индекс 3624

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-705(20)-84

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ИНФОРМАЦИИ И ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ПО АТОМНОЙ НАУКЕ И ТЕХНИКЕ

И.А.БАГДАСАРЯН

НЕАБЕЛЕВА КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

ЕРЕВАН 1984

ЕФИ-705(20)-84

I.A.BAGDASARYAN

NONABELIAN QUANTUM ELECTRODYNAMICS

A new quantum theory of the electromagnetic interactions, free of ultraviolet divergences, is built up on the basis of nonlocal gauge invariance principle. Being nonabelian due to the non-locality, it leads to new, with respect to local quantum electrodynamics (QED), interactions.

Yerevan Physics Institute
Yerevan 1984

I. Введение

В современной локальной квантовой теории поля (КТП) при прямом вычислении высших порядков в ряду теории возмущений имеет место расходимость интегралов по виртуальным импульсам в петлевых диаграммах. Причем, в случае так называемых перенормируемых теорий путем введения в лагранжиан конечного числа контрчленов удается устранить все расходимости. При этом на промежуточном этапе приходится оперировать расходящимися интегралами, что математически некорректно, тем более, что используемое обрезание по импульсам в теорию не заложено. К тому же, вообще говоря, бесконечные контрчлены лишают такие величины, как действие, какого-либо физического содержания.

Следует указать, что в низших порядках теории возмущений расходимости не возникают, а результаты расчетов конкретных процессов в пределах точности этих приближений хорошо согласуются с экспериментом и, поскольку следующие порядки теории возмущений должны давать лишь незначительные поправки, можно предположить, что на самом деле в подынтегральные выражения диаграмм каким-то образом изначально входят функции, делающие их конечными. А это означает, что теория становится нелокальной. К тому же нелокальность возникает уже в так называемых неперенормируемых теориях, в которые для устранения расходимостей нужно вводить в лагранжиан бесконечный ряд контрчленов, являющийся, по существу, разложением некоторого нелокального выражения. Поэтому представляется естественным из всех направлений в КТП, призванных изжить расходимости, остановиться на идее нелокальности, подразумевающей наличие той или иной структуры во взаимодействиях частиц, влияние которой на сверхмалых расстояниях может оказаться существенным.

Однако даже в наиболее разработанной сейчас нелокальной КЭД [I] из расходящихся в локальном случае диаграмм сходятся лишь те, которые содержат видоизмененный, вследствие нелокального обобщения обычной локальной калибровочной инвариантности, пропагатор фотона. Диаграмма же

(I.I)

по-прежнему расходится.

В данной работе постулируется принцип нелокальной калибровочной инвариантности, с помощью которого удается избавиться от ультрафиолетовых расходимостей, присущих локальной квантовой теории поля. Кроме того, в новой теории появляются взаимодействия, исчезающие в локальном пределе.

2. Принцип нелокальной калибровочной инвариантности. Ковариантные формы. Действие

Локальная калибровочная инвариантность в обычной КЭД означает, что теория инвариантна относительно преобразований

$$\left.\begin{aligned} \psi'(x) &= \exp(i\lambda(x))\cdot\psi(x) \\ \psi^{+\prime}(x) &= \exp(-i\lambda(x))\cdot\psi^{+}(x) \end{aligned}\right\}; \qquad (2.\mathrm{Ia})$$

$$A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{e_0}\partial_\mu\lambda(x)\ , \qquad (2.\mathrm{I}б)$$

где $\psi(x)$ и $A_\mu(x)$ соответственно полевая функция заряженной частицы и калибровочное (электромагнитное) поле; e_0 – заряд частицы, а $\lambda(x)$ – произвольная функция. (Здесь и ниже рассматривается спинорная КЭД). Преобразования (2.Ia) оставляют неизменным произведение $\psi^+(x)\psi(x)$. Если ввести в рассмотрение вектор гильбертова пространства

$$|\psi\rangle = \int \psi(x)|x\rangle\, d^4x\ , \qquad (2.2)$$

где

$\psi(x)$ – поле частицы,

$\{|x\rangle\}$ – ортонормированный базис координатного представления, причем, по определению:

$$(|\psi\rangle)^+ = \langle\psi|\ ;$$
$$\langle x|x'\rangle = \delta(x-x')\ ;$$

то видно, что преобразования (2.Ia) автоматически не меняют и скалярное произведение

$$\langle\psi|\psi\rangle = \int \psi^+(x)\psi(x)d^4x\ . \qquad (2.3)$$

Однако (2.3) инвариантно относительно более широкой группы нелокальных калибровочных преобразований

$$\left.\begin{aligned} \psi'(x) &= \Lambda(x,x')\psi(x') \\ \psi^{+\prime}(x) &= \psi^{+}(x')\Lambda(x',x) \end{aligned}\right\}; \qquad (2.4)$$

где

$$\Lambda^{+}(x,x') \equiv \Lambda^{*}(x',x). \qquad (2.5)$$

(Здесь и в дальнейшем по повторяющимся координатным переменным подразумевается интегрирование). Из инвариантности (2.3) относительно (2.4) следует соотношение унитарности

$$\Lambda(x,x')\Lambda^{+}(x',x'') = \delta(x-x''). \qquad (2.6)$$

Поскольку при высоких энергиях зависимость физических величин (например, сечений) от полей является интегральной (так, в общепринятых методах квантования S - матричные элементы зависят от действия системы полей), а локальные выражения типа $\psi^{+}(x)\psi(x)$ не имеют непосредственного физического смысла, то естественно обобщить теорию, постулируя ее инвариантность относительно преобразований (2.4), сохраняющих скалярное произведение (2.3) в гильбертовом пространстве векторов (2.2).

Исходя из принципа соответствия с локальной теорией, примем, что $\Lambda(x,x')$ зависит от параметра ℓ, играющего роль некоторой элементарной длины, причем при $\ell \to 0$, а также при x или $x' \to \infty$

$$\begin{aligned} &\Lambda(x,x') \to \Lambda(x)\delta(x-x') \\ &|\Lambda(x)| = 1 \end{aligned} \qquad (\text{Н.И.}) \qquad (2.7)$$

(Н.И.) означает - нет интегрирования.

Из (2.4) и (2.7) имеем

$$\partial_\mu \psi'(x) = \left[\partial_\mu \Lambda(x,x') + \partial'_\mu \Lambda(x,x')\right]\psi(x') + \Lambda(x,x')\partial'_\mu \psi(x'), \qquad (2.8)$$

где

$$\partial^{a}_{\mu} \equiv \frac{\partial}{\partial x^{a}_{\mu}}. \qquad (2.9)$$

Для получения ковариантного выражения введем билокальное поле $G_\mu(x,x')$, которое преобразуется как

$$G'_\mu(x,x') = \Lambda(x,x_1)G_\mu(x_1,x_2)\Lambda^{+}(x_2,x') + (-i/e_0)\left[\partial_\mu \Lambda(x,x_1) + \partial^{1}_{\mu}\Lambda(x,x_1)\right]\Lambda^{+}(x_1,x'). \qquad (2.10)$$

Из (2.6) и (2.10) следует, что ковариантная производная равна

$$\nabla_\mu \psi(x) = \partial_\mu \psi(x) - i e_0 G_\mu(x,x')\psi(x'). \qquad (2.11)$$

Приведем также выражение для ковариантной формы, составленной из билокального поля $G_\mu(x,x')$

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu}(x,x') = {} & \partial_\nu G_\mu(x,x') + \partial'_\nu G_\mu(x,x') - \partial_\mu G_\nu(x,x') - \partial'_\mu G_\nu(x,x') + \\ & + i e_0 \left(G_\mu(x,x_1)G_\nu(x_1,x') - G_\nu(x,x_1)G_\mu(x_1,x')\right). \end{aligned} \qquad (2.12)$$

Таким образом, действие системы полей, инвариантное относительно преобразований (2.4), с учетом принципа соответствия с локальной теорией имеет следующий вид:

$$S = i\bar{\psi}(x)\gamma^{\mu}\nabla_\mu \psi(x) - m\bar{\psi}(x)\psi(x) - \frac{1}{4}\lambda(\ell)G_{\mu\nu}(x,x')G^{\mu\nu}(x',x), \qquad (2.13)$$

где $\bar{\psi}(x) \equiv \psi^{+}(x)\gamma_0$, а $\lambda(\ell)$ - некоторый размерный множитель, смысл которого выясняется ниже.

