индекс 3624

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-607(94)-82

А.Ц. АМАТУНИ, Э.В.СЕХПОСЯН, С.С.ЭЛБАКЯН

УЕДИНЕННЫЕ ВОЛНЫ В СИСТЕМЕ ЭЛЕКТРОННЫЙ ПУЧОК-ПЛАЗМА

ԵՐԵՎԱՆ 1982 ЕРЕВАН

В связи с разработкой новых методов ускорения заряженных частиц и проблемой генерации сильных продольных полей в плазме в последнее время возрос интерес к различным аспектам взаимодействия пучков заряженных частиц с волнами, возникающими при прохождении пучков через плазму. Вопрос о возникновении нелинейных волн при движении электронного пучка через плазму рассматривался в ряде работ. В работах [1-2] было проведено аналитическое рассмотрение проблемы в случае стационарного состояния системы. Анализ конечного стационарного состояния системы волна-пучок является наиболее простым способом выяснения возможности генерации полей больших амплитуд и выяснения их свойств и конфигураций. В указанных работах [1-2] было рассмотрено взаимодействие моноэнергетического пучка с холодной плазмой. Нелинейность возбуждаемых в системе гармонических колебаний полагалась обусловленной нелинейным характером взаимодействия волны с электронами пучка, плотность же плазмы полагалась линейной функцией потенциала. В предположении малости отношения плотности заряда пучка к плотности плазмы рассматрива лось влияние захвата электронов пучка возникшей волной на нелинейное дисперсионное соотношение.

Задача о нелинейных стационарных гармонических колебаниях в системе электронный пучок-плазма рассматривалась позднее в работах [3-4], где были сняты ограничения на отношение плотностей зарядов пучка и плазмы, а также учтена [4] нелинейность движения электронов плазмы.

I. В настоящей работе мы преследуем цель исследовать стационарные уединенные волны, возникающие при прохождении моноэнергетического электронного пучка через плазму с покоящимися ионами и условия образования таких волн. (Возможность образования уединенных волн в системе электронный пучок - плазма показана в случае когда пучок описывается определенной (лоренцовской) функцией распределения в работе [5] .) Мы будем полагать, что часть электронов плазмы захватывается в потенциальную яму возникающей волны. Пусть электронный пучок движется вдоль оси z и его движение одномерно. Исходная самосогласованная система уравнений движения и непрерывности для электронов пучка, кинетического уравнения для электронов плазмы и уравнения Пуассона имеет вид:

$$\frac{\partial u_b}{\partial t} + u_b \frac{\partial u_b}{\partial z} = \frac{e}{m} \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \tag{I}$$

$$\frac{\partial n_b}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(n_b u_b) = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\frac{\partial f}{\partial z} + \frac{e}{m}\frac{\partial \varphi}{\partial z}\frac{\partial f}{\partial v} = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 4\pi e\,(n_b + n_e - n_o). \tag{4}$$

Здесь n_b и u_b - плотность и скорость электронов пучка, $n_e = \int f dv$ и v - плотность и скорости электронов плазмы, f - функция распределения, φ - потенциал, n_o - плотность покоящихся ионов.

В стационарном случае, когда все величины зависят от $\tilde{z} = z - V_\phi t$, где V_ϕ - фазовая скорость движения волны, система (I)-(4) принимает вид:

$$\frac{d}{d\tilde{z}}\left\{\frac{m(u_b - V_\phi)^2}{2} - e\varphi\right\} = 0, \tag{I^I}$$

$$\frac{d}{d\tilde{z}} n_b(u_b - V_\phi) = 0, \tag{2^I}$$

$$(v - V_\phi)\frac{\partial f}{\partial \tilde{z}} + \frac{e}{m}\frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{z}}\frac{\partial f}{\partial v} = 0, \tag{3^I}$$

