

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

84-1-220
高工研図書室

ВВИ-653(43)-83

Т.Л. АСАТИАНИ, С.В. ТЕР-АНТОНЯН

**УЧЕТ СПЕКТРА ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭНЕРГИИ МОЩНОСТЕЙ
МНОГОСЛОЙНЫМИ УСТАНОВКАМИ**

ԵՐԵՎԱՆ 1983 ԵՐԵՎԱՆ

БДИ-653(43)-83

УДК 539.518.519

Т.Л.АСАТИАНИ, С.В.ТЕР-АНТОНЯН

УЧЕТ СПЕКТРА ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭНЕРГИИ МЮОНОВ
МНОГОСЛОЙНЫМИ УСТАНОВКАМИ

Исследовано влияние апостериорной информации энергетического спектра мюонов на точность оценки энергии мюонов методом многослойных установок. Используется теорема Байеса о связи априорной и апостериорной информации в функциях правдоподобия. Расчеты конкретизированы для ряда известных экспериментальных установок.

Ереванский физический институт

Ереван 1983

EVN-653(43)-83

T.L.ASATIANI, S.V.TER-ANTONIAN

ACCOUNT OF SPECTRUM
IN MUON ENERGY DEFINITION BY MULTILAYER SETUPS

The effect of the a posteriori information on the energy spectra of muons on the accuracy of estimate of muon energy by means of the method of multilayer setups is investigated. The Bayes theorem on the relation of a priori and a posteriori information in likelihood functions is used. The calculations are specified for a number of experimental setups.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1983

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

БФИ-653(43)-83

Т.Л.АСАТИАНИ, С.В.ТЕР-АНТОНЯН

УЧЕТ СПЕКТРА ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭНЕРГИИ МЮОНОВ
МНОГОСЛОЙНЫМИ УСТАНОВКАМИ

Ереван 1983

© *Ереванский физический институт.* 1983г.

Для исследования мюонов космических лучей высоких энергий к настоящему времени широкое распространение получили многоядерные установки, состоящие из большого числа поглотителей, прослоенных ливневыми детекторами [1-5]. При использовании в качестве детекторов широкоазорных искровых камер (искровой калориметр) или пропорциональных камер (пар-метр) можно с логарифмической точностью проводить оценку энергии мюонов по количеству и мощности вторичных электромагнитных ливней, образованных мюонами в слоях поглотителей, в основном, за счет процесса прямого рождения электрон-позитронных пар. Вопросы выбора оптимального метода определения энергии в установках типа искрового калориметра и пар-метра и точность оценки энергии исследованы в ряде работ [3-9]. В данной работе проведено исследование влияния энергетического спектра мюонов космических лучей на величину оценки, полученной методом максимального правдоподобия. Учет апостериорной информации об энергетическом спектре мюонов проведен на основе теоремы Байеса. Расчеты конкретизированы для ряда экспериментальных установок [1-3,5].

I. Известно, что при прохождении высокоэнергичного мюона

через поглотители, если ограничиваться малыми передачами энергий ($\nu \ll m/\mu$, где m, μ - массы электрона и мюона) превалирующим процессом взаимодействия мюона с веществом будет прямое рождение e^+e^- пар в поле ядра, полное сечение которого в случае полного экранирования и данной энергии E мюона аппроксимируется выражением [6]

$$\sigma(E, \epsilon \geq \epsilon_0) \approx B \left\{ \ln(2mE/\mu\epsilon_0) \right\}^2, \quad (1)$$

где ϵ_0 - пороговое значение энергии передачи.

