

индекс 3624

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ  
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-622(12)-83

М.Б. АЙРУМЯН, С.Г. АРУТЮНЯН,  
Г.А. НАГОРСКИЙ, Н.Г. ТЕР-АРУТЮНЯН-САВВИДИ

ВОЗМОЖНОСТЬ МОЩНОЙ ФЕМТОСЕКУНДНОЙ  
ЭМИССИИ ЭЛЕКТРОНОВ С КРИВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

ԵՐԵՎԱՆ 1983 ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ФФИ-622(12)-83

М.Б. АЙРУМЯН, С.Г. АРУТЮНЯН,  
Г.А. НАГОРСКИЙ, Н.Г. ТЕР-АРУТЮНЯН-САВЕИДИ

ВОЗМОЖНОСТЬ МОЩНОЙ ФЕМТОСЕКУНДНОЙ  
ЭМИССИИ ЭЛЕКТРОНОВ С КРИВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Ереван 1983

Ереванский Физический  
ИНСТИТУТ  
Зол. преприатов

Эффект холодной эмиссии электронов из металла в достаточно сильном электрическом поле известен в литературе [1-3], как и его применение для генерации мощных импульсов тока [4]. Однако с уменьшением длительности импульса или размеров эмиттера появляется необходимость учитывать влияние внешнего поля на пространственное распределение электронов внутри тела.

В данной работе при вычислении туннельного автоэмиссионного тока учтена неоднородность плотности электронов вблизи поверхности металла. В качестве эмиттера рассмотрена модель металлического шара с избыточным зарядом, распределение плотности которого определено из квазиклассического уравнения Томаса-Ферми. Модель шарового эмиттера отражает реальную геометрию микроострий холодного катода [4,5] и позволяет учесть влияние величины радиуса кривизны микроострий на значение плотности заряда внутри тела. Обычно в расчетах [3] зависимость от радиуса кривизны содержится только в величине внешнего поля, которое принимается однородным и равным его значению на поверхности микроострия. Граница раздела металл-вакуум при этом принимается плоской.

Уравнение Томаса-Ферми с учетом потенциала нейтральных ато-

нов решено численно для шаров с различными радиусами.

В каждом случае определен максимальный заряд, соответствующий туннельной экспоненте, равной единице.

Показано, что для радиусов шара, равных  $(5+50) \cdot 10^{-8}$  см, ширина слоя избыточных электронов порядка размера шара. Этот критерий определяет минимальные размеры шероховатостей поверхности эмиттера, которые следует принимать во внимание при определении эмиссионного тока.

Найдено, что в принятой модели шарового эмиттера эмиссия электронов прекращается при заряде шара  $N\ell < N_{кр}\ell$  ( $N_{кр} \sim V_0 R/\ell^2$ ), где  $V_0$  — работа выхода электронов из незаряженного шара с радиусом  $R$ . Заметим, что в случае плоского эмиттера туннельное прохождение электронов возможно при любом отличном от нуля значении внешнего однородного поля, так как в такой модели электрический потенциал на бесконечности неограниченно возрастает по абсолютной величине. Реальный физический потенциал, однако, должен зануляться, как это происходит в модели шарового эмиттера с избыточным зарядом.

Вычислена временная зависимость эмиссионного тока из предельно заряженного металлического шара. Показано, что эмиссионный ток порядка своего максимального значения (несколько единиц на  $10^8$  А/см<sup>2</sup>) в течение нескольких фемтосекунд ( $10^{-15}$  с).

Обсуждаются условия, при которых автоэлектронный эмиттер может служить катодом для лазерного ускорителя [6].