$$\frac{d^2\varphi}{d\tilde{z}^2} = 4\pi e\,(n_b + n_e - n_o). \tag{4^I}$$

Пусть при $\varphi = 0$ скорость электронов пучка $u_b = u_{bo}$, а плотность $n_b = n_{bo}$. Из уравнений (I^I) и (2^I) тогда имеем

$$n_b(u_b - V_\phi) = n_{bo}(u_{bo} - V_\phi), \tag{5}$$

$$\frac{m(u_b - V_\phi)^2}{2} - e\varphi = \frac{m(u_{bo} - V_\phi)^2}{2}, \tag{6}$$

$$n_b = \frac{n_{bo}}{\sqrt{1 + \frac{2e\varphi}{m(u_{bo} - V_\phi)^2}}}, \tag{7}$$

$$u_b = V_\phi + (u_{bo} - V_\phi)\sqrt{1 + \frac{2e\varphi}{m(u_{bo} - V_\phi)^2}} \tag{8}$$

Общее решение кинетического уравнения (3) есть произвольная функция от полной энергии частиц плазмы $\mathcal{E}_p$:

$$f(\mathcal{E}_p) = f\left(\frac{m(v - V_\phi)^2}{2} - e\varphi\right).$$

Мы будем искать решения в виде уединенной волны:

$$\begin{aligned} &\varphi = \varphi' = 0 && \text{при} \quad \tilde{z} \to \pm\infty, \\ &\varphi = \varphi_{max} && \text{при} \quad \tilde{z} = 0, \\ &\varphi \geqslant 0, \end{aligned} \tag{9}$$

полагая, что на $\pm\infty$ имеет место условие нейтральности заряда:

$$n_{b_0} + n_{e0} - n_0 = 0. \tag{10}$$

Тогда потенциальная энергия $U = -e\varphi$ имеет вид потенциальной ямы с $U_{min} = -e\varphi_{max}$, $U_{max} = 0$ (см.рис.I) и частицы с $\mathcal{E}_p < 0$ будут захвачены в эту яму. При адиабатическом захвате электронов в потенциальную яму указанного типа функция распределения захваченных частиц имеет простой вид [6]

$$f_{зах} = f(\mathcal{E}_p = 0), \tag{11}$$

при условии, что поле мало меняется за время периода финитного движения захваченных частиц. Указанное условие имеет вид:

$$V_\phi \ll \alpha\left(\frac{e\varphi_m}{T}\right)^{1/2} V_T, \tag{12}$$

где $V_T = \sqrt{\frac{T}{m}}$ – тепловая скорость частиц плазмы, T – температура плазмы, α – число $\sim$ I, $\varphi_m \equiv \varphi_{max}$.

В качестве функции распределения пролетных частиц с $\mathcal{E}_p > 0$ мы выбираем максвелл-больцмановскую функцию

$$f_н(\mathcal{E}_p) = \frac{n_{e0}\, m^{1/2}}{(2\pi T_e)^{1/2}}\, e^{-\frac{m(v - V_\phi)^2}{2T} + \frac{e\varphi}{T}}. \tag{13}$$

Из условия захвата частиц $\mathcal{E}_p < 0$ определяется область изменения скоростей v частиц плазмы, захваченных в потенциальную яму:

$$V_\phi - \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}} < v < V_\phi + \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}}, \tag{14}$$

а условие $\mathcal{E}_p > 0$ означает, что не захвачены частицы, движущиеся со скоростями

$$v < V_\phi - \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}} \quad \text{и} \quad v > V_\phi + \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}}. \tag{15}$$

Суммируя число электронов с $\mathcal{E}_p > 0$ и $\mathcal{E}_p < 0$, имеем для n_e :

$$n_e = \int_{-\infty}^{V_\phi - \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}}} f_н\, dv + \int_{V_\phi + \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}}}^{\infty} f_н\, dv + \int_{V_\phi - \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}}}^{V_\phi + \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}}} f_з\, dv \tag{16}$$

