индекс 3624

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-603(90)-82

А.П.ГАРЯКА

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДИФФУЗИИ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ В АТМОСФЕРЕ ПРИ ЛОГАРИФМИЧЕСКОМ РОСТЕ СЕЧЕНИЯ

ԵՐԵՎԱՆ 1982 ЕРЕВАН

К настоящему времени рост с энергией сечения неупругого адрон-адронного и адрон-ядерного взаимодействия можно считать надежно установленным до энергий $\sim$ 100 ТэВ [I] . Имеющиеся экспериментальные данные можно параметризовать в форме

$$\sigma_{in}(E) = \sigma_0 (1 + g\ln E + h\ln^2 E), \qquad (I)$$

где $g = const \ll 1$, $h = const \ll g$.

Одиночные адроны данной энергии E на высотах гор, из-за круто падающего первичного спектра, порождены, в основном, первичными нуклонами с $E \leq E_0 \leq 20$ E. Для такого небольшого интервала энергий сечение (I) всегда можно аппроксимировать в виде $\sigma(E_0) = \sigma(E)(1 + g\ln E_0/E)$.

При ускорительных энергиях наблюдается скейлинг для инклюзивных спектров вторичных частиц в области фрагментации. Представляет интерес, сохраняются ли эти свойства неупругого взаимодействия в области сверхускорительных энергий.

Для этого важно иметь решение уравнений для энергетических спектров космических лучей при $\sigma_{in} \neq const$. Случай логарифмического роста при $g \ll I$ был проанализирован в работе [2], где численно оценены поправки к приближенному решению. В работе [3] аналитически получено решение с точностью до членов $\sim g^2$. В ряде работ [4,5] расчеты для случая нарушения скейлинга и роста сечения проведены численно. В настоящей работе приведено аналитическое решение для спектров нуклонов и пионов при любых g_N и g_π. Подробно обсуждается поведение спектров при $g \ll I$, а также спектр мюонов.

Пусть $N(E, z)$ и $\pi(E, z)$ – энергетические спектры вертикального потока нуклонов и пионов на глубине атмосферы z (г/см^2). Уравнения диффузии, определяющие зависимость N и π от глубины, имеют следующий вид:

$$\frac{\partial N(E,z)}{\partial z} = -\frac{N(E,z)}{\lambda_N(E)} + \int_E^\infty \frac{N(E',z)}{\lambda_N(E')} \rho_{NN}(E,E')dE' \qquad (I)$$

$$\frac{\partial \pi(E,z)}{\partial z} = -\frac{\pi(E,z)}{\lambda_\pi(E)}\left(1+\frac{C_\pi \lambda_\pi(E)}{E(z)}\right) +$$

$$+\int_E^\infty \left[\frac{N(E',z)}{\lambda_N(E')}\rho_{\pi N}(E,E') + \frac{\pi(E',z)}{\lambda_\pi(E')}\rho_{\pi\pi}(E,E')\right]dE', \qquad (2)$$

где $\lambda_N(E)$ и $\lambda_\pi(E)$ – пробеги неупругого взаимодействия нуклонов и пионов в воздухе в г/см^2, $\rho_{h_1h_2}(E,E_0)$ – дифференциальный энергетический спектр рождения адрона h_1 при взаимодействии адрона h_2 с ядром, $C_\pi = II5$ ГэВ – постоянная распада пиона в изотермической атмосфере.

В случае скейлинга для спектров рождения

$$\rho_{h_1h_2}(E,E') = w_{h_1h_2}(E/E')/E' = w_{h_1h_2}(u)/E' \qquad (3)$$

и при $E \gg C_\pi$ уравнения (I) и (2) переходят в следующие:

$$\frac{\partial N(E,z)}{\partial z} = -\frac{N(E,z)}{\lambda_N(E)} + \int_0^1 \frac{N(E/u,z)}{\lambda_N(E/u)} w_{NN}(u)\frac{du}{u} \qquad (4)$$

$$\frac{\partial \pi(E,z)}{\partial z} = -\frac{\pi(E,z)}{\lambda_\pi(E)} +$$

$$+\int_0^1 \left[\frac{N(E/u,z)}{\lambda_N(E/u)} w_{\pi N}(u) + \frac{\pi(E/u,z)}{\lambda_\pi(E/u)} w_{\pi\pi}(u)\right]\frac{du}{u}. \qquad (5)$$

