

ԵՐԵՎԱՆԻ ԶՐԶՐԿԱՅՐ ԲՆՍՏՐՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ԳԻՏԱԿԱՆ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄ ՆԱՍԿՈՒՆԵ ՏՈՒՇԱԿԱՆ

ЕФИ 68—(74)

Ю.Г.Шахназарян

Կ ԱՆԱԼԻԶՍ ՍՐՈՇԵՏՏԱ γ -Ն-Ա, Ն
Տ ՍՈԼՅԱՐԻԶՈՎԱՆՆԱԿԱՆ γ — ԿՎԱՆՏԱԿԱՆ

ԱՐՄՍ
ԵՐԵՎԱՆ 1974



ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Научное сообщение ЕФИ -68 (74)

Ю.Г. Шахназарян

К АНАЛИЗУ ПРОЦЕССА $\gamma N \rightarrow A, N$
С ПОЛЯРИЗОВАНЫМИ γ -КВАНТАМИ

ЕРЕВАН 1974

Ереванский Физический
ИНСТИТУТ
За препр. тов.

Ю. Г. ШАХНАЗАРЯН

К АНАЛИЗУ ПРОЦЕССА $\gamma N \rightarrow A_1 N$ С ПОЛЯРИЗОВАННЫМИ γ -КВАНТАМИ

В работе проведено общее рассмотрение фотообразования A_1 -мезонов на нуклонах поляризованными γ -квантами. Получены формулы для анализа углового распределения продуктов распада $A_1 \rightarrow 3\pi$ в терминах элементов матрицы плотности ρ^{λ_1} . Показано, что все элементы можно разбить на части, соответствующие обменам с натуральной и ненатуральной четностью в t -канале.

Ереванский физический институт

Ереван 1974

Yu. G. SHAKHNASARYAN

TO THE ANALYSIS OF THE PROCESS $\gamma N \rightarrow A_1 N$ WITH POLARIZED γ -QUANTA

This work is concerned with the general consideration of the photoproduction of A_1 -mesons on nucleons with polarized γ -quanta. The formulae for the analysis of the angular distribution of $A_1 \rightarrow 3\pi$ decay products are given in terms of density matrix elements ρ^{λ_1} . It is shown, that one could divide all the elements into parts, corresponding to t -channel natural and unnatural parity exchange.

Yerevan Physics Institute

Yerevan, 1974

© Ереванский физический институт, 1974

I. Наша цель - исследовать, какую информацию об образовании A_1 -мезона в реакции



можно получить в случае поляризованных γ -квантов, изучая угловое распределение распада



Пусть k , q , p_1 и p_2 - 4-импульсы соответственно фотона, A_1 -мезона, начального и конечного нуклонов и плоскость реакции является плоскость XZ . Мы будем пользоваться спиральным представлением Джакоба и Вика [1]. Если записать амплитуду процесса (1) с заданными спиральностями участвующих частиц в виде

$$\langle \lambda, \lambda_2 | S | \lambda_\gamma, \lambda_1 \rangle = -i (2\pi)^4 (16 \kappa_0 \omega E_1 E_2)^{-1/2} \langle \lambda, \lambda_2 | T | \lambda_\gamma, \lambda_1 \rangle \delta(\kappa + p_1 - q - p_2),$$

то в с.ц.м. дифференциальное сечение будет

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{N}{32\pi(s - m_{N_1}^2)^2}, \quad (3)$$

где

$$N = \frac{1}{2} \sum_{\lambda_\gamma, \lambda_1, \lambda, \lambda_2} |\langle \lambda, \lambda_2 | T | \lambda_\gamma, \lambda_1 \rangle|^2. \quad (4)$$

Для описания поляризационного состояния образующегося A_1 -

мезона введем матрицу плотности $\rho(A_1)$, которая связана с матрицей плотности фотона $\rho(\gamma)$ следующим образом:

$$\langle \lambda' | \rho(A_1) | \lambda \rangle = \frac{1}{N} \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \langle \lambda', \lambda_2 | T | \lambda_1, \lambda_2 \rangle \times \langle \lambda_1, \lambda_2 | \rho(\gamma) | \lambda \rangle \quad (5)$$

Матрица плотности фотона имеет хорошо известный вид

$$\rho(\gamma) = \frac{1}{2} (I + \vec{\zeta} \vec{b}), \quad (6)$$

где b_i - матрицы Паули, а вектор $\vec{\zeta}$ определяет тип поляризации и степень ее ($0 \leq \zeta \leq 1$). Для циркулярно поляризованных фотонов с $\lambda_\gamma = \pm 1$

$$\vec{\zeta} = \zeta (0, 0, \pm 1), \quad (7)$$

а для линейно поляризованных фотонов с вектором поляризации \vec{E}_γ , образующим угол Φ с плоскостью реакции,

$$\vec{\zeta} = \zeta (-\cos 2\Phi, -\sin 2\Phi, 0). \quad (8)$$

2. При изучении распада (2) образующегося в реакции (1)

A_1 -мезона мы будем пользоваться спиральной системой отсчета, ось Z которой направлена против импульса конечного нуклона в системе покоя A_1 -мезона (т.е. вдоль импульса A_1 -мезона в о.ц.м.), а ось Y - вдоль нормали к плоскости реакции, определяемой вектором $\vec{k} \times \vec{q}$.