Интегрирование дает [6–7] :

$$n_e = n_{e0}\left\{e^{\frac{e\varphi}{T}}\left[1 - \Phi\left(\sqrt{\frac{e\varphi}{T}}\right)\right] + 2\sqrt{\frac{e\varphi}{\pi T}}\right\},$$
$$\Phi(\xi) = \mathrm{erf}(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\xi} e^{-u^2}\, du. \tag{17}$$

Подставляя (7) и (17) в (4^I) и переходя к безразмерным величинам, получим следующее уравнение для потенциала φ :

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} = n_{e0}\left\{e^{\varphi}\left[1 - \Phi(\sqrt{\varphi})\right] + 2\sqrt{\frac{\varphi}{\pi}}\right\} + \frac{n_{b_0}}{\sqrt{1 + 2\varphi/V_b^2}} - 1. \tag{18}$$

Здесь плотности измеряются в единицах ионной равновесной плотности n_o, скорости – в единицах электронных тепловых скоростей $V_T = \sqrt{\frac{T}{m}}$, $z = \frac{\tilde{z}}{a_e}$, $a_e = \sqrt{\frac{T}{4\pi n_o e^2}}$ – радиус Дебая. Потенциал φ измеряется в единицах T/e, а безразмерное электрическое поле $E = E/\sqrt{4\pi n_o T} = \frac{E}{\left(\frac{V_T m \omega_p}{e}\right)}$, где ω_p – плазменная частота; $V_\ell^2 \equiv (u_{\ell_o} - V_\phi)^2$.

Однократное интегрирование (I8) при условиях (9) дает:

$$\frac{\varphi'^2}{2} = n_{\ell_o} V_\ell^2 \left\{ \sqrt{1 + \frac{2\varphi}{V_\ell^2}} - 1 \right\} - \varphi + n_{e_o} F(\varphi), \qquad (I9)$$

где $$F(\varphi) = e^{\varphi}[1 - \Phi(\sqrt{\varphi})] - 1 + 2\sqrt{\frac{\varphi}{\pi}} + \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \varphi^{3/2}. \qquad (I9^I)$$

Поле E определяется выражением

$$|E| = \sqrt{\varphi'^2} \qquad (20)$$

При $\varphi = 0$, вследствие условия нейтральности (I0), мы имеем $\varphi'' = 0$, т.е. при $z \to \pm\infty$ $\varphi = \varphi' = \varphi'' = 0$.

Условие $\varphi' = 0$ приведет к уравнению для определения максимального значения $\varphi_m = \varphi_{max}(V_\ell^2)$ или V_ℓ^2 как функцию от φ_m:

$$V_b^2 = \frac{[n_{e_o} F(\varphi_m) - \varphi_m]^2}{2 n_{e_o} n_{\ell_o} [F(\varphi_m) - \varphi_m]}, \qquad (2I)$$

с условием

$$\varphi_m < F(\varphi_m) \le \frac{\varphi_m}{n_{e_o}}. \qquad (22)$$

Условие (22) устанавливает ограничения на величины φ_m и V_ℓ^2 в зависимости от внешних параметров n_{e_o} и n_{ℓ_o}. На рис.2 приведены кривые функций $F(\varphi_m)$ и $y = \varphi_m / n_{e_o}$ для некоторых зна-

чений n_{e_o}. Условие $F(\varphi_m) \le \varphi_m / n_{e_o}$ ограничивает допустимые значения φ_m. Максимально допустимое значение φ_m определяется точкой пересечения кривых $F(\varphi_m)$ и $y = \varphi_m / n_{e_o}$. Из рисунка видно, что это значение при $n_{e_o} = 0{,}5$ есть $(\varphi_m)_{max} \approx 4{,}78$, но допустимые значения φ_m тем больше, чем меньше n_{e_o}.