Для потока нуклонов в [6] было получено решение уравнения (4) для степенного первичного спектра и логарифмически растущего сечения в следующем виде:

$$N(E,z) = N(E,0)\exp\left(-\frac{z}{\lambda_N(E)} + \int_0^z dz' \int_0^1 du \frac{w_{NN}(u)u^{\gamma(z')-1}}{\lambda_N(E/u)}\right), \qquad (6)$$

$$\gamma(z) = \gamma + \frac{g_N}{\lambda_N^\circ} x_N(z),$$

где функция $x_N(z)$ определяется уравнением

$$z = \int_0^{x_N} dx \left(1 - \int_0^1 u^{\gamma-1+\frac{g_N}{\lambda_N^\circ}x} w_{NN}(u)du\right)^{-1} \qquad (7)$$

$$\text{а } N(E,0) = N_0 E^{-\gamma}, \quad \lambda_N(E) = \lambda_N^\circ (1+g_N \ln E)^{-1}.$$

Решение можно представить также в виде

$$N(E,z) = N(E,0)\exp\left(-\frac{x_N(z)}{\lambda_N(E)}\right)\left(\frac{1-\langle u^{\gamma(z)-1}\rangle}{1-\langle u^{\gamma-1}\rangle}\right) \qquad (8)$$

$$\langle u^{\gamma(z)-1}\rangle = \int_0^1 du\, u^{\gamma-1+\frac{g_N}{\lambda_N^\circ}x_N} w_{NN}(u).$$

В дальнейшем будем для краткости обозначать

$$N(E,z) = N(E,0)\Lambda_N(z,\lambda_N(E),\gamma). \qquad (9)$$

Для решения уравнения (5) достаточно знать решение уравнения

$$\frac{\partial\Pi(E,z)}{\partial z} = -\frac{\Pi(E,z)}{\lambda_\pi(E)} + \int_0^1 \Pi(E/u,z)\,\frac{w_{\pi\pi}(u)\,du}{\lambda_\pi(E/u)\,u} \qquad (\mathrm{I0})$$

при $z \geq z_1$ с начальным условием

$$\Pi(E,z_1) = \int_0^1 \frac{N(E/\quad)\,w_{\pi N}(u)\,du}{\lambda_N(E/u)\,u}\,dz_1\ , \qquad (\mathrm{II})$$

т.е. уравнения диффузии пионов, родившихся в слое dz_1 от нуклонов. Как видно, спектр рождающихся пионов не степенной, так как содержит член $\sim E^{-\gamma}\ln E$. Спектр $\Pi(E,z_1)$ из (II) можно представить в следующем виде:

$$\Pi(E,z_1) = N_0\Lambda_N(z,\lambda_N(E),\gamma)\left(1-g_N\frac{\partial}{\partial\gamma}\right)E^{-\gamma}\langle u^{\gamma(z_1)-1}\rangle_{\pi N}\frac{dz_1}{\lambda_N^0}. \qquad (\mathrm{I2})$$

Пусть $\Pi_0(E,z)$ есть решение уравнения (I0) с граничным условием

$$\Pi_0(E,z_1) = N_0\Lambda_N(z,\lambda_N(E),\gamma)E^{-\gamma}\langle u^{\gamma(z_1)}\rangle_{\pi N}\frac{dz_1}{\lambda_N^0} \qquad (\mathrm{I3})$$

Его легко найти по аналогии с (6)

$$\Pi_0(E,z) = \Pi_0(E,z_1)\Lambda_\pi(z-z_1,\lambda_\pi(E),\gamma(z_1,\lambda_N^0)) \qquad (\mathrm{I4})$$

$$\Lambda_\pi(z-z_1,\lambda_\pi(E),\gamma(z_1,\lambda_N^0)) = \exp\Big(-\frac{z-z_1}{\lambda_\pi(E)} + \int_{z_1}^{z} dz'\int_0^1\frac{du\,w_{\pi\pi}(u)}{\lambda_\pi(E/u)}\,u^{\gamma(z_1)-1+\frac{g_\pi}{\lambda_\pi^0}\chi_\pi(z'-z_1)}\Big) \qquad (\mathrm{I5})$$

