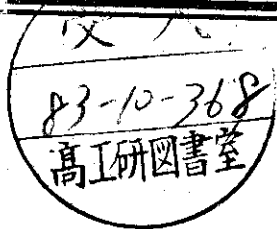


ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ



ИФИ-630(20)-83

Г.В. АЗИЗБЕКЯН

О ФОРМЕ ПЛОТНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СЛУСТКОВ В
ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

ԵՐԵՎԱՆ 1983 ԵՐԵՎԱՆ

УДК 621.384.6

Г.В.АЗИЗБЕКЯН

О ФОРМЕ ПЛОТНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СГУСТКОВ В
ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В работе рассматривается влияние собственных полей сгустков на их форму. Проведен расчет и численное сравнение кулоновских и магнитных сил на боковых торцах сгустка в продольном однородном магнитном поле. Показано, что периферийная часть сгустка цилиндрической формы подвергается более сильному сжатию под действием собственных магнитных сил, чем присевая. Следовательно, сгусток трансформируется и принимает эллипсоидную форму. Характерное время изменения формы сгустков $\sim 10^{-9}$ с при токах ~ 100 А и внешнем магнитном поле $\sim 0,1$ Т. Предложен механизм сжатия полых трубчатых сгустков.

Ереванский физический институт

Ереван 1983

G.V.AZIZBEKIAN

ON THE FORM OF DENSE ELECTRON CLUSTERS
IN A LONGITUDINAL MAGNETIC FIELD

The influence of proper fields of clusters on their form is considered. The calculation and numerical comparison of Coulombian and magnetic forces on the cluster lateral ends are performed in the longitudinal uniform magnetic field. The peripheral part of the cluster of a cylindrical form is shown to be subjected to a stronger compression under the action of proper magnetic forces than the axial one. Hence, the cluster transforms and takes an ellipsoidal form. The characteristic time of the cluster form variation is $\sim 10^{-9}$ s at ~ 100 A and the external magnetic field ~ 0.1 T. A compression mechanism of hollow tubular clusters is proposed.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1983

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

БФИ-630(20)-83

Г.В. АЗИЗБЕКЯН

О ФОРМЕ ПЛОТНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СЛУСТКОЕ
ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ереван 1983

© *Ереванский физический институт*, 1983г.

В различных работах по исследованию самосогласованной динамики релятивистских электронных пучков в сильноточных линейных ускорителях, мощных генераторах и усилителях сверхвысоко-частотных электромагнитных волн форма электронных ступков принимается либо цилиндрической [1-3], либо сферической [4]. Форма ступков оказывает влияние также на спектральную характеристику излучения в различных замедляющих системах. Вопрос о форме электронных ступков при наличии продольного магнитного поля до настоящего времени остается открытым. Как будет показано ниже, существенную роль на форму ступков оказывают собственные поля, обусловленные вращательным движением частиц.

Как известно, продольное магнитное поле используется для компенсации кулоновского расталкивания частиц пучка в радиальном направлении. Но прежде чем попасть в однородную часть поля пучок проходит через область неоднородности, где происходит раскручивание частиц пучка. Азимутальные скорости частиц определяются из закона сохранения обобщенного импульса и в аксиально-симметричных полях в параксиальном приближении задаются в

виде [5]

$$V_{\theta} = R \dot{\theta} = \frac{e B_0}{2 m \gamma} R, \quad (I)$$

где B_0 - индукция продольного магнитного поля; R - расстояние от оси симметрии; e, m - заряд и масса электрона; $\dot{\theta}$ - угловая скорость вращения; $\gamma = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$ - релятивистский фактор, V - полная скорость частицы, C - скорость света.

Рассчитаем электромагнитные поля сгустка, вносящие вклад в продольную составляющую силы Лоренца, т.е. радиальную составляющую собственного магнитного поля и продольную составляющую кулоновского поля на основе следующих допущений:

1) электронный пучок предварительно сгруппирован и состоит из отдельных сгустков цилиндрической формы длины l_0 , радиуса R_0 , с равномерным распределением плотности зарядов и движется вдоль оси Z со скоростью V_z ;

2) отсутствуют радиальные движения частиц внутри сгустков; компенсация кулоновского расталкивания частиц в радиальном направлении производится с помощью внешнего продольного магнитного поля B_0 ; азимутальные скорости частиц определяются из соотношения (I).

