vec{K}-\phi\left[\frac{\phi}{2c}\frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\vec{K}}-\vec{\beta}(\varepsilon\mu-1)\right]\right\}E_zE_z^*. \quad (14)$$

При выводе (11)-(14) мы воспользовались также дисперсионным уравнением в движущихся средах [4], а также ввели обозначения: $\phi=\omega-\vec{K}\vec{V}$, K_τ - поперечная составляющая волнового вектора. Аналогичные формулы для H - поляризованной волны ($E_z=0$) можно получить из (11)-(14), произведя в них замены $\varepsilon\leftrightarrow\mu$, $E_z\to H_z$.

Групповая скорость волны в движущейся среде, определенная из дисперсионного уравнения, имеет следующий вид [4]:

$$\vec{V}_{гр}=\frac{d\omega}{d\vec{K}}=c\cdot\frac{(1-\beta^2)c\vec{K}-\phi\left[\frac{\phi}{2c}\frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\vec{K}}-\vec{\beta}(\varepsilon\mu-1)\right]}{(1-\beta^2)\omega+\phi\left[\frac{\phi}{2}\frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\omega}+\varepsilon\mu-1\right]} \quad (15)$$

Сравнивая последнее выражение с (II) и (I4), приходим к следующему соотношению:

$$\vec{\bar{S}}_0 + \vec{\bar{S}}_1 = \bar{W} \cdot \vec{V}_{гр}. \qquad (16)$$

Напомним, что аргументом ε и μ в вышеприведенных формулах является частота в системе покоя среды

$$\omega' = \frac{\omega - \vec{k}\vec{V}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (17)$$

Целесообразно выразить производные $\frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\omega}$ и $\frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\vec{k}}$ в выражениях (II)-(I5) через производные $\frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\omega'}$ и $\frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\vec{k}'}$:

$$\frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\omega} = \frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\omega'}\frac{\partial\omega'}{\partial\omega} + \frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\vec{k}'}\frac{\partial\vec{k}'}{\partial\omega};$$
$$\frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\vec{k}} = \frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\omega'}\frac{\partial\omega'}{\partial\vec{k}} + \frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\vec{k}'}\frac{\partial\vec{k}'}{\partial\vec{k}}. \qquad (18)$$

Поскольку пространственная дисперсия в системе покоя отсутствует, то из (I7) и (I8) получим:

$$\frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\omega} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\omega'};$$
$$\frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\vec{k}} = -\frac{\vec{V}}{\sqrt{1-\beta^2}}\cdot\frac{\partial(\varepsilon\mu)}{\partial\omega'}. \qquad (19)$$

Применим полученные энергетические характеристики к частному случаю движущейся холодной плазмы. В системе покоя плазмы $\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega')^2}$ ($\omega_p^2 = \frac{4\pi Ne^2}{m}$), μ =I. Откуда

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega'} = \frac{2\omega_p^2}{(\omega')^3} = \frac{2\omega_p^2(1-\beta^2)^{3/2}}{\phi^3}. \qquad (20)$$

Нетрудно убедиться с помощью (20), что слагаемые в квадратных скобках в выражениях (II), (I4) и (I5) равны нулю. Следовательно, для E - волны, распространяющейся в плазме, получаем следующие характеристики:

$$\bar{W} = Re\,\frac{\varepsilon\,\omega^2}{8\pi c^2 K_\tau^2}\,E_z E_z^*; \qquad (21)$$

$$\vec{S}_o = Re\,\frac{\varepsilon\omega}{8\pi K_\tau^2}\cdot\frac{\vec{K}\phi - \frac{\vec{\beta}}{c}\omega_p^2}{\phi}\,E_z E_z^*; \quad \vec{S}_1 = Re\,\frac{\varepsilon\omega}{8\pi K_\tau^2}\cdot\frac{\frac{\vec{\beta}}{c}\omega_p^2}{\phi}\,E_z E_z^* \qquad (22)$$

$$\bar{\vec{S}} = Re\,\frac{\varepsilon\,\omega\,\vec{K}}{8\pi K_\tau^2}\,E_z E_z^*; \qquad (23)$$

$$\vec{V}_{гр} = c^2\,\frac{\vec{K}}{\omega}\,. \qquad (24)$$

В случае распространения в плазме H - волны достаточно в выражениях (21)-(23) заменить ε на 1, E_z на H_z

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Газазян Э.Д., Лазиев Э.М., Тер-Погосян А.Д. Энергия электромагнитной волны в волноводе, заполненном движущейся диспергирующей средой. Изв.вузов - Радиофизика, 1979, т.22, № 5, с.615-619.
2. Агранович В.М. Гинзбург В.Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М.:Наука,1965.
3. Газазян Э.Д., Лазиев Э.М., Тер-Погосян А.Д. Взаимодействие электромагнитной волны с движущейся полубесконечной средой в волноводе. Изв.вузов - Радиофизика, 1978, т.21, № 10, с.1517-1522.
4. Болотовский Б.М., Столяров С.Н. Современное состояние электродинамики движущихся сред. Эйнштейновский сборник - 1974. Под.ред.В.Л.Гинзбурга и Г.Н.Наана. М.:Наука, 1976, с.179.

Рукопись поступила 17-го июня 1982г.

Редактор Л.П.Мукаян

Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 467 ВФ-03941 Тираж 299

Препринт ЕФИ Формат издания 60x84/16

Подписано к печати 20/X-82 г. 0.7 уч-изд.л. Ц. 9 к.

Издано Отделом научно-технической информации
Ереванского физического института, Ереван 36, Маркаряна 2

индекс 3624