3. Связь билокальных полей с локальными

Прежде чем приступить к квантованию системы, установим связь билокального поля $G_\mu(x,x')$ с локальным электромагнитным полем. Будем считать, что $G_\mu(x,x')$ по аналогии с конечномерными неабелевыми калибровочными теориями является неприводимым присоединенным представлением бесконечномерной калибровочной группы преобразований (2.4). Тогда

$$G_\mu(x,x') = \rho(x,x',x_s) A_\mu(x_s), \qquad (3.1)$$

где $\rho(x,x',x_s)$ – неизвестная (на данном этапе теории) функция трех переменных (зависящая к тому же от элементарной длины ℓ), которую следует считать бесконечномерным аналогом генераторов конечномерных неабелевых групп. Первые две координаты нумеруют соответственно строки и столбцы бесконечномерной матрицы, а третья представляет собой номер генератора группы. Как видно из (3.1), размерности фундаментального и присоединенного представлений совпадают и равны мощности точек пространства-времени. С точки зрения принципа соответствия поле $A_\mu(x_s)$ в (3.1) следует считать локальным электромагнитным полем. По аналогии с генераторами конечномерных групп Ли определим следующие свойства функции $\rho(x,x',x_s)$:

$$\rho(x,x',x_s)\rho(x',x,x_s') = \frac{1}{\ell^4}\delta(x_s - x_s'); \qquad (3.2)$$

$$\rho^*(x,x',x_s) = \rho(x',x,x_s); \qquad (3.3)$$

где ℓ – элементарная длина. Множитель ($1/\ell^4$) в (3.2) можно представить в виде интеграла Фурье:

$$\frac{1}{\ell^4} = \int C(\kappa^2\ell^2)\exp(i\kappa n\ell)\frac{d^4\kappa}{(2\pi)^4}, \qquad (3.4)$$

где n_μ – некоторый единичный вектор; если при $\ell \to 0$ функция $C(\kappa^2\ell^2) \to 1$, то весь интеграл в (3.4) $\to \delta(0)$ (в соответствии с (3.16) (см.ниже)). Исходя из вышеизложенного, можно определить выражение для коммутатора

$$\rho(x,x_1,x_s)\rho(x_1,x',x_s') - \rho(x,x_1,x_s')\rho(x_1,x',x_s) = i f(x_s,x_s',x_1)\rho(x,x',x_1), \qquad (3.5)$$

где $f(x_s,x_s',x_1)$ определяется однозначно как

$$f(x_s,x_s',x_s'') = -i\ell^4\rho(x,x',x_s'')\left[\rho(x',x_1,x_s)\rho(x_1,x,x_s') - \rho(x',x_1,x_s')\rho(x_1,x,x_s)\right]. \qquad (3.6)$$

Эта функция аналогична структурным константам конечномерных алгебр Ли. Примем, что функция $\rho(x,x',x_s)$ инвариантна относительно неоднородной группы Лоренца. Тогда из трансляционной инвариантности этой функции следует, что

$$\rho(x,x',x_s) \equiv R(x - x_s, x' - x_s). \qquad (3.7)$$

Из (3.6) и (3.7) нетрудно показать, что функция $f(x_s,x_s',x_s'')$ также зависит только от двух разностей координат, т.е.

$$f(x_s,x_s',x_s'') \equiv F(x_s - x_s'', x_s' - x_s'') \qquad (3.8)$$

и к тому же антисимметрична относительно перестановки любых своих переменных. Следует добавить, что вообще говоря, функции $\rho(x,x',x_s)$ и $f(x_s,x_s',x_s'')$ являются обобщёнными функциями.