В цилиндрической системе координат (r, θ, z) , находящейся в покое относительно летящего вдоль оси Z сгустка, продольная составляющая кулоновского поля E_z и радиальная составляющая магнитного поля B_r находятся дифференцированием по продольной координате общих выражений для скалярного и векторного потенциалов [5], в которых интегрирование проводится по объему сгустка. Систему координат расположим так, что координаты торцов сгустка соответственно равны: $z = 0$, $z = l_0$. Координаты

точки наблюдения - $(r, \theta, z_0 + \ell_0)$. С учетом вышесказанного

$$E_z = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi} \int_0^{R_0} \int_{z_0}^{z_0 + \ell_0} \frac{\rho R z d\theta dR dz}{(R^2 + r^2 + z^2 - 2rR \cos \theta)^{3/2}} \quad (2)$$

$$B_r = \frac{\mu_0}{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{R_0} \int_{z_0}^{z_0 + \ell_0} \frac{j(R) R z \cos \theta d\theta dR dz}{(R^2 + r^2 + z^2 - 2rR \cos \theta)^{3/2}}; \quad (3)$$

ϵ_0, μ_0 - абсолютная диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума, $j(R)$ - плотность азимутальных токов, которая связана с плотностью частиц в слупке ρ очевидным соотношением

$$j(R) = \rho v_{\theta}. \quad (4)$$

После интегрирования (2) и (3) с учетом (1), (4) для кулоновской силы F_q , действующей на торцевой электрон ($z_0 = 0$) от центра слупки, и магнитной силы F_m , действующей на вращающийся электрон к центру слупки, получаем следующие выражения:

$$F_q = eE_z = \frac{e\rho}{2\pi\epsilon_0} [F_1(\ell_0, R_0) + F_1(0, 0) - F_1(\ell_0, 0) - F_1(0, R_0)]; \quad (5)$$

$$F_m = e v_{\theta} B_r = \frac{\mu_0 e^3 \rho B_0^2 r}{16\pi^2 m^2 \gamma^4} [F_2(\ell_0, R_0) + F_2(0, 0) - F_2(\ell_0, 0) - F_2(0, R_0)]; \quad (6)$$

где

$$F_1(z, R) = \pi \left(\sqrt{R^2 + z^2} - \sqrt{R^2 + z^2 + r^2} \right) + \sqrt{(R+r)^2 + z^2} \cdot E(k) \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
F_z(z, R) = & \frac{3}{2} \pi r^2 \left[\frac{1}{2} q - q^3 + \frac{2q(q-1)}{\sqrt{q^2-1}} \right] - \frac{\pi}{2} (z^2 + r^2) [\sqrt{q^2-1} - q] + \\
& + 3r \sqrt{(R+r)^2 + z^2} \left[\frac{4K^4 - 12K^2 + 8}{15K^4} K(k) + \frac{7K^4 + 8K^2 - 8}{15K^4} E(k) \right] - \\
& - 2R \sqrt{(R+r)^2 + z^2} \left[\frac{2-K^2}{3K^2} E(k) - \frac{2(1-K^2)}{3K^2} K(k) \right]; \\
q = & \frac{\sqrt{R^2 + r^2 + z^2}}{r}; \quad K^2 = \frac{4rR}{(R+r)^2 + z^2};
\end{aligned}
\tag{6}$$

$K(k)$, $E(k)$ - полные эллиптические интегралы первого и второго родов. В частном случае при $r = 0$ формула (5) с учетом (7) переходит в известное выражение для кулоновской силы на оси ступка (см. например, [6]):

$$F_q = \frac{e \rho \ell_0}{4 \epsilon_0} \left(1 + \frac{R_0}{\ell_0} - \sqrt{1 + \frac{R_0^2}{\ell_0^2}} \right). \tag{9}$$

Зависимости кулоновской и магнитной сил от радиальной координаты r электрона приведены на рис. 1, 2. Расчеты проведены для $\rho = 10^{-6} \text{ Кл/см}^3$, $B_0 = 0.1 \text{ Т}$, $\gamma = 4$.