#### 1. Модель шарового эмиттера

Вычислим эмиссионный ток из металлического заряженного шара радиуса  $R$  с потенциалом выхода  $V(z)$ , зависящим только от расстояния  $z$  до центра шара. Функция  $V(z)$  в данной работе полу-

чена интегрированием экранированного кулоновского потенциала по объему шара с введением нормировочного множителя  $K$ , привязывающего  $V(z)$  к экспериментальным значениям работы выхода  $V_0$ :

$$\frac{V(z)}{4\pi\ell^2\nu_0 a_B^2 K} = \begin{cases} 1 - \frac{R+a}{z} \ell^{-\frac{R}{a}} \text{Sh}(z/a), & z < R \\ \frac{R-a}{2z} \ell^{-\frac{R-z}{a}} + \frac{R+a}{2z} \ell^{-\frac{R+z}{a}}, & z > R, \end{cases} \quad (I)$$

где  $\nu_0$  — плотность атомов вещества,  $a_B = \hbar^2/m\ell^2 = 0.529 \cdot 10^{-8}$  см — боровский радиус,  $a$  — радиус экранировки, характеризующий "размытие" потенциального порога выхода электронов вблизи границы. В дальнейшем  $a$  предполагается равным среднему расстоянию  $\nu_0^{-1/3}$  между атомами вещества. Параметр  $K$  порядка единицы: например, для меди  $K = 1.05$ , для вольфрама  $K = 1.42$ , для алюминия  $K = 2.06$ .

Из (I) следует, что достаточно малое количество избыточных электронов обладает отрицательной полной энергией и находится в связанном состоянии, поскольку на расстояниях от поверхности шара, больших чем  $a$ , электрический потенциал системы определяется только зарядом избыточных электронов  $N\ell$  и при  $z \rightarrow \infty$  стремится к нулю, оставаясь положительным. Начиная с некоторого значения числа избыточных электронов  $N_{кр}$  полная энергия электронов верхнего энергетического уровня становится положительной, хотя за счет порога выхода  $V(z)$  они все еще находятся в потенциальной яме. На рис. I линия 1 соответствует случаю  $N < N_{кр}$ , а линии 2, 3 случаю  $N > N_{кр}$ . Формула, определяющая  $N_{кр}$ , имеет вид

$$N_{кр} = \frac{z_0 V(z_0)}{\ell^2}, \quad (2)$$

где  $z_0$  - граница электронного облака, не совпадающая с поверхностью шара. В случае  $N > N_{кр}$  электроны могут туннелировать под барьером

$$U = Ne^2/z - V(z) - (Ne^2/z_0 - V(z_0)), \quad z > z_0.$$

Видно, (см. рис. I), что максимальное значение  $U$  падает с увеличением  $N$ , достигая нуля при  $N = N_m$ . Величина  $N_m$  - максимальное с классической точки зрения значение числа избыточных электронов шара - определяется условием:

$$N_m = \frac{V'(z_0) z_0^2}{e^2}, \quad (3)$$

где штрих означает дифференцирование по  $z$ . Условие (3) означает равенство силы отталкивания избыточных электронов  $e^2 N_m / z_0^2$  возвращающей силе  $V'(z_0)$  потенциального порога.

Формулы (2) и (3) представляют собой функциональные уравнения относительно  $N_{кр}$  и  $N_m$ , поскольку величина  $z_0$  зависит от числа электронов облака. Более критичным к значению  $z_0$  является уравнение (3), так как градиент функции  $V/V_0$  вблизи границы тела существенно больше единицы. Заметим, что для потенциального порога  $V(z)$  типа "прямоугольный ящик" формула (3) дает физически бессмысленное бесконечное значение для  $N_m$ .

Нахождение величин  $N_{кр}$  и  $N_m$ , а также числа электронов, при котором эмиссионный ток существенен, связано с определением функции распределения избыточного заряда  $n(z)$ . В данной работе функция  $n(z)$  находится из квазиклассического уравнения Томаса-Ферми, выписанного для электронного облака во внешнем потенциальном поле. Фinitная конфигурация облака определяется граничным условием  $n(z) = 0$  для  $z \geq z_0$ . С учетом этого условия уравнение для  $n(z)$  можно записать в интегральном виде:

$$\frac{(3\pi^2 \hbar^3)^{2/3}}{2m} n(z)^{2/3} + 4\pi e^2 \left\{ \frac{1}{z} \int_0^z z'^2 n(z') dz' + \int_z^{z_0} z' n(z') dz' \right\} - V(z) = V_0 \quad (4)$$

где  $V_0 = e^2 N / z_0 - V(z_0)$

Первый член в (4) имеет смысл максимальной кинетической энергии холодных электронов, второй член определяет собственный потенциал облака.