Подставляя (3.1) в (2.12), получим

$$G_{\mu\nu}(x,x') = \Gamma_\nu(x,x_s',x_s)A_\mu(x_s) - \Gamma_\mu(x,x_s',x_s)A_\nu(x_s) + \rho(x,x_s',x_s)F_{\mu\nu}(x_s) -$$

$$- e_0\rho(x,x_s',x_s)f(x_s',x_s'',x_s)A_\mu(x_s')A_\nu(x_s''), \qquad (3.9)$$

где

$$F_{\mu\nu}(x_s) = \partial_\nu^s A_\mu(x_s) - \partial_\mu^s A_\nu(x_s), \qquad (3.10)$$

$$\Gamma_\mu(x,x_s',x_s) = \partial_\mu\rho(x,x_s',x_s) + \partial_\mu'\rho(x,x_s',x_s) + \partial_\mu^s\rho(x,x_s',x_s). \qquad (3.11)$$

Из (3.7) и (3.11) следует, что

$$\Gamma_\mu(x,x_s',x_s) \equiv 0. \qquad (3.12)$$

Таким образом имеем:

$$G_{\mu\nu}(x,x') = \rho(x,x_s',x_s)\left\{F_{\mu\nu}(x_s) - e_0 f(x_s',x_s''x_s)A_\mu(x_s')A_\nu(x_s'')\right\}. \qquad (3.13)$$

Подставляя (3.13) в (2.13) и используя (3.2), а также приняв для соответствия с локальной теорией, что множитель $\lambda(\ell) = \ell^4$, для полного действия получим следующее выражение:

$$S = i\bar\Psi(x)\gamma^\mu\nabla_\mu\Psi(x) - m\bar\Psi(x)\Psi(x) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}(x)F^{\mu\nu}(x) +$$
$$+ \frac{e_0}{2}f(x_s',x_s'',x_s)F_{\mu\nu}(x_s)A^\mu(x_s')A^\nu(x_s'') - \qquad (3.14)$$
$$- \frac{e_0^2}{4}f(x_s',x_s'',x_s)f(y_s'\,y_s''x_s)A_\mu(x_s')A^\mu(y_s')A^\nu(y_s'')\cdot A_\nu(x_s'').$$

Примем, что, как и в конечномерном случае, матрицу инфинитезимального преобразования бесконечномерной калибровочной группы $\Lambda(x,x')$ можно записать в виде:

$$\Lambda(x,x') = \delta(x-x') + i\rho(x,x_s',x_s)\lambda(x_s), \qquad (3.15)$$

где $\lambda(x_s)$ – некоторая произвольная функция. Для соответствия с (2.7) необходимо, чтобы в локальном случае ($\ell\to 0$)

$$\rho(x,x_s',x_s) \to \delta(x-x_s)\delta(x'-x_s). \quad \text{(Н.И.)} \qquad (3.16)$$

При этом выполняется принцип соответствия с локальной теорией, поскольку можно показать, что в этом пределе

$$f(x_s,x_s',x_s'') \to 0, \qquad (3.17)$$

$$\Lambda(x,x') \to \exp(i\lambda(x))\cdot\delta(x-x'), \quad \text{(Н.И.)} \qquad (3.18)$$

и выражение (3.14) переходит в обычное действие локальной КЭД. Выпишем необходимые для дальнейшего инфинитезимальные калибровочные преобразования ($\lambda(x) \ll 1$).

Подставляя (3.15) в уравнение (2.10) и пренебрегая членами высшего порядка по λ, получим

$$A_\mu'(x_s) = A_\mu(x_s) + f(x_s',x_s'',x_s)\lambda(x_s'')A_\mu(x_s') + \frac{1}{e_0}\partial_\mu^s\lambda(x_s). \qquad (3.19)$$