Точное решение уравнения (I9) дается выражением:

$$z = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{\varphi}^{\varphi_m} \frac{d\varphi}{\sqrt{n_{\ell_o} V_\ell^2 [\sqrt{1 + 2\varphi / V_\ell^2} - 1] - \varphi + n_{e_o} F(\varphi)}}, \qquad (23)$$

где $F(\varphi)$ определяется выражением (I9^I).

2. Рассмотрим случай малых амплитуд $\varphi_m << 1$. Полагая в (I9) и (I9^I) более строгое из условий $\frac{n_{e_o}}{n_{\ell_o}} \varphi << 1$ или $\varphi \ll 1$ и воспользовавшись разложением

$$\Phi(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \xi - \frac{2}{3\sqrt{\pi}} \xi^3 + \frac{1}{5\sqrt{\pi}} \xi^5, \qquad \xi << 1 \qquad (24)$$

получим уравнение:

$$\varphi'^2 = \frac{16 n_{e_o}}{15\sqrt{\pi}} \varphi^2 (\varphi_m^{1/2} - \varphi^{1/2}). \qquad (25)$$

Интегрирование полученного уравнения приводит к следующему выражению для φ:

$$\varphi = \varphi_m \, ch^{-4} \left[\sqrt{\frac{n_{e_o}}{15}} \left(\frac{\varphi_m}{\pi} \right)^{1/4} z \right], \qquad (26)$$

где

$$\varphi_m^{1/2} \approx \frac{15\sqrt{\pi}}{16}\left(\frac{n_{e0}V_b^2}{n_{b0}} - 1\right). \qquad (27)$$

Последнее выражение получено из (2I) путем разложения для малых φ_m и связывает амплитуду φ_m с фазовой скоростью V_ϕ движения волны.

Из условия $0 \leq \varphi_m \ll I$ и из (27) следует:

$$V_b^2 \equiv (u_{b0} - V_\phi)^2 \gtrsim \frac{n_{b0}}{n_{e0}}. \qquad (28)$$

Имея в виду, что начальная скорость пучка u_{b0} должна быть больше тепловых скоростей частиц плазмы и приняв во внимание условие (I2) (в безразмерных единицах, для малых φ_m оно имеет вид: $V_\phi \ll \frac{\sqrt{2}}{6}\varphi_m^{1/2}$), приходим к заключению $V_\phi \ll u_{b0} \sim \sqrt{\frac{n_{b0}}{n_{e0}}}$. Условие $u_{b0} > I$ (в размерных единицах $u_{b0} > V_T$) означает $n_{b0} > n_{e0}$

Приведем выражения для n_b, n_e, u_b и E в случае малых амплитуд:

$$n_b = n_{b0} - n_{e0}\varphi\left(1 - \frac{16}{15\sqrt{\pi}}\varphi_m^{1/2}\right), \qquad (29)$$

$$n_e = n_{e0}\left(1 + \varphi - \frac{4}{3\sqrt{\pi}}\varphi^{3/2}\right), \qquad (30)$$

$$u_b = u_{b0}\left[1 + \frac{n_{e0}}{n_{b0}}\varphi\left(1 - \frac{16}{15\sqrt{\pi}}\varphi_m^{1/2}\right)\right] - \qquad (31)$$

$$- V_\phi \frac{n_{e0}}{n_{b0}}\varphi\left(1 - \frac{16}{15\sqrt{\pi}}\varphi_m^{1/2}\right),$$

$$|E(\varphi)| = \varphi\sqrt{\frac{16 n_{e0}}{15\sqrt{\pi}}\left(\varphi_m^{1/2} - \varphi^{1/2}\right)}. \qquad (32)$$

Из (3I) видно, что вследствие $u_{b0} \gg V_\phi$, u_b оказывается больше u_{b0}, т.е. в рассматриваемых условиях происходит передача энергии от волны частицам, однако, вследствие малости $\frac{n_{e0}}{n_{b0}}\varphi_m \ll I$ величина переданной энергии мала. Максимальное значение электри-