Численное сравнение (7) и (8) на периферии ступка, т.е. при $r = R_0 = \ell_0 = 1 \text{ см}$ дает $F_m / F_q \approx 0.4$. Следовательно, собственными магнитными полями ступка пренебрегать не следует. Простые численные оценки показывают, что влияние соседних ступков практически можно не учитывать при расстояниях между ступками больше $2\ell_0$.

Для определения формы электронных ступков в волноводной замедляющей системе примем, что на границе ступка группирую-

щие силы синхронной гармонике СВЧ электромагнитного поля уравновешены с собственными кулоновскими и магнитными силами:

$$eE_0 J_0(qr) \sin(\psi_p + \frac{2\pi}{\lambda} l_0) - F_q + F_m = eE_0 J_0(qr) \sin \psi_p, \quad (10)$$

где ψ_p - равновесная фаза ступки, E_0, λ - амплитуда и длина волны СВЧ поля, $J_0(qr)$ - функция Бесселя нулевого порядка, q - поперечное волновое число.

F_m и F_q в (10) в общем случае представляют собой интегралы по объему ступки с произвольной границей и неравномерным распределением плотности зарядов. Следовательно, уравнение (10) представляет собой интегральное уравнение для точного определения формы ступки. Решение данного уравнения не представляется возможным, поэтому ниже приводятся качественные рассуждения, дающие приближенную оценку формы ступков.

Во-первых, зависимость продольной составляющей внешней электромагнитной силы от r задается функцией Бесселя нулевого порядка и при малых радиусах пучка по отношению к диаметру волновода можно принять, что электрическое поле в пределах ступки не зависит от r .

Во-вторых, как видно из рис. 1 и 2, изменение кулоновской силы по радиусу незначительно, в то время как магнитная сила изменяется от нуля на оси до максимума на периферии при $r = R_0$. Следовательно, периферийная часть ступки будет поддаваться сжатию в продольном направлении, в то время как приосевая часть ступки будет испытывать действие только кулоновского расталкивания. Из вышесказанного следует, что ступок примет приближен-

но эллипсоидальную форму.

Очевидно, что изменение формы ступков начинается сразу же после входа пучка в неоднородную часть продольного магнитного поля и заканчивается в однородной области, когда процесс перекачки продольной энергии частиц в азимутальное вращение в основном завершен. Оценим характерное время t , в течение которого происходит изменение формы ступков (полагаем, что периферийная частица сдвигается на $\ell_0/2$). Ясно, что t существенным образом зависит от разности сил на оси и периферии. Предположив, что группирующие силы внешнего электромагнитного поля порядка кулоновских сил на оси ступка (начальные параметры $R_0 = \ell_0 = 1$ см, $\rho = 10^{-8}$ Кл/см³) приближенно получим $t \sim 10^{-9}$ с. Отметим, что t обратно пропорционально продольному магнитному полю и корню квадратному из плотности. Следовательно, форма ступков существенно изменится (на длине волновода ~ 10 см) при плотностях $> 10^{-8}$ Кл/см³ (токи в импульсе > 100 А при $\lambda = 10$ см), $B_0 \sim 0.1$ Т, а при $B_0 \sim 1$ Т $\rho > 10^{-10}$ Кл/см³ (токи > 1 А).

Сжатие периферийной части ступков в продольном магнитном поле можно использовать в сильноточных линейных ускорителях для уменьшения фазовой протяженности ступков, а в конечном счете, и выходного энергетического спектра, если применять полые трубчатые пучки. Можно предложить следующий механизм сжатия электронных ступков. Предварительно сгруппированный пучок проходит через область скачкообразного изменения продольного магнитного поля (касп), где происходит быстрое раскручивание частиц вокруг оси симметрии [7], и в результате этого, сжатие ступков. Обратная трансформация вращательного движения частиц

в продольное производится способом, предложенным в [8] .

Вышеприведенный механизм можно будет применять также в СВЧ приборах для получения плотных электронных ступок с целью повышения к.п.д. и мощности излучения.

В заключение автор выражает благодарность Жилейко Г.И. за полезные обсуждения.