Как известно (см., напр., [2]), система трех частиц описывается пятью независимыми параметрами. Обозначим 4-импульсы образующихся при распаде A_1 -мезона пионов через q_i ($i = 1, 2, 3$). Если учесть, что в системе покоя A_1 -мезона взаимная ориентация импульсов π -мезонов в плоскости распада однозначно определяет

ся энергией двух из них, так как при этом относительный угол между любой парой пионов фиксирован соотношением

$$\cos \theta_{ij} = \frac{1}{2|q_i||q_j|} [(M_A - \omega_i - \omega_j)^2 - \vec{q}_i^2 - \vec{q}_j^2 - \mu_\pi^2],$$

то в набор независимых параметров можно включить энергии двух π -мезонов, для конкретности, ω_1 и ω_2 , область изменения которых определяется диаграммой Далица. В качестве оставшихся трех переменных, характеризующих распад, можно взять углы Эйлера α , β и γ , определяющие ориентацию плоскости распада в пространстве. Исходным ($\alpha = \beta = \gamma = 0$) будем считать положение, когда нормаль к плоскости распада $\vec{n} = \vec{q}_1 \times \vec{q}_2$ направлена вдоль оси Z , а один из импульсов пионов, например, q_1 лежит вдоль оси X . Тогда γ есть угол поворота вокруг оси Z , а углы α и β представляют собой соответственно азимутальный и полярный углы нормали \vec{n} [3]. Таким образом, состояние трех π -мезонов можно характеризовать набором квантовых чисел $\{\omega_1, \omega_2; \alpha, \beta, \gamma\}$.

Так как рассматривается распад частицы, имеющей определенную спин, удобнее пользоваться другим набором, в число которых входит полный момент количества движения J . Такое представление хорошо известно [4] и оно выражается через $\{\omega_1, \omega_2; \alpha, \beta, \gamma\}$ следующим образом:

$$|\omega_1, \omega_2, J, M, m\rangle = N_J \int d\alpha d\beta d\gamma D_{Mm}^{J\alpha}(\alpha, \beta, \gamma) |\omega_1, \omega_2; \alpha, \beta, \gamma\rangle, \quad (9)$$

где M и m - соответственно проекции полного момента количества движения на ось Z и нормаль к плоскости распада, $N_J = \frac{1}{2\pi} (J + \frac{1}{2})!$. Из выражения (9) для функции преобразования от одного представления к другому получаем

$$\langle \omega_1, \omega_2, \alpha, \beta, \gamma | \omega_1, \omega_2, J, M, m \rangle = N_J D_{Mm}^{J\alpha}(\alpha, \beta, \gamma) \quad (10)$$

Перейдем теперь к нахождению углового распределения нормали к плоскости распада (2). В этом пункте мы будем, в основном, следовать работе [3]. Пусть $\langle \omega_1, \omega_2; \varphi, \theta, \gamma | U | S, \lambda \rangle$ есть амплитуда распада (2) покоящегося A_1 -мезона с проекцией спина λ на ось \tilde{x} , которая при принятом выборе оси \tilde{x} совпадает со спиральностью образующегося в реакции (1) A_1 -мезона (далее мы будем пользоваться более привычными обозначениями для азимутального и полярного углов $\varphi \equiv \alpha$ и $\theta \equiv \beta$). Тогда для углового распределения нормали к плоскости распада $\tilde{n}(\theta, \varphi)$ можно записать

$$W(\theta, \varphi) = \int d\omega_1 d\omega_2 d\gamma \langle \omega_1, \omega_2; \varphi, \theta, \gamma | U \rho(A_1) U^\dagger | \omega_1, \omega_2; \varphi, \theta, \gamma \rangle.$$

Переходя с помощью (10) к представлению (9) и записав амплитуду распада в этом представлении в виде

$$\langle \omega_1, \omega_2; J, M, m | U | S, \lambda \rangle = F_m(\omega_1, \omega_2) \delta_{JS} \delta_{M\lambda},$$

для углового распределения получим

$$W(\theta, \varphi) = \frac{3}{8\pi^2} \sum_{\lambda' \lambda m' m} \int d\omega_1 d\omega_2 d\gamma D_{\lambda' m'}^{i \lambda'}(\varphi \theta \gamma) D_{\lambda m}^i(\varphi \theta \gamma) \times \\ \times \langle \lambda' | \rho(A_1) | \lambda \rangle F_{m'}(\omega_1, \omega_2) F_m^*(\omega_1, \omega_2).$$

Используем теперь явный вид функции $D_{\lambda m}^J(\varphi \theta \gamma) = e^{-i\lambda\varphi} d_{\lambda m}^J(\theta) e^{-im\gamma}$ и выполним интегрирование по γ . В результате угловое распределение нормали примет вид

$$W(\theta, \varphi) = \frac{3}{4\pi} \sum_{\lambda' \lambda m} \langle \lambda' | \rho(A_1) | \lambda \rangle d_{\lambda' m}^i(\theta) d_{\lambda m}^i(\theta) e^{i(\lambda'-\lambda)\varphi} |R_m|^2, \quad (11)$$

где

$$|R_m|^2 = \int d\omega_1 d\omega_2 |F_m(\omega_1, \omega_2)|^2. \quad (12)$$

Обозначив $\rho_{\lambda' \lambda} = \langle \lambda' | \rho(A_1) | \lambda \rangle$ и воспользовавшись условием эрми-