4. Квантование. Производящий функционал. Диаграмматика

Квантование системы будем производить с помощью метода континуального интегрирования в функциональном пространстве полей. Исходя из принципа соответствия, примем, что амплитуду вакуум-вакуумного перехода и производящий функционал можно записать в виде следующих континуальных интегралов ($\hbar = c = 1$)

$$\langle 0|0\rangle = N^{-1}\int \exp\left(iS(A_\mu,\Psi,\bar\Psi)\right)G(A_\mu)\cdot\mathcal{D}A\cdot\mathcal{D}\bar\Psi\cdot\mathcal{D}\Psi \qquad (4.1)$$

$$Z[J,\eta,\bar{\eta}]=N^{-1}\int \exp i\{S(A_\mu,\psi,\bar{\psi})+J_\mu(x)A^\mu(x)+\bar{\psi}(x)\eta(x)+\bar{\eta}(x)\psi(x)\}\times$$
$$\times G(A_\mu)\cdot \mathcal{D}A\cdot\mathcal{D}\bar{\psi}\cdot\mathcal{D}\psi, \tag{4.2}$$

где N – некоторый постоянный множитель, а функционал $G(A_\mu)$ связан с выбором поверхности в многообразии калибровочных полей, однократно пересекающейся с орбитами бесконечномерной калибровочной группы. В пределе $\ell \to 0$ (4.I), (4.2) переходят в соответствующие выражения локальной теории.

Производящий функционал (4.2) будем вычислять в лоренцевской калибровке

$$\partial_\mu A_\mu(x)=0. \tag{4.3}$$

Тогда функционал $G(A_\mu)$, исключающий интегрирование по калибровочно-эквивалентным полям и независящий от выбора поверхности $f(A)$ (в данном случае $f(A)=\partial_\mu A_\mu(x)$), в пространстве полей будет иметь вид:

$$G(A_\mu)=\det M\cdot\prod_x \delta(\partial_\mu A_\mu(x)), \tag{4.4}$$

где M – бесконечномерная матрица перехода от переменной $f(A)$ к функции $\lambda(x)$ калибровочного преобразования. Из (3.I9) следует:

$$\partial_\mu A'_\mu(x)=\partial_\mu A_\mu(x)+\frac{1}{e_0}\partial^2\delta(x-y)\lambda(y)+\partial^x_\mu f(x,x';y)A_\mu(x')\lambda(y), \tag{4.5}$$

откуда

$$M(x,y)=\partial^2\delta(x-y)+e_0\partial^x_\mu f(x,x';y)A_\mu(x')\cdot \tag{4.6}$$

С точностью до постоянного множителя, связанного с $\det\partial^2\delta(x-y)$,

$$\det M=\det(\delta(x-y)-e_0\mathcal{D}_0(x-z)\partial^z_\mu f(z,x';y)A_\mu(x')), \tag{4.7}$$

где

$$\mathcal{D}_0(x)=\int\frac{1}{k^2+i\varepsilon}\exp(-ikx)\frac{d^4k}{(2\pi)^4}.$$

Используя известную формулу

$$\det M=\exp \operatorname{Sp}\ln M, \tag{4.8}$$

имеем

$$\det M=\exp \operatorname{Sp}\left(L-\frac{L^2}{2}+\dots\right), \tag{4.9}$$

где

$$L(x,y)=-e_0\,\mathcal{D}_0(x-z)\partial^z_\mu f(z,x';y)A_\mu(x')\cdot \tag{4.I0}$$

В соответствии с (3.8), а также с тем, что фурье-образ функции $F(x_s-x''_s,x'_s-x''_s)$ обладает свойством

$$F(0,k)=-F(k,0)\equiv 0, \tag{4.II}$$

получаем

$$\operatorname{Sp}L=\int ie_0q_\mu\mathcal{D}_0(q)F(q,0)A_\mu(0)\frac{d^4q}{(2\pi)^4}=0. \tag{4.I2}$$

Следовательно, если определить эффективное действие как

$$S_{eff}=S-i\operatorname{Sp}\ln(1+L), \tag{4.I3}$$

то в производящем функционале нужно учитывать члены в (4.9), начиная со второго. Детерминант матрицы M (4.6) можно выразить через континуальный интеграл по фиктивным антикоммутирующим скалярным полям ("духам") $\bar{C}(x)$, $C(x)$:

$$\det M = \int \mathcal{D}\bar{C}\,\mathcal{D}C \exp\left(i\bar{C}(x)M(x,y)C(y)\right) =$$
$$= \int \mathcal{D}\bar{C}\,\mathcal{D}C \exp i\left[\bar{C}(x)\partial^2 C(x) + e_0\bar{C}(x)\partial^x_\mu f(x,x',y)A_\mu(x')C(y)\right]. \tag{4.I4}$$