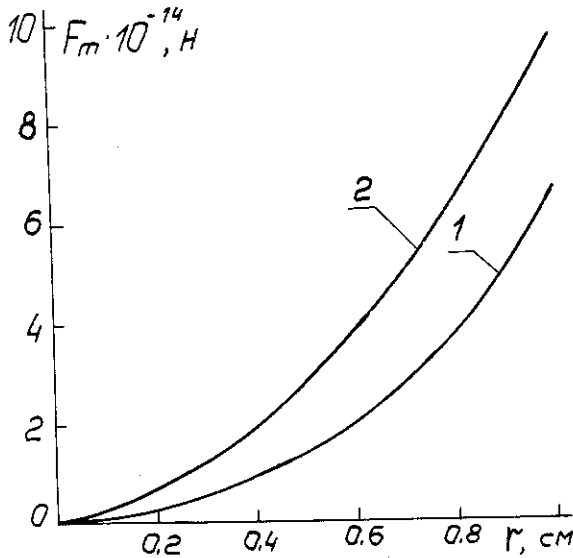


Рис.1 Зависимость F_m от r : 1 - при $l_0 = 1 \text{ см}$;
2 - при $l_0 = 10 \text{ см}$

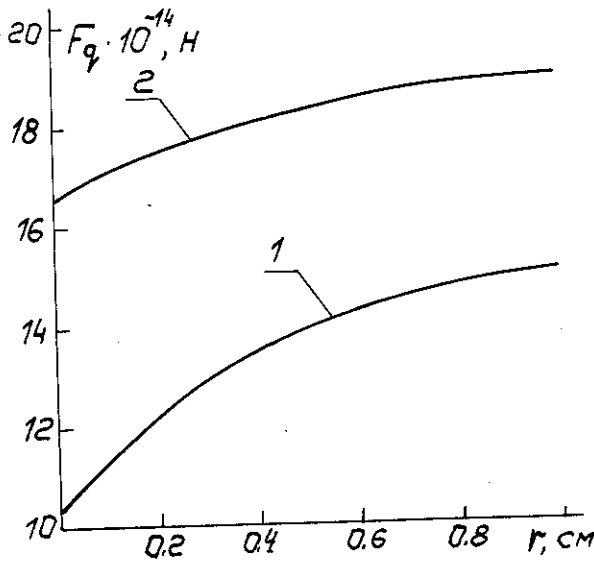


Рис.2 Зависимость F_q от r : 1 - при $l_0 = 1 \text{ см}$;
2 - при $l_0 = 10 \text{ см}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Масунов Э.С., Рашиков В.И. Группировка и самоускорение сильноточного пучка в волноводной замедляющей системе при наличии внешнего магнитного поля. ЖТФ, 1979, т.49, с.1462.
2. Батыгин Ю.В., Гришаев И.А. и др. Радиальное движение частиц интенсивного пучка в переходном режиме работы ЛУЭ. ЖТФ, 1979, т.49, с.345.
3. Азизбемян Г.В., Свешникова Н.Н., Жилейко Г.И. Сравнение аналитических и численных интегрирований фазовых уравнений процесса взаимодействия зарядов. - Труды Московского энергетического института, 1979, вып.433, с.27.
4. Вальднер О.А., Власов А.Д. и др. Линейные ускорители.-М.: Атомиздат, 1969.
5. Молоковский С.И., Сушков А.Д. Интенсивные электронные и ионные пучки.- М.: Энергия, 1972.
6. Жилейко Г.И., Мовсисян Л.М. Ограничение тока в линейных ускорителях из-за продольных сил пространственного заряда.- Атомная энергия, 1970, т.28, с.II.
7. Rhee M.J., Destler W.W. Relativistic electron dynamics in a cusped magnetic field.- The Physics of Fluids, 1974, v.17, p.1574.
8. Jory H.R. et al. Charged particle accelerator apparatus including means for converting a rotating helical beam of charged particles having axial motion into a non-rotating beam.- Unated States patents, 1969, US Cl.315-5, No.3463959.

Рукопись поступила 26 марта 1982 г.

Редактор Л.П.Мукаян
Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ201

ВФ-04341

Тираж 299

Препринт ЕФИ

Формат издания 60:84/16

Подписано к печати 19/УП-83г.0,5уч-изд.л. Ц.7 к.

Издано Отделом научно-технической информации
Ереванского физического института, Ереван 36, Маркьяна 2

индекс 3624