товости $\rho_{\lambda' \lambda} = \rho_{\lambda \lambda'}^*$, из выражения (11) получим

$$W(\theta, \varphi) = \frac{3}{4\pi} \sum_{\lambda' \lambda m} \left\{ \cos[(\lambda' - \lambda)\varphi] \operatorname{Re} \rho_{\lambda' \lambda} - \right. \\ \left. - \sin[(\lambda' - \lambda)\varphi] \operatorname{Im} \rho_{\lambda' \lambda} \right\} d_{\lambda' m}^i(\theta) d_{\lambda m}^i(\theta) |R_m|^2. \quad (13)$$

До сих пор мы учитывали только спин распадающейся частицы и не рассматривали ее четность. Поэтому в выражение (11), связывающее угловое распределение нормали к плоскости распада с элементами матрицы плотности распадающейся частицы, входит максимальное при данном спине $S=1$ число неизвестных параметров R_m ($m=0, \pm 1$). Учет сохранения четности приводит к уменьшению этого числа.

Используя результат воздействия оператора четности на трехпионное состояние [3]

$$P | \omega_1, \omega_2; J, M, m \rangle = (-1)^{m+1} | \omega_1, \omega_2; J, M, m \rangle$$

и предполагая сохранение четности в процессе распада, найдем следующее соотношение между внутренней четностью η распадающейся частицы и квантовым числом m

$$\eta = (-1)^{m+1}.$$

Отсюда непосредственно следует хорошо известный результат, что распад частицы со спином-четностью 1^- на три пиона ($\omega \rightarrow 3\pi$) описывается одним параметром (R_0), а распад частицы 1^+ ($A_1 \rightarrow 3\pi$) — двумя независимыми параметрами (R_1 и R_{-1}).

Выпишем теперь явный вид углового распределения нормали к плоскости распада (2). Перейдя от параметров $|R_1|^2$ и $|R_{-1}|^2$ к их линейным комбинациям

$$R^\pm = \frac{1}{2} (|R_1|^2 \pm |R_{-1}|^2), \quad (14)$$

для углового распределения получим [3]

$$\begin{aligned}
 W(\theta, \varphi) = & \frac{3}{4\pi} \left\{ \left[\frac{1}{2}(1 + \cos^2\theta)(\rho_{11} + \rho_{-1-1}) + \sin^2\theta \rho_{00} \right. \right. \\
 & + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\theta (\cos \varphi (Re \rho_{10} - Re \rho_{-10}) - \sin \varphi (Im \rho_{10} + Im \rho_{-10})) + \\
 & + \sin^2\theta (\cos 2\varphi Re \rho_{2-2} - \sin 2\varphi Im \rho_{2-2}) \left. \right] R^+ + [\cos \theta (\rho_{11} - \rho_{-1-1}) + \\
 & + \sqrt{2} \sin \theta (\cos \varphi (Re \rho_{10} + Re \rho_{-10}) - \sin \varphi (Im \rho_{10} - Im \rho_{-10})) \left. \right] R^- \left. \right\}. \quad (15)
 \end{aligned}$$

Заметим, что угловое распределение распадов $\rho \rightarrow 2\pi$ и $\omega \rightarrow 3\pi$ определяется только теми комбинациями элементов матрицы плотности $\rho_{\lambda'\lambda}$, которые входят в коэффициент при R^+ в выражении (15). Поэтому экспериментальное изучение распада векторных мезонов позволяет найти лишь определенные комбинации матричных элементов, а не каждый в отдельности. Изучение распада $A_1 \rightarrow 3\pi$ позволяет в принципе полностью определить матрицу плотности A_1 -мезона.

Если учесть, что для полного описания поляризационного состояния векторной частицы необходимо знать 4-вектор поляризации a_μ и тензор $D_{\mu\nu}$, характеризующий выстроенность, которые можно представить в виде

$$\begin{aligned}
 a_\mu &= -\frac{1}{2M} \epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} q_\alpha \sum_{\lambda'\lambda} \epsilon_\alpha^{(\lambda')}(\vec{q}) \epsilon_\beta^{(\lambda)*}(\vec{q}) [\rho_{\lambda'\lambda} - (-1)^{\lambda'+\lambda} \rho_{-\lambda-\lambda'}], \\
 D_{\mu\nu} &= \frac{2}{3} (\delta_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M^2}) - \sum_{\lambda'\lambda} \epsilon_\mu^{(\lambda')}(\vec{q}) \epsilon_\nu^{(\lambda)*}(\vec{q}) [\rho_{\lambda'\lambda} + (-1)^{\lambda'+\lambda} \rho_{-\lambda-\lambda'}],
 \end{aligned}$$

то нетрудно видеть, что на основе изучения, например, распада $\omega \rightarrow 3\pi$ можно найти только выстроенность $D_{\mu\nu}$ для ω -мезона, тогда как в случае распада $A_1 \rightarrow 3\pi$ можно найти как выстроенность, так и вектор поляризации a_μ A_1 -мезона, который полностью определяется комбинациями элементов $\rho_{\lambda'\lambda}$, входящими в коэффициент при R^- в выражении (15). Проведенное рассмотрение справедливо в случае, когда сами величины R^+ и R^- отличны от нуля.