Пусть $P(E, N)$ - априорная вероятность N - кратного взаимодействия мюона энергии E в веществе установки толщиной t рад. ед. длин. Если имеется полная информация о количестве взаимодействий (N) мюона с пороговой энергией передач ϵ_0 (идеализированная установка [6]), то обратную задачу - восстановление энергии мюона можно решить методом максимального правдоподобия, дающего состоятельные, асимптотически нормальные, несмещенные и асимптотически эффективные оценки [10]. Суть метода заключается в максимизации функции правдоподобия $P(E/N)$ по уравнению.

$$\partial L(E/N) / \partial \ln E = \partial \ln P(E/N) / \partial \ln E = 0 \quad (2)$$

Оценка $\ln E'$ энергии $\ln E$ имеет приближенно нормальное распределение со средним значением $\ln E'$ и дисперсией

$$\sigma_{\ln E}^2 \approx -1 / \left(\partial^2 L / \partial E^2 \right)_{E=E'} \quad (3)$$

Однако оценка E' энергии E , получаемая из уравнения правдоподобия (2) в экспериментах с космическими лучами, будет смещенной из-за влияния энергетического спектра мюонов. В настоящее

время известно (апостериорная информация), что дифференциальный спектр мюонов высоких энергий имеет вид:

$$W(E) \approx \partial J(E) / \partial E \sim E^{-\gamma} \quad (4)$$

Основываясь на теореме Байеса [10] можно учесть эту информацию и получить полную апостериорную вероятность наблюдения энергии E при данном значении N .

$$P_0(E/N) = W(E) \cdot P(E/N) / C, \quad (5)$$

где C — константа нормировки, определяемая из

$$\int_{E_0}^{\infty} P_0(E/N) dE = 1, \quad (6)$$

а E_0 — нижний предел энергии мюонов.

Учет энергетического спектра мюонов в функции правдоподобия для получения несмещенной оценки E' энергии E впервые был предложен в работе [1]. Рассмотрим влияние спектра мюонов на точность оценки энергии. Для этой цели определим спектр мюонов с учетом порога регистрации E_0 экспериментальной установкой.

$$\partial J(E) / \partial E \sim E^{-\gamma} u(E - E_0), \quad (7)$$

где

$$u = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 1/\alpha & \text{—} & x = 0 \\ 1 & \text{—} & x > 0 \end{cases}$$

Аппроксимируем ступенчатую функцию $u(x)$ непрерывно дифференцируемой функцией

$$u(x) = \lim_{b \rightarrow \infty} \alpha^{-1} \exp(-bx) \quad (8)$$

Для Арагацкого искрового калориметра можно рекомендовать следующие значения параметров $b = 1(\text{Гэв}^{-1})$, $\alpha = \exp(1) \approx 2.7$.

Пороговое значение энергии E_0 в установках типа искрового калориметра [1-3] определяется углами многократного рассеяния мюонов, известных по широкоазорным искровым камерам. Максимальная энергия, определяемая по рассеянию мюонов для Арагацкого ИК, $E_0 = 8 + 10$ ГэВ.

Вероятность N - кратного взаимодействия мюона энергии E определяется аналогично [6] из пуассоновского распределения

$$P(E|N) = (\hat{\sigma}t)^N \cdot \exp(-\hat{\sigma}t) / N! \quad (9)$$

со средним числом взаимодействий в слое толщиной t : $\langle N \rangle = \hat{\sigma}t$, где $\hat{\sigma} = \hat{\sigma}(E, \varepsilon \geq \varepsilon_0)$ - полное сечение взаимодействия мюона с передачей вторичным частицам ($\gamma, e, e^+, e^-, \pi^0$) энергии $\varepsilon \geq \varepsilon_0$. Функция правдоподобия с учетом (7-9) имеет вид

$$L_0 = \ln P_0(E|N) = N \ln \hat{\sigma} - \hat{\sigma}t - \omega, \quad (10)$$

где $\omega = \gamma \ln E - \exp[-b(E - E_0)]$

Заменяя переменную $\ln E \equiv x$, имеем уравнение правдоподобия

$$\frac{\partial L_0}{\partial x} = \frac{d\hat{\sigma}}{dx} \left(\frac{N}{\hat{\sigma}} - t \right) - \frac{\partial \omega}{\partial x} \quad (11)$$

Вторая производная функции правдоподобия соответственно равна

$$\frac{\partial^2 L_0}{\partial x^2} = \frac{N}{\hat{\sigma}^2} \left(\frac{d\hat{\sigma}}{dx} \right)^2 + \frac{d^2 \hat{\sigma}}{dx^2} \left(\frac{N}{\hat{\sigma}} - t \right) - \frac{d^2 \omega}{dx^2}. \quad (12)$$