Введем переменную  $\chi = (3\pi^2 n)^{1/3} / \sqrt{8\mu_0 a_E}$  и произведем замену  $x = q_0 (1 - z/z_0)$ , где  $q_0 = z_0 / a_E$ . Уравнение (4) переписывается в виде

$$\chi^2(x) = \frac{5q_0}{q_0 - x} \int_0^x \chi^3(x') (1 - \frac{x'}{q_0}) (x - x') dx' + \chi(x) - \chi(0) - \frac{\chi(x) q_0}{q_0 - x}, \quad (5)$$

где

$$\nu = \int_0^{q_0} \chi^3(x') (1 - \frac{x'}{q_0})^2 dx', \quad \chi_0 = \frac{\nu}{4\pi e^2 \mu_0 a_E^2}, \quad \zeta = \frac{16}{3} \sqrt{2\mu_0 a_E^3 / \pi}$$

Количество электронов облака  $N$  выражается через параметр  $\nu$ :

$$N = 4\pi \mu_0 z_0^2 a_E \nu. \quad (6)$$

Видно, что  $\frac{a_E}{\alpha} \nu$  имеет смысл поверхностной плотности избыточных электронов в единицах поверхностной плотности атомов шара. Через параметр  $\nu$  определяется потенциал  $\psi_e$  электронного облака на расстояниях  $z \geq z_0$ :

$$\psi_e(z) = 4\pi e \mu_0 a_E z_0^2 \nu / z \quad (7)$$

При  $z = z_0$ ,  $\psi_e(z_0) \approx \nu (\mu_0 / 10^{22} \text{ см}^{-3}) (z_0 / 1 \text{ см}) \cdot 0.96 \cdot 10^8 \text{ В}$ .

Функция  $n(z)$  полностью определяет барьер, через который туннелируют электроны облака. Определяя поток электронов к поверх-

ности шара через значения их скоростей и плотности в самой глубокой части потенциальной ямы найдем выражение для поверхностной плотности эмиссионного тока:

$$j = j_0 \int_0^{y_m} (1-y)^3 \exp \left\{ -\frac{3\pi}{4} \int_{-x_1}^0 \left( \frac{\sqrt{x} q_0}{q_0 - \sqrt{x}} - \chi(x) + \chi(0) \right) + \chi_m^2 y(2-y)^{1/2} dx + \int_{x_2}^0 (\chi_m^2 y(2-y) - \chi^2(x))^{1/2} dx \right\} dy, \quad (8)$$

где  $j_0 = \frac{32}{3} \chi_m^4 \mu_0^2 \alpha_E^3 c d e$ ,  $\chi_m$  - максимальное значение функции  $\chi(x)$ ,  $\alpha = e^2/\hbar c$ , в точках  $-x_1, x_2$  ( $x_1, x_2 > 0$ ) подынтегральные выражения в интегралах по  $x$  обращаются в нуль. Верхний предел интегрирования  $y_m$  равен:

$$y_m = \begin{cases} 1 - \sqrt{1 - (\sqrt{q_0 - \chi(0)})/\chi_m^2}, & \sqrt{q_0 - \chi(0)} < (\chi_m^2 + \chi(0))/q_0, \\ 1, & \sqrt{q_0 - \chi(0)} \geq (\chi_m^2 + \chi(0))/q_0. \end{cases} \quad (9)$$

причем выражение  $P_0^2(z_m) y_m(2-y_m)/2m$  определяет пределы изменения полной энергии электронов, дающих вклад в туннельный ток ( $P_0(z)$  - максимальный импульс электронов, находящихся на радиусе  $z$ ). Следовательно, при выполнении условия

$$\sqrt{q_0 - \chi(0)} > (\chi_m^2 + \chi(0))/q_0 \quad (10)$$

туннелировать может любой из избыточных электронов.

Этому случаю соответствуют линии 2 и 3 на рис.1. Отметим, что максимальное значение плотности эмиссионного тока  $j_m$  достигается при  $N = N_m$ .

Запишем также уравнение, определяющее изменение числа избыточных электронов со временем:

$$\frac{dN}{dt} = -4\pi z_0^2 j/e, \quad (11)$$

здесь  $j = j(N)$  - функция плотности эмиссионного тока от числа электронов.