Так как почти во всех возможных распадах $A_1 \rightarrow 3\pi$ (за исключением $A_1^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$) имеются тождественные пионы, необходимо учесть ограничения, к которым приводит этот факт. Если считать тождественными пионы, энергии ω_1 и ω_2 которых входили в полный набор квантовых чисел, то, как показано в работе [3], тождественность частиц приводит к следующему соотношению между исходными амплитудами $F_m(\omega_1, \omega_2)$:

$$|F_1(\omega_1, \omega_2)|^2 = |F_1(\omega_2, \omega_1)|^2.$$

Поэтому если в (12) интегрирование проводить по всей диаграмме Далица, то согласно (14) получим $R^- = 0$. С целью полного определения матрицы плотности интегрирование в (12) надо проводить отдельно для области $\omega_1 > \omega_2$ и отдельно для $\omega_1 < \omega_2$ (подробнее об этом см. [2, 3]).

3. В разделе 2 распад (2) изучался безотносительно процесса, в котором образовался A_1 -мезон. Учтем теперь, что мы рассматриваем фоторождение A_1 -мезона поляризованными фотонами. Наше рассмотрение аналогично проведенному в работе [5] для образования векторных мезонов. Беря матрицу плотности фотона (6) и представив матрицу плотности A_1 -мезона в виде

$$\rho(A_1) = \rho^0 + \sum_{i=1}^3 \xi_i \rho^i, \quad (16)$$

на основании (5) получим

$$\begin{aligned}
 \rho_{\lambda'\lambda}^0 &= \frac{1}{2N} \sum_{\lambda_1\lambda_2} \langle \lambda', \lambda_2 | T | \lambda_1, \lambda_1 \rangle \langle \lambda, \lambda_2 | T | \lambda_1, \lambda_1 \rangle^*, \\
 \rho_{\lambda'\lambda}^1 &= \frac{1}{2N} \sum_{\lambda_1\lambda_2} \langle \lambda', \lambda_2 | T | -\lambda_1, \lambda_1 \rangle \langle \lambda, \lambda_2 | T | \lambda_1, \lambda_1 \rangle^*, \\
 \rho_{\lambda'\lambda}^2 &= \frac{1}{2N} \sum_{\lambda_1\lambda_2} \lambda_1 \langle \lambda', \lambda_2 | T | -\lambda_1, \lambda_1 \rangle \langle \lambda, \lambda_2 | T | \lambda_1, \lambda_1 \rangle^*,
 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\rho_{\lambda'\lambda}^3 = \frac{1}{2N} \sum_{\lambda_2 \lambda_1 \lambda_2} \lambda_2 \langle \lambda', \lambda_2 | T | \lambda_2, \lambda_1 \rangle \langle \lambda, \lambda_2 | T | \lambda_2, \lambda_1 \rangle^*$$

Используем, наконец, сохранение четности в процессе (I). При принятом выборе системы координат оно приводит к соотношению

$$\langle -\lambda, -\lambda_2 | T | -\lambda_2, -\lambda_1 \rangle = -(-1)^{(\lambda-\lambda_2)-(\lambda_2-\lambda_1)} \langle \lambda, \lambda_2 | T | \lambda_2, \lambda_1 \rangle, \quad (18)$$

применение которого в (I7) устанавливает связь между элементами матрицы плотности с противоположными спиральностями

$$\begin{aligned} \rho_{\lambda'\lambda}^{0,1} &= (-1)^{\lambda'-\lambda} \rho_{-\lambda'\lambda}^{0,1}, \\ \rho_{\lambda'\lambda}^{2,3} &= -(-1)^{\lambda'-\lambda} \rho_{-\lambda'\lambda}^{2,3}. \end{aligned} \quad (19)$$

Подставим теперь (I6) в (I5) и запишем угловое распределение в виде

$$W(\theta, \varphi, \rho(\gamma)) = W^0(\theta, \varphi) + \sum_{i=1}^3 \zeta_i W^i(\theta, \varphi). \quad (20)$$

Используя (I9) и эрмитовость матриц (I7), следующую из их определения, найдем

$$\begin{aligned} W^{0,1} &= \frac{3}{4\pi} \left\{ [(1+\cos^2\theta)\rho_{11}^{0,1} + \sin^2\theta\rho_{00}^{0,1} + \sqrt{2}\sin 2\theta\cos\varphi\operatorname{Re}\rho_{10}^{0,1} + \right. \\ &\quad \left. + \sin^2\theta\cos 2\varphi\rho_{1-1}^{0,1}] R^+ - 2\sqrt{2}\sin\theta\sin\varphi\operatorname{Im}\rho_{10}^{0,1} R^- \right\}, \quad (21) \\ W^{2,3} &= \frac{3}{4\pi} \left\{ -[\sqrt{2}\sin 2\theta\sin\varphi\operatorname{Im}\rho_{10}^{2,3} + \sin^2\theta\sin 2\varphi\operatorname{Im}\rho_{1-1}^{2,3}] R^+ + \right. \\ &\quad \left. + 2[\cos\theta\rho_{11}^{2,3} + \sqrt{2}\sin\theta\cos\varphi\operatorname{Re}\rho_{10}^{2,3}] R^- \right\}, \end{aligned}$$

где элементы $\rho_{11}^{0,1}$, $\rho_{00}^{0,1}$ и $\rho_{1-1}^{0,1}$ — вещественные, а $\rho_{1-1}^{2,3}$ — мнимые, и, кроме того, имеет место $\operatorname{Sp} \rho^0 = 2\rho_{11}^0 + \rho_{00}^0 = 1$.