Подставляя в (11) и (12) приближение полного экранирования (1) с учетом уравнения правдоподобия (11) после несложных преобразований получим

$$\frac{\partial^2 L_0}{\partial x^2} = \frac{-B}{\sqrt{B\hat{\sigma}}} \left\{ -\gamma + bE \exp[-b(E - E_0)] \right\} - 4Bt + b \exp[-b(E - E_0)] (1 - bE) \quad (13)$$

Без учета априорной информации об энергетическом спектре мюонов ($\gamma = 0$, $\alpha = 1$) из (13) имеем

$$\sigma_{E_n E}^2 \approx -1 / \frac{\partial^2 L}{\partial \ln E^2} = 1 / (Bt4), \quad (14)$$

что совпадает с результатом [6].

Влияние спектра мюонов на точность оценки определим из соотношения

$$\frac{\sigma_{\gamma=0}}{\sigma_{\gamma \neq 0}^2} \frac{\partial^2 L_0 / \partial x^2}{\partial^2 L / \partial x^2} = \left(\frac{\delta_1}{\delta_2} \right)^2 = \delta^2. \quad (15)$$

Из (13) и (14) с учетом $bE \gg 1$ имеем $\delta^2 \approx 1 + \Delta / (2t)$, где

$$\Delta = \frac{1}{2B} \left\{ \frac{\gamma}{\ln(2mE/\mu\epsilon_0)} + E b \exp[-b(E-E_0)] \right\}. \quad (16)$$

Из (16) можно сделать следующие заключения:

1. Апостериорная информация о спектре и энергетическом пороге установки уменьшает дисперсию оценки энергии.
2. Вклад поправки (16) обратно пропорционален толщине установки и существенен для работ [1-3, 5].
3. Поправка зависит от E/ϵ_0 и при сверхвысоких энергиях ($E \gg E_0$) не существенна.

На рис. 1 приведены функции правдоподобия (10) для идеализированных установок с толщиной вещества (свинец) ~ 1500 г/см² (пар-метр планируемого эксперимента АНИ) и 500 г/см² (Арагацкий искровой калориметр) с учетом и без учета энергетического спектра. Наиболее правдоподобное значение энергии мюона фиксировано $\ln(E/1 \text{ ГэВ}) = 6$. Пороговое значение энергии мюона и энергии передача соответственно равны $E \geq E_0 = 10$ ГэВ, $\epsilon \geq \epsilon_0 =$

= 1 ГэВ. Расчеты проведены на ЭВМ БЭСМ-6 с учетом всех типов взаимодействий мюонов (рассеяние на электронах, прямое рождение e^+e^- пар, тормозное излучение, рождение адронов мюонами). Соответствующие сечения процессов выбирались аналогично [7, II].

На рис. 2 приведены значения δ в зависимости от полной толщины установки для различных энергий мюонов ($\ln(E/1 \text{ ГэВ}) = 4,5; 6,0; 7,5$) при $\epsilon_0 = 0,1 \text{ ГэВ}$, $E_0 = 10 \text{ ГэВ}$. Расчетные точки получены численным дифференцированием согласно (12) и решением уравнения правдоподобия (II). Точность указанных процедур составляет $20 \div 30\%$ и обуславливается в основном "некорректностью" численного дифференцирования. Из рис. 2 видно, что значенные поправки δ^2 хорошо согласуется с зависимостью $\delta^2 \sim 1 + \alpha/t$, где $\alpha [e/cm^2] \approx 514 / \ln(0,1 \cdot E / \epsilon_0)$.

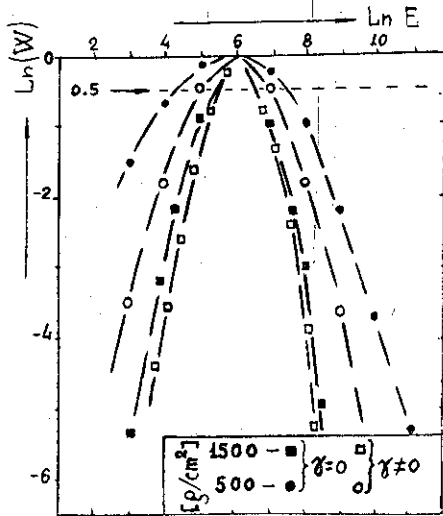


Рис.1 Функции правдоподобия для идеализированных установок с учетом ($\chi \neq 0$) и без учета ($\chi = 0$) апостериорной информации.