Оценка условий, при которых шаровой эмиттер может служить катодом для формирования сильноточного пучка электронов, требует численного анализа формулы (6) эмиссионного тока, т.е. решения интегрального уравнения (5).

## 2. Численный анализ

Уравнение (5), определяющее функцию плотности избыточных электронов, в данной работе решалось численно. По заданной геометрии шара и электронного облака находилось число избыточных электронов. Вычисления проводились при  $q = 10, 10^2, 10^3, 10^4$  для значений констант  $\mu_0$  и  $K$ , соответствующих меди, вольфраму и алюминию.

На рис.1 приведены графики потенциального порога, искаженного потенциалом избыточных электронов для шара из меди радиуса  $100 a_E$  для значений  $\sqrt{q}$ , равных 0.00969, 0.01116, 0.07602. Величина  $(q_0 - q) a_E$ , определяющая расстояние между границей электронного облака и поверхностью шара, при этом равна  $-8 a_E, -7.5 a_E, 0.5 a_E$  (знак минус означает, что электронное облако находится внутри шара). Видно, что при  $\sqrt{q} = 0.00969$  электроны туннелировать не могут, при  $\sqrt{q} = 0.01116$  уже могут; однако эмиссионный ток пренебрежимо мал из-за большой ширины барьера. В третьем случае  $\sqrt{q}$  близко к своему предельному значению  $\sqrt{q_m} \approx 0.060$  и плотность эмиссионного тока  $j \approx 3 \cdot 10^8 \text{ A/cm}^2$  также порядка максимального тока  $j_m \approx 5.6 \cdot 10^8 \text{ A/cm}^2$ .

На рис.2 представлены графики плотности избыточных электронов  $n(z)$  для медных шаров с радиусами  $10, 10^2$  и  $10^3$  боровских радиусов. На всех трех графиках величина  $\sqrt{q}$  выбиралась такой, чтобы соответствующий эмиссионный ток приблизительно совпадал

В данном случае этот ток  $\sim 4 \cdot 10^8$  А/см<sup>2</sup>. При  $R = 10a_E$  электронное облако заполняет весь объем шара, при  $R = 100a_E$  толщина слоя избыточных электронов порядка 10% от радиуса шара и в случае  $R = 10^3 a_E$  ширина слоя меньше процента от  $R$ . Эти оценки показывают, что шероховатости поверхности катода можно рассматривать в виде отдельных микроострий, если размер неровностей  $\geq 100a_E$ . В обратном случае модель независимых друг от друга острий неприменима и поверхность катода можно считать гладкой.

Проблема непробивания поверхности металла существенна при изготовлении мощных резонаторов для нового поколения  $e^+e^-$  ускорителей, где требуемые электрические поля  $\sim 1$  МэВ/см создаются мегавольтными потенциалами. В связи с этим поверхности резонаторов обрабатываются механически до высоты микронеровностей  $\sim 10^{-4}$  см, а затем алмазной пастой шлифуются до шероховатостей  $\sim 2 \cdot 10^{-6}$  см [8]. Видно, что такая обработка удовлетворяет приведенному выше критерию гладкости поверхности.

Как было отмечено выше, предельные значения  $\nu$  соответствуют пересечению убывающей по  $q_0 - q$  функции  $\chi'(0)$  с возрастающими значениями  $\nu$ . На рис. 3, 4, 5 указанные функции изображены для шаров из меди, алюминия и вольфрама при  $q = 10^2, 10^3, 10^4$ . Представлены также графики плотности эмиссионного тока. Предельные значения величин  $\nu_m, j_m$  и  $q_0 - q = j_m^2$  приведены в таблице. Заметим, что с уменьшением  $q$  плотность эмиссионного тока возрастает, хотя поверхностная плотность избыточных электронов падает.