- 10 -

В случае неполяризованных фотонов угловое распределение нормализовано имеет вид

$$W^{\text{норм}}(\theta, \varphi) = W^0(\theta, \varphi). \quad (22)$$

Для циркулярно поляризованных фотонов со спиральностью $\lambda_2 = \pm 1$ согласно (7) и (20) имеем

$$W^{\pm}(\theta, \varphi) = W^0(\theta, \varphi) \pm \zeta W^3(\theta, \varphi). \quad (23)$$

И, наконец, в случае линейно поляризованных фотонов с помощью (8) получаем

$$W^L(\theta, \varphi, \Phi) = W^0(\theta, \varphi) - \zeta \cos 2\Phi W^1(\theta, \varphi) - \zeta \sin 2\Phi W^2(\theta, \varphi). \quad (24)$$

4. Покажем теперь, что как и для процесса фотообразования векторных мезонов, эксперименты с линейно поляризованными фотонами в случае A_1 -образования также позволяют получить информацию о вкладе обменов с натуральной и ненатуральной четностью в t -канале.

Разбив спиральные амплитуды процесса (I) на части, соответствующие указанным обменам,

$$\langle \lambda, \lambda_2 | T | \lambda_2, \lambda_1 \rangle = \langle \lambda, \lambda_2 | T^{(N)} | \lambda_2, \lambda_1 \rangle + \langle \lambda, \lambda_2 | T^{(U)} | \lambda_2, \lambda_1 \rangle \quad (25)$$

и используя результат работы [6] о том, что в главном порядке по энергии γ -кванта имеет место связь

$$\langle -\lambda, \lambda_2 | T^{(U)} | -\lambda_2, \lambda_1 \rangle = \pm (-1)^\lambda \langle \lambda, \lambda_2 | T^{(N)} | \lambda_2, \lambda_1 \rangle, \quad (26)$$

можно записать

$$\langle \lambda, \lambda_2 | T^{(U)} | \lambda_2, \lambda_1 \rangle = \frac{1}{2} [\langle \lambda, \lambda_2 | T | \lambda_2, \lambda_1 \rangle \pm (-1)^\lambda \langle -\lambda, \lambda_2 | T | -\lambda_2, \lambda_1 \rangle]. \quad (27)$$

- 11 -

Если теперь подставить (25) в определения (17) для ρ^α и учесть, что в силу (19) интерференционных членов между амплитудами, соответствующими обменов с натуральной и ненатуральной четностью, не возникает, то матрицу ρ^α можно представить в виде

$$\rho^\alpha = \rho^{\alpha(N)} + \rho^{\alpha(U)} \quad (\alpha = 0, 1, 2, 3), \quad (28)$$

где $\rho^{\alpha(N)}$ получаются из (17) заменой $T \rightarrow T^{(N)}$. Из определения последних с использованием (26) нетрудно найти следующие выражения:

$$\begin{aligned} \rho_{\lambda'\lambda}^{0(N)} &= \frac{1}{2} [\rho_{\lambda'\lambda}^0 \pm (-1)^\lambda \rho_{\lambda'-\lambda}^1], \\ \rho_{\lambda'\lambda}^{1(N)} &= \frac{1}{2} [\rho_{\lambda'\lambda}^1 \pm (-1)^\lambda \rho_{\lambda'-\lambda}^0], \\ \rho_{\lambda'\lambda}^{2(N)} &= \frac{1}{2} [\rho_{\lambda'\lambda}^2 \mp i(-1)^\lambda \rho_{\lambda'-\lambda}^3], \\ \rho_{\lambda'\lambda}^{3(N)} &= \frac{1}{2} [\rho_{\lambda'\lambda}^3 \pm i(-1)^\lambda \rho_{\lambda'-\lambda}^2], \end{aligned} \quad (29)$$

которые показывают, что все элементы матриц ρ^α можно разделить на части, соответствующие обменов с натуральной и ненатуральной четностью.

Рассмотрим конкретные ориентации плоскости распада относительно плоскости реакции и покажем, что эксперименты с линейно поляризованными фотонами позволяют непосредственно измерить некоторые комбинации элементов матрицы ρ^0 , соответствующих обменов с натуральной и ненатуральной четностью.

Возьмем сначала случай, когда нормаль к плоскости распада определяется углами $\theta = \varphi = \frac{\pi}{2}$, т.е. плоскости реакции и распада совпадают. Прежде всего учтем, что в отличие от распада $\omega \rightarrow 3\pi$, в котором вектор поляризации ω -мезона ориентирован вдоль нормали к плоскости распада, вектор поляризации A_1 -мезона в распаде $A_1 \rightarrow$

$\rightarrow 3\pi$ лежит в плоскости распада. Поэтому в рассматриваемом случае $\theta = \varphi = \frac{\pi}{2}$ угловое распределение $W(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \varphi)$ выражается через амплитуды процесса (I), соответствующие состояниям A_1 -мезона со спиральностью $\lambda = 0$ ($\vec{E}_{A_1}^{(0)}$) и линейной комбинацией спиральностей $\lambda = \pm 1$

$$\vec{E}_{A_1}^{(11)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{E}_{A_1}^{(-1)} - \vec{E}_{A_1}^{(1)})$$

(ориентация соответствующих векторов поляризации A_1 -мезона, образующих полную ортонормированную систему, относительно плоскости реакции приведена на рис. I).