Используя представление для δ – функции в (4.4)

$$\delta(\partial_\mu A_\mu(x)) = \lim_{\alpha\to 0}\frac{1}{\sqrt{-2\pi i\alpha}}\exp\left(-\frac{i}{2\alpha}(\partial_\mu A_\mu(x))^2\right), \tag{4.I5}$$

а также преобразуя член $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}(x)F^{\mu\nu}(x)$ в (3.I4) и вводя токи $\bar{\xi}(x)$, $\xi(x)$ для полей "духов" $C(x)$, $\bar{C}(x)$, получаем

$$Z[J,\eta,\bar{\eta},\xi,\bar{\xi}] = N^{-1}\int \exp(iS_{eff})\,\mathcal{D}A\,\mathcal{D}\bar{\Psi}\,\mathcal{D}\Psi\,\mathcal{D}\bar{C}\,\mathcal{D}C, \tag{4.I6}$$

где

$$S_{eff} = S_0 + S_I$$

$$S_0 = i\bar{\Psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\Psi(x) - m\bar{\Psi}(x)\Psi(x) + \frac{1}{2}A_\nu(x)\left[\partial^2 g^{\mu\nu} - \partial^\mu\partial^\nu + \frac{1}{\alpha}\partial^\mu\partial^\nu\right]A_\mu(x) +$$
$$+ \bar{C}(x)\partial^2 C(x) + J_\mu(x)A^\mu(x) + \bar{\eta}(x)\Psi(x) + \bar{\Psi}(x)\eta(x) + \bar{C}(x)\xi(x) + \bar{\xi}(x)C(x), \tag{4.I7}$$

$$S_I = e_0\bar{\Psi}(x)\gamma^\mu\rho(x,x',x_s)A_\mu(x_s)\Psi(x') + e_0 f(x_s,x_s',x_s'')\partial_\nu A_\mu(x_s)A^\mu(x_s')A^\nu(x_s'') -$$
$$- \frac{e_0^2}{4}f(x_s',x_s'',x_s)f(y_s',y_s'',x_s)A_\mu(x_s')A_\nu(x_s'')A^\mu(y_s')A^\nu(y_s'') +$$
$$+ e_0\bar{C}(x)\partial^x_\mu f(x,x',y)A_\mu(x')C(y). \tag{4.I8}$$

Заменив в S_I поля вариационными производными по соответствующим токам и проводя континуальное интегрирование в (4.I6), имеем

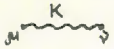
(в импульсном представлении)

$$Z[J,\eta,\bar{\eta},\xi,\bar{\xi}] = \exp iS_I\left(-i(2\pi)^4\frac{\delta}{\delta J_\mu(-k)},\ i(2\pi)^4\frac{\delta}{\delta\eta(-k)},\ -i(2\pi)^4\frac{\delta}{\delta\bar{\eta}(-k)},\ i(2\pi)^4\frac{\delta}{\delta\xi(-k)},\ -i(2\pi)^4\frac{\delta}{\delta\bar{\xi}(-k)}\right)\times$$
$$\times\exp\left(-\frac{i}{2}\int J_\mu(-k)\mathcal{D}_{\mu\nu}(k)J_\nu(k)\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\right)\times$$
$$\times\exp\left(-i\int\bar{\eta}(-k)S_0(k)\eta(k)\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\right)\times$$
$$\times\exp\left(-i\int\bar{\xi}(-k)\mathcal{D}(k)\xi(k)\frac{d^4k}{(2\pi)^4}\right), \tag{4.I9}$$