Временную зависимость плотности эмиссионного тока можно по-

лучить из уравнения (II), используя численно найденную функцию  $j(\nu)$ . Для микронных шаров уравнение (II) переписывается в виде

$$\frac{e \mu_0 a_E}{j} \int_{\nu_m}^{\nu(t)} \frac{d\nu}{(j(\nu)/\bar{j})} = t, \quad (12)$$

где в качестве среднего значения эмиссионного тока  $\bar{j}$  выбрано значение, равное  $10^8$  А/см<sup>2</sup>, предполагается, что при  $t=0$  шар заряжен до предельного значения  $N_m = 4\pi \mu_0 \tau^2 a_E \nu_m$ . Коэффициент  $e \mu_0 a_E / \bar{j}$  порядка  $10^{-12}$  с, а это значит, что характерные времена задачи по крайней мере меньше пикосекундных интервалов. Численное интегрирование уравнения (12) дает вид функции  $\nu(t)$  и следовательно, выражение для временной зависимости плотности эмиссионного тока. Для медного шара с радиусом  $10^4 a_E$  функция  $j(t)$  изображена на рис. 6. В скобках по оси абсцисс указаны значения величины  $q_0 - q$  для соответствующего момента времени. Видно, что эмиссионный ток порядка  $10^8$  А/см<sup>2</sup> в течение нескольких фемтосекунд ( $10^{-15}$  с), причем за пикосекундный интервал ток падает на три порядка.

### 3. Обсуждение результатов

Холодная эмиссия электронов с кривых металлических поверхностей может быть использована для формирования сильноточных электронных пучков. Избыточный заряд, в данном случае поверхностный, при этом создается приложенным к металлу постоянным потенциалом. В случае, если рассматриваемое в качестве катода микроострие имеет характерные размеры, большие  $50 a_E$ , для определения величины возникающего эмиссионного тока можно использовать результаты разработанной в данной работе модели шарового эмитте-

ра с избыточным зарядом. Действительно, интересуясь предельными значениями тока, микроострие можно рассматривать в виде изолированного шара, поскольку характерные времена эмиссии  $\sim 10^{-15}$ – $10^{-13}$  с много меньше времени подпитки микроострия внешним током.

Приведенные оценки показывают, что с предельно заряженных шаров ток плотностью  $\sim 10^5$  А/см<sup>2</sup> формирует пучок длиной  $\sim 10^{-5}$ – $10^{-6}$  см.

Зарядить шар до предельного значения можно, используя дополнительное лазерное поле. На первом полупериоде это поле, повышая потенциальный порог выхода, запирает избыточный заряд, на втором полупериоде, снимая дополнительный барьер, стимулирует эмиссию. Существенно, что обратная частота лазерного поля  $\sim 10^{15}$  с порядка характерного времени эмиссии электронов, т.е. лазерное поле может быть использовано в качестве своеобразного вентили, заряжающего шар до предельного значения. Одновременно происходит пространственная модуляция пучка, что позволяет рассматривать предложенный механизм фемтосекундной эмиссии как наиболее приемлемый для разработки катодной части лазерных ускорителей [6].

Как отмечено, например, в [9] эмиссионная способность современных катодов практически не ограничена и плотность тока лимитируется лишь действием пространственного заряда электронов. Заметим, что кулоновское расталкивание электронов можно ослабить, приложив перпендикулярно к поверхности металла достаточно сильное магнитное поле, охлаждающее эмиттируемый пучок. Требуя, чтобы радиационные потери на магнитной дорожке длиной  $\alpha$  были сравнимы с кинетической энергией поперечного движения электронов, оценим величину необходимого магнитного поля

$H \sim (3m^3 c^5 V_{||} / 4l^4 \alpha)^{1/2}$ , где  $V_{||}$  – предельная скорость электронов. Видно, что для разумных значений длины магнитной дорожки необходимы поля порядка 10 МГс, существующие в течение долей микросекунды. Создание таких полей представляет специальную задачу.

В заключение авторы выражают благодарность А.Ц.Аматуни за стимулирующие обсуждения и полезные замечания.