ческого поля в размерных единицах дается выражением:

$$E_{max} = \sqrt{4\pi n_{e0} kT}\,\frac{64}{125\sqrt{3\sqrt{\pi}}}\sqrt{\frac{n_{e0}}{n_0}}\left(\frac{e\varphi_m}{kT}\right)^{5/4}. \qquad (33)$$

В случае $n_{b0} \sim 10^{12} \div 10^{13}$, $n_{e0} \sim 10^{12}$ и $T \sim 10^4 \div 10^5$K E_{max} имеет величину порядка нескольких десятков В/см.

3. Рассмотрим случай больших амплитуд $\varphi_m \gg I$. Условие (22) допускает большие значения φ_m при малых n_{e0} (см. также рис.2). Величины n_b, u_b, n_e, E определяются в этом случае формулами (7), (8), (I7), (20). Функция $F(\varphi_m)$, определяемая формулой (I9[I]), при больших φ_m дается выражением

$$F(\varphi_m) \simeq \frac{4}{3\sqrt{\pi}}\varphi_m^{3/2}, \qquad \varphi_m \gg 1. \qquad (34)$$

Выбрав $n_{e0} \ll I$ так, чтобы величина $\beta = \frac{4 n_{e0}}{3\sqrt{\pi}}\varphi_m^{1/2}$ была бы гораздо меньше единицы, из (2I) получим:

$$V_b^2 \approx \frac{\varphi_m}{2 n_{b0}\beta}, \qquad \beta = \frac{4 n_{e0}}{3\sqrt{\pi}}\varphi_m^{1/2} \ll 1. \qquad (35)$$

Поскольку и при больших φ_m имеет место условие (I2), то $u_{b0} \gg V_\phi$, $u_{b0} \sim \frac{\varphi_m}{2 n_{b0}\beta} \gg \varphi_m$ и из (8) следует, что и в случае больших φ_m величина переданной энергии от волн частицам невелика.

Максимальное значение электрического поля при $\varphi_m \gg 1$ в размерных единицах определяется выражением:

$$E_{max} = \sqrt{4\pi n_{e0} kT}\,\frac{3}{2\sqrt{2\sqrt{\pi}}}\,\sqrt{\frac{n_{e0}}{n_0}}\left(\frac{e\varphi_m}{kT}\right)^{3/4} \qquad (36)$$

Для $n_{b0} \sim 10^{13}$, $n_{e0} \sim 10^{10}$, $T \sim 10^5$ К имеем $E_{max} \approx 5\cdot 10^5$ В/см.

4. Выясним вопрос о существовании решения в виде уединенной волны в двух предельных случаях, когда все частицы плазмы захвачены в потенциальную яму и когда нет захваченных частиц.

Для получения числа частиц плазмы как функции от φ в случае полного их захвата в потенциальную яму, введем в (16) вместо $f_к$ и $f_з$ следующую функцию распределения по скоростям:

$$f(v) = \frac{n_{e0}\, m^{1/2}}{(2\pi T)^{1/2}}\left\{\Theta\left[v - \left(V_\phi - \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}}\right)\right] - \Theta\left[v - \left(V_\phi + \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}}\right)\right]\right\}, \qquad (37)$$

$$n_{e з} = 2 n_{e0}\sqrt{\frac{e\varphi}{\pi T}}\,. \qquad (38)$$

Несложный анализ показывает, что для $\varphi > 0$ при отсутствии захвата уравнение (18) не имеет решений в виде уединенной волны. В случае же полного захвата частиц плазмы ((37),(38)) возможны солитоноподобные решения и для них верны оценки, проведенные для больших $\varphi_m \gg 1$ (формулы (34)-(36) пункта 3.).