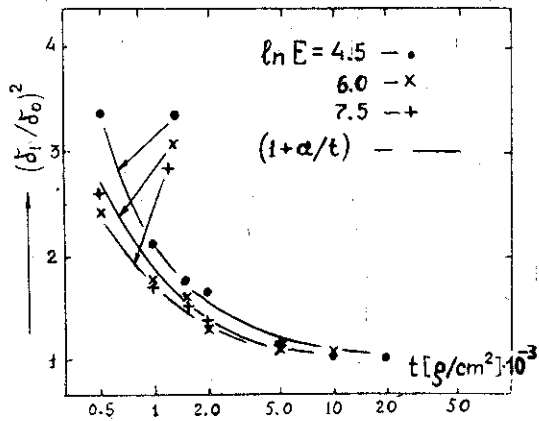


Рис.2 Зависимость δ^2 от толщины установки t при различных энергиях мюонов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бибилашвили М.Ф. Исследование механизмов формирования групп проникающих частиц методом искрового калориметра. Изв.АН СССР, сер.физ. 1972, т.36, с.1767-1770.
2. Асатиани Т.Л., Тер-Антонян С.В. Исследование мюонов горизонтального потока космических лучей методом искрового калориметра. Изв.АН Арм.ССР. Физика, 1980, т.15, № 3, с.174-185.
3. Астафьев В.А., Грушинский А.И., Лютов Ю.Г. и др. Многоуровневый детектор экспериментальных каскадов для исследования энергий мюонов. Изв.АН Арм.ССР, Физика, 1980, т.15, с.345-360.
4. Muraki Y., Ohashi Y., Okada A. et al. Measurement of the High Energy Muon Spectrum by Pait-Member. Proc. 16-th ICRC Kyoto, 1979, vol.10, p.19-23.
5. Данилова Т.В., Дунаевский А.М., Ерышкин А.Д. и др. Проект эксперимента по исследованию взаимодействий адронов в области энергий $10^3 - 10^5$ ТэВ (эксперимент АНИ) Изв.АН Арм.ССР, Физика, 1982, т.17, вып.3-4, с.129-232.
6. Kokoulin R.P., Petrukhin A.A. Muon Energy Measurement in Thick Layers of Mater. Proc. 17-th I.C.R.C. Paris, 1981, vol.10, p.382-385.
7. Тер-Антонян С.В. Исследование методом искрового калориметра процессов взаимодействий мюонов на ядрах свинца и группы мюонов под большими зенитными углами. Автореферат дисс. канд.физ-мат. наук Ереван, Изд.ЕФИ, 1982, с.22.

8. Барнавели Т.Т., Халдеева И.В., Эристави Н.А. Методика определения средней энергии проникающих частиц в многослойных детекторах. Препринт ИФ АН СССР ВЭ-7, 1982, с.14.
9. Chilingarian A.A., Ter-Antonian S.V. On the Possibility of Improving the Multi-Layered Detector Energy Resolution,
- Ю. Худсон Д. Статистика для физиков М.: Мир, 1967, с.242.
- II. Асатяни Т.Д., Тер-Антонян С.В. Моделирование прохождения мюонов через Арагацкий искровой калориметр. Препринт ВФИ-469(II)-81, Ереван, 1981.

Рукопись поступила 8 апреля 1983 г.

Редактор Л.П.Мукаян
Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 25I

ВФ- 0600I

Тираж 250

Препринт ЕФИ

Формат изделия 60x84/16

Подписано к печати 22/УШ-83г. 0,6 уч.-изд.л. Ц. 9 к.

Издано Отделом научно-технической информации
Ереванского физического института , Ереван 36 ,Маркаряна 2

индекс 3624