и $\chi_\pi(z-z_1)$ определяется уравнением

$$z-z_1 = \int_0^{\chi_\pi(z-z_1)} d\chi\left(1-\langle u^{\gamma(z_1)-1+\frac{g_\pi}{\lambda_\pi^0}\chi}\rangle\right)^{-1}. \qquad (\mathrm{I6})$$

Тогда решением уравнения (I0) с граничным условием (II) – (I2) будет

$$\Pi(E,z) = N_0\Lambda_N(z_1,\lambda_\pi\lambda E),\gamma)\left(1-g_N\frac{\partial}{\partial\gamma}\right) * \qquad (\mathrm{I7})$$
$$\left[E^{-\gamma}\langle u^{\gamma(z_1)-1}\rangle_{\pi N}\Lambda_\pi(z-z_1,\lambda_\pi(E),\gamma(z_1,\lambda_N^0))\right]\frac{dz_1}{\lambda_N^0}.$$

К этому мы приходим, исходя из того, что $\Pi_0(E,z)$ имеет непрерывные производные по z и γ, что позволяет при подстановке (I7) в (I0) менять порядок дифференцирования по z и γ и вывести дифференцирование по γ из-под знака интеграла в правой части. В правильности решения (I7) можно убедиться также непосредственно, выполнив дифференцирование по γ и подставив в (I0). С учетом (I7) решением уравнения (5) для пионов будет

$$\Pi(E,z) = N_0\int_0^z dz_1\Lambda_N(z_1,\lambda_N(E),\gamma)\left(1-g_N\frac{\partial}{\partial\gamma}\right) *$$

$$E^{-\gamma}\langle u^{\gamma(z_1)-1}\rangle_{\pi N}\,\Lambda_\pi\left(z-z_1,\lambda_{;}(E),\gamma(z_1,\lambda_N^\circ)\right)\frac{1}{\lambda_N^\circ}, \qquad (18)$$

где χ_N и χ_π определены уравнениями (7) и (16), а Λ_N и Λ_π определены в (9) и (15).

Проанализируем решение уравнений при $g_N \sim g_\pi \ll 1$, что и следует из эксперимента при изученных энергиях. Будем рассматривать χ_N и χ_π как функции g_N и g_π и разложим $N(E,z)$ и $\Pi(E,z)$ в ряд Тейлора по g. Оставляя члены 1-го порядка по g, имеем

$$N(E,z) \simeq N(E,0)\exp\left(-\frac{z}{L_N(E)}\right)\left(1+\frac{g_N z^2\langle u^{\gamma-1}\ln u\rangle_{NN}}{2L_N(E)\lambda_N^\circ}\right) \qquad (19)$$

$$\Pi(E,z)=N_0E^{-\gamma}\Bigg\{\frac{e^{-\frac{z}{L_\pi}}-e^{-\frac{z}{L_N}}}{L_N-L_\pi}\Bigg[\frac{\langle u^{\gamma-1}\rangle_{\pi N}}{\lambda_N(E)}\Bigg(1+g_N\Bigg(\frac{\langle u^{\gamma-1}\ln u\rangle_{NN}}{L_N\lambda_N^\circ(L_N^{-1}-L_\pi^{-1})^2}+$$

$$+\frac{\langle u^{\gamma-1}\ln u\rangle_{\pi N}}{L_N^\circ(L_N^{-1}-L_\pi^{-1}}+\frac{z\langle u^{\gamma-1}\ln u\rangle_{\pi\pi}}{L_\pi(E)L_N^\circ(1-\langle u^{\gamma-1}\rangle_{\pi\pi}}-\frac{\langle u^{\gamma-1}\ln u\rangle_{\pi\pi}}{L_\pi L_N^\circ(L_N-L_\pi)}\Bigg)+$$