Таблица

	Медь	Алюминий	Вольфрам	
$V_m$	0.060	0.095	0.099	$q = 10^2$
	0.063	0.099	0.103	$q = 10^3$
	0.064	0.000	0.103	$q = 10^4$
$10^{-6} j_m \frac{\text{см}^2}{\text{А}}$	5.6	6.2	6.3	$q = 10^2$
	5.2	7.5	7.7	$q = 10^3$
	5.1	7.5	7.7	$q = 10^4$
$\rho_m$	1.71	1.86	1.80	$q = 10^2$
	1.63	1.74	1.69	$q = 10^3$
	1.62	1.72	1.68	$q = 10^4$

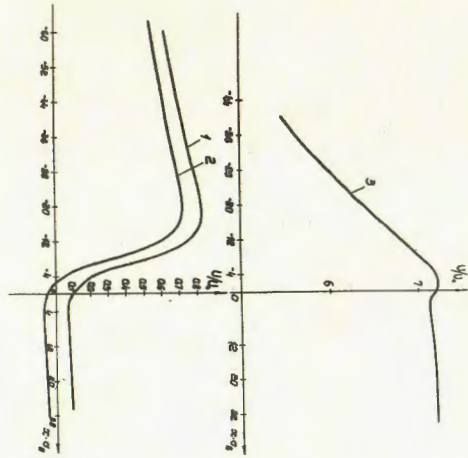


Рис.1 Потенциальный порог выхода электронов из заряженного медного шара с радиусом  $1000a_B$ . Приведенные графики соответствуют  $\psi = 0.00989(1), 0.01118(2), 0.07602(3)$ :  $U_0 = 4,3$  эВ

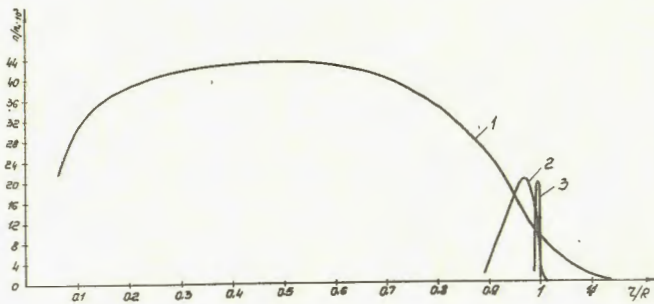


Рис.2 Графики плотности избыточных электронов для медных шаров с радиусами  $10(1), 10^2(2)$  и  $10^3(3)$  боровских радиусов. Во всех трех случаях эмиссионный ток  $\sim 4 \cdot 10^8$  А/см<sup>2</sup>. Край атомарной поверхности шара на оси абсцисс соответствует единице.

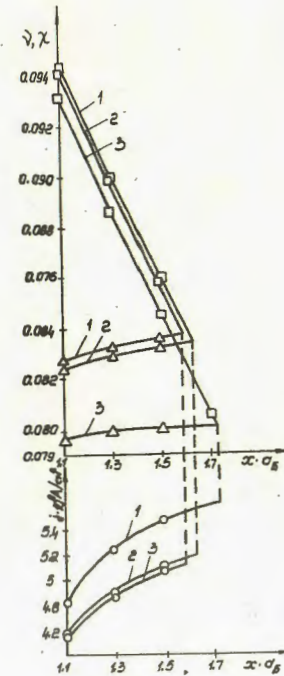


Рис.3 Предельные значения заряда (медь). Значками  $\square$  - обозначены функции  $\chi'(x)$ ,  $\Delta - \psi(x)$ ,  $O - j(x)$ . Цифры 1, 2, 3 соответствуют шарам с радиусами  $10^2 a_B, 10^3 a_B, 10^4 a_B$ . Предельные значения для  $\psi$  определяются пересечением кривой  $\chi'(x)$  ( $\square$ ) с кривой  $\psi(x)$  ( $\Delta$ ).

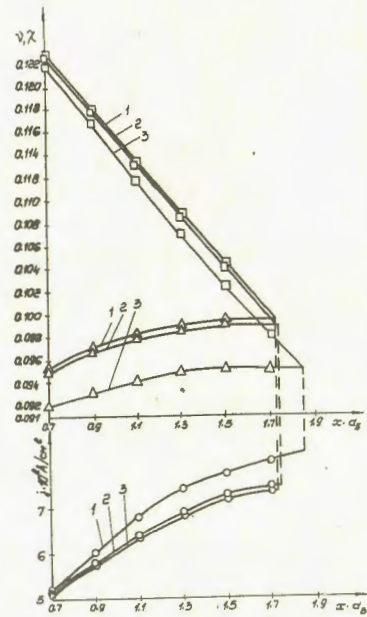


Рис.4 То же, что и рис.3 (алюминий).