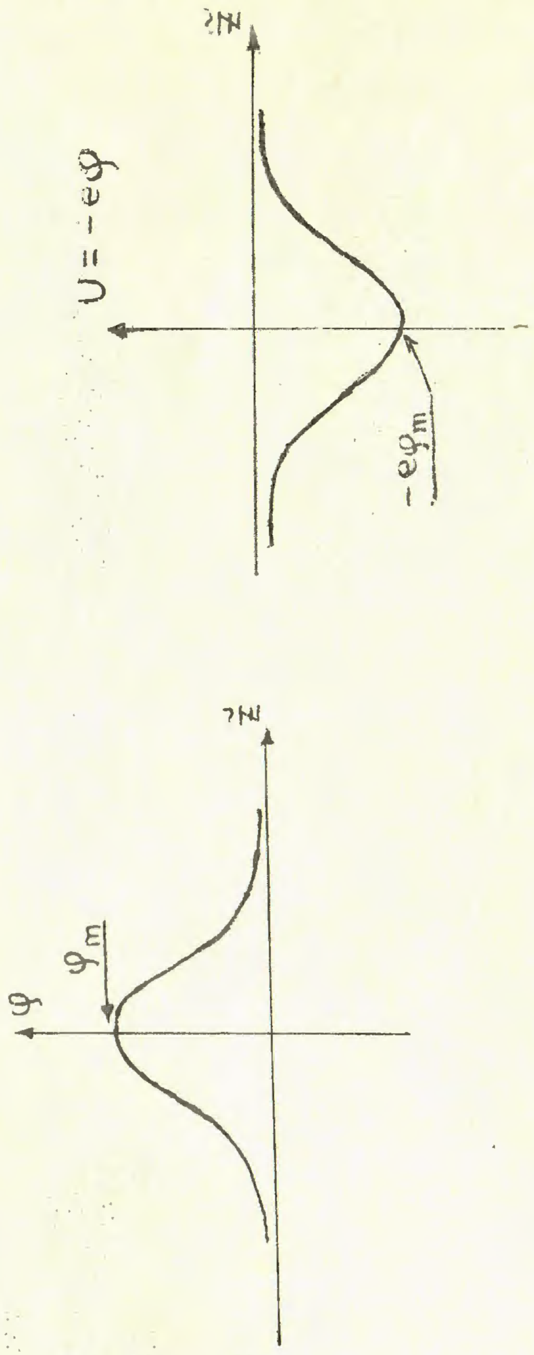

Рис.I

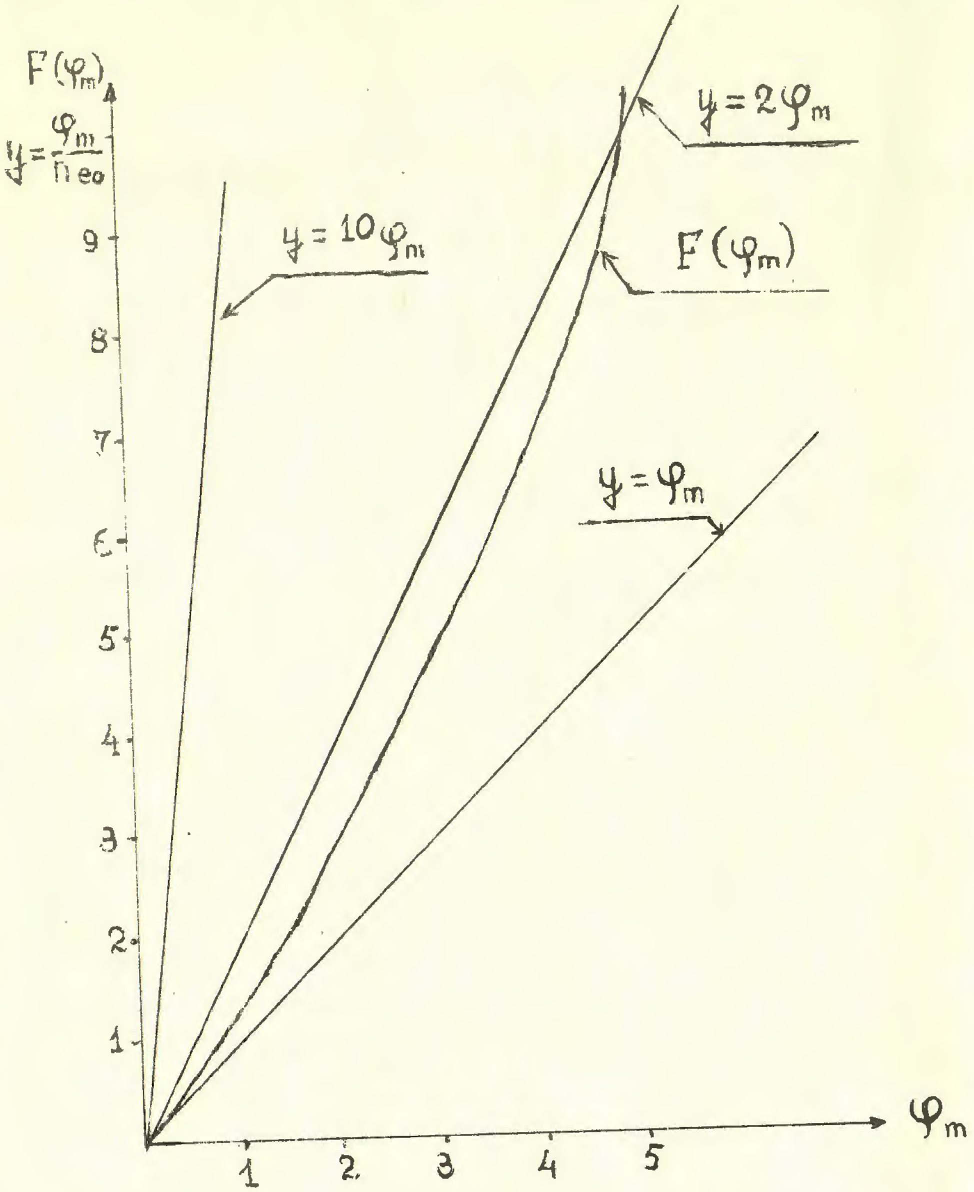

Рис.2

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

I. Ковтун Р.И., Рухадзе А.А. О нелинейном взаимодействии электронного пучка с плазмой.- Радиотехника и электроника, I970, т.I5, с.2I24.

2. Ковтун Р.И.,Рухадзе А.А.К теории нелинейного взаимодействия релятивистского электронного пучка малой плотности с плазмой.- ЖЭТФ, I970, т.58, с.I709.

3. Иванов С.Т., Решетникова К.А., Филиппова Н.А. К нелинейной теории взаимодействия электронного пучка с плазмой.- Сообщение ОИЯИ, 9-II370, Дубна, I978.

4. Иванов С.Т., Решетникова К.А. Нелинейное равновесное состояние релятивистского электронного пучка и электромагнитной волны большой амплитуды в плазме.- Сообщение ОИЯИ Р9-8I-53I,Дубна, I98I.

5. Блиох Ю.П., Любарский М.Г. Нелинейные потенциальные колебания холодной безграничной плазмы с пучком заряженных частиц.- Физика плазмы, I979, т.5, с.339.

6. Гуревич А.В. Распределение захваченных частиц в потенциальной яме в отсутствие столкновений, ЖЭТФ, I967, т.53,с.953.

7. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика.М.: Наука, I979.

Рукопись поступила 30 сентября I982 г.

Редактор Л.П.Мукаян

Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 612 ВФ- 04051 Тираж 299

Препринт ЕФИ Формат издания 60-84/16

Подписано к печати 30.12.1982 1.0 уч.-изд.л. Ц. 15 к.

Издано Отделом научно-технической информации
Ереванского физического института, Ереван 36, Маркаряна 2