$$\frac{g_\pi\langle u^{\gamma-1}\ln u\rangle_{\pi N}}{L_\pi\lambda_\pi^\circ}\left(\frac{z^2}{2}-\frac{z}{L_N^{-1}-L_\pi^{-1}}+\frac{1}{(L_N^{-1}-L_\pi^{-1})^2}\right)\Bigg)-\frac{g_N}{\lambda_N^\circ}\Bigg(\frac{\langle u^{\gamma-1}\ln u\rangle_{\pi N}}{1}- \qquad (20$$

$$-\frac{z(\langle u^{\gamma-1}\rangle_{\pi N}\langle u^{\gamma-1}\ln u\rangle_{\pi\pi}}{\lambda_\pi(E)}\Bigg)\Bigg]+\frac{e^{-\frac{z}{L_N}}}{L_N^{-1}-L_\pi^{-1}}\Bigg[\frac{g_N\langle u^{\gamma-1}\rangle_{\pi N}}{\lambda_N(E)}\Bigg(\frac{z^2\langle u^{\gamma-1}\ln u\rangle_{NN}}{2L_N\lambda_N^\circ}$$

$$-\frac{z\langle u^{\gamma-1}\ln u\rangle_{NN}}{L_N\lambda_N^\circ(L_N^{-1}-L_\pi^{-1}}-\frac{z\langle u^{\gamma-1}\ln u\rangle_{\pi N}}{L_N^\circ}\Bigg)+\frac{g_\pi\langle u^{\gamma-1}\ln u\rangle_{\pi\pi}}{\lambda_\pi^\circ L_\pi L_N}\Bigg(\frac{z^2}{2}+$$

$$\frac{g_N\langle u^{\gamma-1}\ln u\rangle_{\pi\pi}}{\lambda_N^\circ\lambda_\pi(E)}\Bigg)\Bigg]\Bigg\},\quad L_N=\lambda_N(E)(1-\langle u^{\gamma-1}\rangle_{NN})^{-1},\ L_\pi=\lambda_\pi(E)(1-\langle u^{\gamma-1}\rangle_{\pi\pi}^{-1}$$

Таким образом, в качестве нулевого приближения можно взять

$$N^\circ(E,z)=N(E,0)\exp\left(-\frac{z}{\lambda_N(E)}(1-\langle u^{\gamma-1}\rangle_{NN})\right) \qquad (21)$$

$$\Pi(E,z)=N(E,0)\langle u^{\gamma-1}\rangle_{\pi N}/\lambda_N(E)\,*$$

$$*\left[\frac{\exp(-z/L_\pi)-\exp(-z/L_N)}{L_N^{-1}-L_\pi^{-1}}\right]. \qquad (22)$$

Оценки, сделанные при $\lambda_N^\circ = 80$ г/см^2, $\lambda_\pi^\circ = 104$ г/см^2 и $w_{NN}(u)=1$, $-w_{\pi N} = 2(1-u)^3/u$ и $w_{\pi\pi} = 2(1-u)^{1.5}/u + 0{,}4$ и $g_N = g_\pi = 0{,}04$ показывают, что для спектра нуклонов поправка к спектру (21) на глубине 1000 г/см^2 достигает лишь 25%, а для спектра пионов 40%. Малость поправки в случае нуклона, несмотря на множитель z^2 достигается малостью не только g_N, но и множителя $\langle u^{\gamma-1}\ln u\rangle_{NN}$, который отрицателен и уменьшает интенсивность. В случае спектра пионов члены, содержащие множитель $\exp(-z/L_N)$ малы на большой глубине по сравнению с членами $\sim \exp(-z/L_\pi)$.

Аналогичный вывод о точности нулевого приближения был сделан в [2] другим методом. Кроме того, при $g_N \approx g_\pi$ спектр пионов также чисто степенной, так как множители $(1+g\ln E)$ в знаменателе формулы (22) сокращаются.

Из найденного нами решения видно, что спектры адронов укручаются с глубиной атмосферы.