Возьмем линейно поляризованные фотоны с вектором поляризации \vec{E}_γ , лежащим в плоскости реакции ($\Phi = 0$) и перпендикулярным к ней ($\Phi = \frac{\pi}{2}$), и вычислим комбинации

$$A_1^{(11,1)} = (\gamma \mp 1) W^L(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) + (\gamma \pm 1) W^L(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, 0)$$

Используя определения (II) и (5), нетрудно найти, что

$$\begin{aligned} A_1^{(11,1)} &= \frac{3\gamma}{2\pi N} [64\pi(s-m_{N_1}^2)^2 \sigma_1^{(11,1)} R^+ - \\ &- 2 \sum_{\lambda_1 \lambda_2} \gamma_m (\langle 0, \lambda_2 | T | \perp, \lambda_1 \rangle \langle 11, \lambda_2 | T | \perp, \lambda_1 \rangle^*) R^-], \end{aligned} \quad (30)$$

где

$$\sigma_1^{(11,1)} = \frac{1}{64\pi(s-m_{N_1}^2)^2} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} (|\langle 0, \lambda_2 | T | \perp, \lambda_1 \rangle|^2 + |\langle 11, \lambda_2 | T | \perp, \lambda_1 \rangle|^2) \quad (31)$$

т.е. $A_1^{(11)}$ выражается через амплитуды с вектором поляризации фотона, лежащим в плоскости реакции, а $A_1^{(1)}$ - через амплитуды с \vec{E}_γ , перпендикулярным к плоскости реакции.

С другой стороны, на основе (2I) и (24), а также (29), указанные комбинации можно выразить через элементы матрицы плотности ρ^0

$$A_1^{(11,1)} = \frac{3\gamma}{\pi} [(\rho_{00}^{0(U,N)} + \rho_{11}^{0(U,N)} - \rho_{1-1}^{0(U,N)}) R^+ - 2\sqrt{2} \gamma_m \rho_{10}^{0(U,N)} R^-]. \quad (32)$$

Из сравнения (30) и (32) для отношения определяемых согласно (31) сечений получаем

$$\frac{\sigma_1^{(II)}}{\sigma_1^{(I)}} = \frac{\rho_{00}^{o(U)} + \rho_{11}^{o(U)} - \rho_{1-1}^{o(U)}}{\rho_{00}^{o(N)} + \rho_{11}^{o(N)} - \rho_{1-1}^{o(N)}}$$

а соответствующая асимметрия есть

$$\Sigma_1 = \frac{\sigma_1^{(I)} - \sigma_1^{(II)}}{\sigma_1^{(I)} + \sigma_1^{(II)}} = \frac{\rho_{00}^I + \rho_{11}^I - \rho_{1-1}^I}{\rho_{00}^o + \rho_{11}^o - \rho_{1-1}^o}$$

Рассмотрим теперь случай, когда $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\varphi = 0$ или π , т.е. плоскость распада перпендикулярна к плоскости реакции. Угловое распределение $W(\frac{\pi}{2}, 0, \rho(\chi))$ в этом случае выражается через амплитуды, соответствующие состояниям A_1 -мезона со спиральностью $\lambda = 0$ и линейной комбинацией спиральностей $\lambda = \pm 1$ (см. рис. I)

$$\vec{E}_{A_1}^{(\pm)} = -\frac{i}{\sqrt{2}} (\vec{E}_{A_1}^{(-)} + \vec{E}_{A_1}^{(1)})$$

Взяв линейно поляризованные фотоны, вычислим

$$A_2^{(II, \pm)} = (\mp \mp 1) W^L(\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}) + (\mp \pm 1) W^L(\frac{\pi}{2}, 0, 0) = \\ = \frac{3\mp}{2\pi N} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} (|\langle 0, \lambda_2 | T | \frac{1}{2}, \lambda_1 \rangle|^2 + |\langle \pm 1, \lambda_2 | T | \frac{1}{2}, \lambda_1 \rangle|^2) R^+ \sim \sigma_2^{(II, \pm)}$$

С другой стороны, можно найти, что

$$A_2^{(II, \pm)} = \frac{3\mp}{\pi} (\rho_{00}^{o(U, N)} + \rho_{11}^{o(N, U)} + \rho_{1-1}^{o(N, U)}) R^+$$

откуда для отношения соответствующих сечений получаем

$$\frac{\sigma_2^{(II)}}{\sigma_2^{(I)}} = \frac{A_2^{(II)}}{A_2^{(I)}} = \frac{\rho_{00}^{o(U)} + \rho_{11}^{o(N)} + \rho_{1-1}^{o(N)}}{\rho_{00}^{o(N)} + \rho_{11}^{o(U)} + \rho_{1-1}^{o(U)}}$$

$$\Sigma_2 = \frac{\sigma_2^{(I)} - \sigma_2^{(II)}}{\sigma_2^{(I)} + \sigma_2^{(II)}} = \frac{\rho_{00}^I + \rho_{11}^I + \rho_{1-1}^I}{\rho_{00}^o + \rho_{11}^o + \rho_{1-1}^o}$$

Приведем также выражение для четностной асимметрии

$$P_G = \frac{\sigma^{(N)} - \sigma^{(U)}}{\sigma^{(N)} + \sigma^{(U)}} = \rho_{00}^I - 2\rho_{1-1}^I$$

Необходимо иметь в виду, что на элементы матрицы плотности накладывается ряд ограничений, вытекающих из неравенств [7]

$$|\rho_{\lambda'\lambda}^\alpha|^2 \leq \rho_{\lambda'\lambda}^o \rho_{\lambda\lambda}^o \quad (\alpha = 0, 1, 2, 3),$$

$$|\rho_{\lambda'\lambda}^\alpha \pm \rho_{\lambda''\lambda}^\alpha|^2 \leq \rho_{\lambda\lambda}^o (\rho_{\lambda'\lambda}^o + \rho_{\lambda''\lambda}^o \pm 2 \operatorname{Re} \rho_{\lambda'\lambda''}^o),$$

которые являются результатом применения неравенства Шварца непосредственно к определениям (17) для ρ^α , а также из условия

$$\det \rho(A_i) \geq 0,$$

следующего из положительной определенности $\rho_{\lambda\lambda}(A_i) \geq 0$.