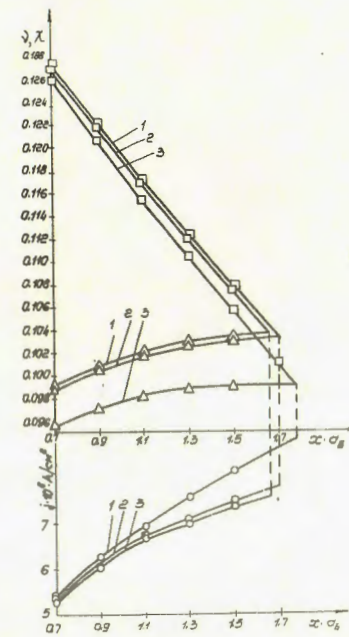


Рис.5 То же, что и рис.3 (вольфрам).

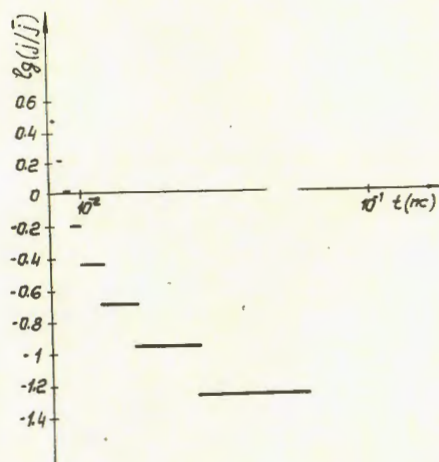


Рис.6 Временная зависимость плотности эмиссионного тока.  
Приведенный график соответствует медному шару с радиусом  $10^4 \mu$ ,  $\bar{j} = 10^8 \text{ A/cm}^2$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Forver R.H., Nordheim L., Proc.Roy.Soc., 1928, V.119, 1731
2. Етинсон М.И., Васильев Г.Ф. Автоэлектронная эмиссия. Физматгиз, 1958.
3. Бродский А.М., Гуревич Ю.Н. Теория электронной эмиссии из металлов, М.: Наука, 1973.
4. Бугаев С.П., Ильин В.П. и др. Формирование сильноточных релятивистских пучков для мощных генераторов и усилителей СВЧ. Материалы Всесоюзного семинара (Горький, сентябрь, 1978г.) Горький, 1979, с.5-75.
5. Mesyats S.A., Proskourouovsky D.I., Yankilevitch G.A. Proc. VIII Inter.Sump. on Discharges and Electrical Insulation in Vacuum, Novosibirsk, 1976, 230.
6. Нагорский Г.А. Резонансные обращения черенковского эффекта в однородной среде и их применение для ускорения заряженных частиц. Автореферат кандидатской диссертации, Ереван, 1980.
7. Анашин В.В., Бамбуров Ю.Г. и др. ВЛЭП (состояние работ) Труды УИ Всесоюзного совещания по ускорению заряженных частиц (Дубна, 14-16 октября 1980г.), Дубна, 1981, т.2, с.331.
8. Балакин В.Е., Бретнев А.Н. и др. Ускоряющая структура ВЛЭП. Исследования максимально допустимого темпа ускорения. Труды УИ Всесоюзного совещания по ускорению заряженных частиц (Дубна, 11-13 октября 1976 г.), Дубна, 1979, т.1, с.141.
9. Месяц Г.А. Генерирование мощных наносекундных импульсов, М.: Советское радио, 1974.

Рукопись поступила 6 декабря 1982 г.

Редактор Л.П.Мукаян  
Тех. редактор А.С.Абрамян

Заказ 85

ВФ- 04291

Тираж 296

Препринт ВФИ

Формат издания 60x84/16

Подписано к печати 31/III-83 I.0 уч-изд.л.Цена 15 к.

Издано Отделом научно-технической информации  
Ереванского физического института, Ереван 36, Маркаряна 2