Покажем, что для достаточно высокоэнергичных мюонов такого укручения нет при $g \ll 1$. Рассмотрим случай, когда $E \gg C_\pi$.

Поток мюонов на глубине z

$$\mu\left(E(\tau, z)\right) = \frac{C_\pi}{E} \int_0^z \frac{dz' \, \Pi(E, z')}{z'} \tag{23}$$

Подставим в (23) решение в форме (22):

$$\mu(E/\tau, z) = \frac{N_0 E^{-\gamma-1}}{\lambda_N(E)(L_N^{-1} - L_\pi^{-1})} \int_0^z \frac{dz'}{z'} \left(e^{-\frac{z}{L_\pi}} - e^{-\frac{z}{L_N}}\right) = \tag{24}$$

$$= \frac{N_0 E^{-(\gamma+1)}}{\lambda_N(E)(L_N^{-1} - L_\pi^{-1})} \left[\ln \frac{L_\pi}{L_N} + E_1\left(\frac{z}{L_N}\right) + E_1\left(\frac{z}{L_\pi}\right)\right],$$

где $E_1(x)$ – интегральная показательная функция. При больших значениях аргумента $E(x) \sim e^{-x}/x$ и с хорошей точностью

$$\mu(E, z) = \frac{N_0 (E \cdot \tau)^{-(\gamma+1)} C_\pi \langle u^{\gamma-1} \rangle_{\pi N} \ln L_\pi / L_N}{\lambda_N(E\tau)(L_N^{-1} - L_\pi^{-1})}, \tag{25}$$

т.е. с точностью до членов $\sim g$ укручения спектра мюонов не происходит.

Таким образом, мы нашли в общем виде аналитические решения уравнений диффузии в случае логарифмического роста сечения и скейлинга для инклюзивных спектров при любых значениях и g. Спектр нуклонов на всех глубинах атмосферы степенной и укручается с глубиной, спектр пионов содержит члены типа $g \ln E E^{-\gamma}$ и также укручается. Спектр мюонов с хорошей точностью не укручается по сравнению с первичным.

В заключение выражаю благодарность А.Ц.Аматуни и Э.А.Мамиджаняну за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

I. Nam R.A., Nikolsky S.I., Starkov N.I. et al. Determination of Nucleon-Nucleon Total Cross-Section at 2-40 TeV from Cosmic Ray Investigations.-Proc.15-th ICRC,Plavdiv,1977, vol.7, p.104

2. Григоров Н.Л. Влияние роста сечения неупругого взаимодействия на вид энергетического спектра адронов космических лучей ЯФ, I977, т.25, с.788.

3. Ivanenko I.P., Kanevsky B.L., Roganova T.M., Solution of the Equation of the Electron -Photon Cascade in the Athmosphere Including the Logarithmic Increase of the Cross-Section.Proc.15 ICRC. Plovdiv , 1977,vol.2,p.10.

4. Акимов В.В., Козлов В.Д. Расчет энергетических спектров нуклонов на разных глубинах атмосферы при различных предположениях о виде первичного спектра ядерноактивных частиц и характеристик элементарного акта. Сб."Исследования космических лучей" М.: Наука, I975, с.34.

5. Ерлыкин А.Д., Кузина Н.П. Анализ прохождения космических лучей через атмосферу в свете проблемы нарушения скейлинга. Сб."Вопросы атомной науки и техники". Серия: Техника физического эксперимента. I98I, вып.2(8), Харьков, с.34.

6. Garyaka A.P. Energy Spectrum of Nucleon in Athmosphere in the Case of Logarithmic Rise of Inelastic Interaction Cross Section. Prepr. EFI-327(52)-78, Yerevan, 1978.

Рукопись поступила 24 августа I982 г.

Редактор Л.П.Мукаян
Тех. редактор А.С.Абрамян

Заказ 559 ВФ- 04020 Тираж 299

Препринт ЕФИ Формат издания 60х84/16

Подписано к печати 29/XI-82 0,5 уч-изд.л. Ц. 7 к.

Издано Отделом научно-технической информации
Ереванского физического института Ереван 36, Маркаряна 2