Выпишем основные из этих ограничений

$$0 \leq \rho_{00}^o \leq 1, \quad \rho_{11}^o = \frac{1}{2}(1 - \rho_{00}^o), \quad |\rho_{00}^I| \leq \rho_{00}^o,$$

$$|\rho_{11}^I| \leq \rho_{11}^o, \quad |\rho_{1-1}^I| \leq \rho_{11}^o, \quad |\rho_{10}^I|^2 \leq \rho_{00}^o \rho_{11}^o, \quad (33)$$

$$|\rho_{10}^{o, I}|^2 \leq \frac{1}{2} \rho_{00}^o (\rho_{11}^o - \rho_{1-1}^o), \quad |\rho_{10}^{2, 3}|^2 \leq \frac{1}{2} \rho_{00}^o (\rho_{11}^o + \rho_{1-1}^o)$$

и, наконец,

$$|\rho_{10}^o \pm \rho_{10}^I|^2 \leq \frac{1}{2} (\rho_{00}^o \pm \rho_{00}^I) [(\rho_{11}^o \pm \rho_{11}^I) - (\rho_{1-1}^o \pm \rho_{1-1}^I)]$$

при

$$\rho_{11}^o \pm \rho_{11}^I + \rho_{1-1}^o \pm \rho_{1-1}^I > 0,$$

и с обратным знаком неравенства при

$$\rho_{11}^o \pm \rho_{11}^I + \rho_{1-1}^o \pm \rho_{1-1}^I < 0.$$

5. До сих пор при анализе углового распределения продуктов распада (2) мы пользовались спиральной системой отсчета. При рассмотрении конкретных моделей, как известно, часто бывает удобнее пользоваться другими системами отсчета, которые отличаются выбором оси z в системе покоя распадающейся частицы и могут быть получены друг из друга поворотом на определенный угол τ вокруг нормали к плоскости реакции. Элементы матрицы плотности при этом преобразуются согласно формуле

$$\rho_{\lambda'\lambda}^{(\alpha)} = \sum_{\nu'\nu} d_{\nu'\lambda'}^{\tau}(\tau_{a \rightarrow b}) \rho_{\nu'\nu}^{(\beta)} d_{\nu\lambda}^{\tau}(\tau_{a \rightarrow b}). \quad (34)$$

Кроме спиральной системы отсчета (H) наиболее часто используются системы Адейра (A) и Готтфрида - Джексона (GJ). Для анализа продуктов распада образующегося в реакции (I) A_1 -мезона в системе Адейра ось z нужно выбрать вдоль импульса γ -кванта в с.ц.м. В системе Готтфрида - Джексона ось z выбирается вдоль импульса γ -кванта в системе покоя A_1 -мезона. Углы поворота, необходимые для перехода от одной системы к другой, следующие:

$$\begin{aligned} \tau_{H \rightarrow A} &= \theta^* \\ \tau_{H \rightarrow GJ} &= \theta', \quad \cos \theta' = \frac{\cos \theta^* - \beta}{1 - \beta \cos \theta^*} \\ \tau_{A \rightarrow GJ} &= \theta' - \theta^*, \end{aligned}$$

где β и θ^* - скорость и угол рождения A_1 -мезона в с.ц.м. Под углом $\theta^* = 0$ все указанные системы совпадают.

В качестве примера рассмотрим процесс (I) в простейшей модели - модели однопионного обмена. Как показано в работе [8], при рассмотрении обменных реакций изучение распада нестабильной частицы удобно производить в системе Готтфрида - Джексона. В терминах t -канальных спиральных амплитуд матрица плотности A_1 -мезона

зона в указанной системе имеет вид

$$\rho_{m'm}^{(\alpha)}(A_1) = \frac{1}{N} \sum_{\lambda_2 \lambda_1 \lambda_3} \langle m', \lambda_2 | T^{\dagger} | \bar{\lambda}_2, \lambda_1 \rangle \rho_{\lambda_2 \lambda_1}^{(\alpha)} \langle m, \lambda_3 | T^{\dagger} | \bar{\lambda}_2, \lambda_1 \rangle^*$$

Учитывая простую спиновую структуру амплитуд в модели однопионного обмена

$$\langle m, \lambda_3 | T^{\dagger} | \bar{\lambda}_2, \lambda_1 \rangle = t_{\lambda_2 \lambda_1} \delta_{m \lambda_2} \delta_{\bar{\lambda}_2 \lambda_1},$$

нетрудно получить, что матрицы ρ^{α} имеют такой же вид, что и в случае фотообразования векторных мезонов [5], а именно, ρ^0 и ρ^3 - диагональны с отличными от нуля элементами

$$\rho_{11}^0 = \rho_{-1-1}^0 = \rho_{11}^3 = -\rho_{-1-1}^3 = \frac{1}{2}, \quad (35)$$

а ρ^1 и ρ^2 - антидиагональны с элементами

$$\rho_{1-1}^1 = \rho_{-11}^1 = \frac{1}{2}, \quad \rho_{1-1}^2 = -\rho_{-11}^2 = -\frac{i}{2}, \quad (36)$$

с тем только различием, что в случае фотообразования векторных мезонов знак матричных элементов (36) противоположен. В результате угловое распределение продуктов распада A_1 -мезона в рассматриваемой модели принимает вид

$$\begin{aligned} W(\theta, \varphi, \vec{\zeta}) &= \frac{3}{8\pi} \left\{ [1 + \cos^2 \theta + \sin^2 \theta (\zeta_1 \cos 2\varphi + \zeta_2 \sin 2\varphi)] R^+ + \right. \\ &\quad \left. + 2 \zeta_3 \cos \theta R^- \right\}. \end{aligned} \quad (37)$$

В связи с тем, что в различных моделях фотообразования векторных мезонов (а также для процесса (I) в модели однопионного

обмена, как показано выше) матрицы ρ^{α} принимают указанный простой вид, в работе [5] были рассмотрены условия, налагаемые на элементы матриц плотности в произвольной системе отсчета, при выполнении которых посредством поворота на некоторый угол ψ вокруг нормали к плоскости реакции можно было бы одновременно привести ρ^0 и ρ^3 к диагональному виду, а ρ^1 и ρ^2 - к антидиагональному.

Здесь мы выпишем лишь те условия, которые не содержатся в работе [5], а именно, условия для тех элементов матриц плотности, которые не входят в выражение для углового распределения распада векторных мезонов, а также те соотношения, которые в указанной работе неверны. При выполнении наряду с условиями работы [5] соотношений

$$\begin{aligned} \gamma_m \rho_{10}^0 &= \gamma_m \rho_{10}^1 = \text{Re} \rho_{10}^2 = \rho_{11}^2 = 0, \\ \frac{\rho_{11}^1}{\rho_{10}^1} &= -\frac{\rho_{1-1}^0}{\rho_{10}^0}, \quad \rho_{11}^1 = -\rho_{1-1}^0 \frac{\rho_{00}^1 + \rho_{1-1}^1 + 3\rho_{11}^1}{1 - 3(\rho_{11}^0 + \rho_{1-1}^0)}, \quad (38) \\ \frac{\gamma_m \rho_{10}^2}{\gamma_m \rho_{1-1}^2} &= -\frac{\rho_{1-1}^0}{\rho_{10}^0}, \quad \frac{\rho_{10}^3}{\rho_{11}^3} = \frac{\rho_{1-1}^0}{\rho_{10}^0}, \quad \frac{\rho_{10}^3 \rho_{11}^3}{2(\rho_{10}^3)^2 + (\rho_{11}^3)^2} = -\frac{\rho_{10}^0}{1 - 3(\rho_{11}^0 + \rho_{1-1}^0)} \end{aligned}$$

упомянутый выше угол ψ существует и он определяется выражением

$$\text{tg } \psi = -\sqrt{2} \frac{\rho_{1-1}^0}{\rho_{10}^0}. \quad (39)$$

В заключение заметим, что проведенное в настоящей работе общее рассмотрение фотообразования A_1 -мезона может быть полезным также с точки зрения выяснения резонансной природы A_1 -мезона.

Автор выражает благодарность С.Г.Матиянцу за внимание к работе и полезные замечания.

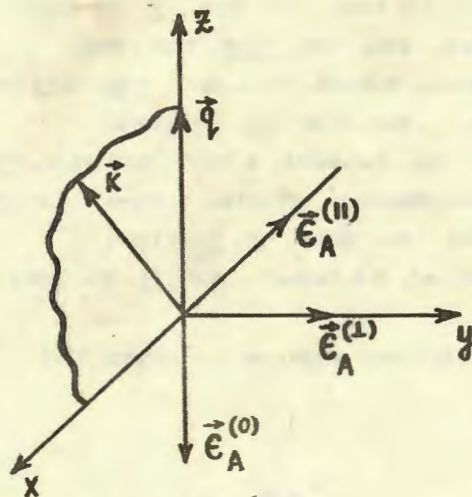


Рис. I. Ориентация векторов поляризации A_1 -мезона в спиральной системе отсчета (xz - плоскость реакции).

ЛИТЕРАТУРА

1. M.Jacob, G.C.Wick. Ann: Phys., 2, 404 (1959).
2. C.Zemach. Phys. Rev., 133B, 1201 (1964).
3. S.M.Berman, M.Jacob. Phys.Rev., 139B, 1023 (1965).
4. J.Werle. Nucl.Phys., 44, 579 (1963).
5. K.Schilling, P.Seyboth, G.Wolf. Nucl.Phys., B15, 397 (1970).
6. G. Cohen-Tannoudji, Ph.Salin, A.Morel. N.C., 55A, 412 (1968).
7. J.Daboul. Nucl Phys., 4B, 180 (1967).
8. K.Gottfried, J.D.Jackson. N.C., 22, 309 (1964).

Рукопись поступила 5-го апреля 1974г.

Ереванский Физический
ИНСТИТУТ
Зал преприатов

Редактор Л.П. Мукаян

Заказ 0806

ВФ-03377

Тираж 300

Подписано к печати 25/VI-74г. Формат издания 30x40

1,0 уч.изд.л. Ц.7 к.

Отпечатано на ротационной

Ереванского физического института, Ереван 36, пер.Маркарян 2