где

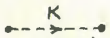
$$iS_I(A_\mu,\bar{\Psi},\Psi,\bar{C},C) = ie_0\int\frac{d^4k_1d^4k_2d^4k_3}{(2\pi)^8}\bar{\Psi}(k_1)\gamma^\mu R(k_1,k_2)A_\mu(k_3)\Psi(k_2)\delta(k_1+k_2+k_3) +$$
$$+ e_0\int\frac{d^4k_1d^4k_2d^4k_3}{(2\pi)^8}k_{3\nu}F(k_3,k_1)A_\mu(k_3)A^\mu(k_1)A^\nu(k_2)\delta(k_1+k_2+k_3) -$$
$$-\frac{ie_0^2}{4}\int\frac{d^4k_1d^4k_2d^4k_3d^4k_4}{(2\pi)^{12}}F(k_1,k_2)F(k_3,k_4)A_\mu(k_1)A_\nu(k_2)A^\mu(k_3)A^\nu(k_4)\delta(k_1+k_2+k_3+k_4) -$$
$$- e_0\int\frac{d^4k_1d^4k_2d^4k_3}{(2\pi)^8}k_{1\mu}F(k_1,k_2)\bar{C}(k_1)A^\mu(k_2)C(k_3)\delta(k_1+k_2+k_3) \tag{4.20}$$

Проводя дифференцирование в (4.I9), получаем следующие правила диаграммной техники:

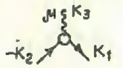


$$i\mathcal{D}_{\mu\nu}(k) = -\frac{i}{k^2+i\varepsilon}\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}(1-\alpha)\right), \tag{4.2I}$$

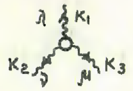
$$iS_0(k) = \frac{i}{\hat{k}-m}, \tag{4.22}$$



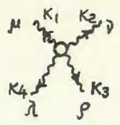
$$i\mathcal{D}(k) = \frac{i}{k^2+i\varepsilon}, \tag{4.23}$$



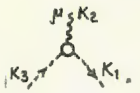
$$ie_0\gamma^\mu R(k_1,k_2), \tag{4.24}$$



$$-e_0\left[F(k_1,k_2)g_{\nu\lambda}(k_1-k_2)_\mu + F(k_2,k_3)g_{\mu\nu}(k_2-k_3)_\lambda +\right.$$
$$\left. + F(k_3,k_1)g_{\mu\lambda}(k_3-k_1)_\nu\right], \tag{4.25}$$



$$-ie_0^2\big[F(k_1,k_2)F(k_3,k_4)(g^{\mu\rho}g^{\nu\lambda}-g^{\nu\rho}g^{\mu\lambda})+ F(k_1,k_3)F(k_2,k_4)(g^{\mu\nu}g^{\rho\lambda}-g^{\mu\lambda}g^{\nu\rho})+ F(k_1,k_4)F(k_2,k_3)(g^{\mu\nu}g^{\rho\lambda}-g^{\mu\rho}g^{\nu\lambda})\big], \tag{4.26}$$



$$e_0 F(k_1,k_2)k_{1\mu}. \tag{4.27}$$

Кроме того, каждая электронная или "духовая" петля входит с множителем (-1) , а по всем независимым импульсам диаграммы нужно проводить интегрирование с весом $d^4k/(2\pi)^4$, умножая результат на соответствующий комбинаторный множитель. В полной аналогии с конечномерными неабелевыми теориями индекс произвольной диаграммы (без учета функций F и R в вершинах) равен

$$\omega = 4 - N_\gamma - N_g - \frac{3}{2}N_e, \tag{4.28}$$

где N_γ , N_g и N_e соответственно внешние линии фотонов, "духов" и электронов. Он положителен ($0 \leqslant \omega \leqslant 2$) для следующих примитивных диаграмм

(4.29)

(а) (б) (в) (г) (д) (е) (ж)

В обычной локальной теории вопрос о сходимости произвольной, связной диаграммы (имеется в виду сходимость по большим виртуальным импульсам в замкнутых циклах) связан с её индексом

и наличием (либо отсутствием) в ней расходящихся подграфов. При отсутствии последних и отрицательном индексе диаграмма не содержит в себе ультрафиолетовых расходимостей. Таким образом если диаграммы (4.29) сходятся, то сходящимися являются любые диаграммы в ряду теории возмущений. В свою очередь сходимость диаграмм в (4.29) связана с асимптотическим поведением функций $R(k_1,k_2)$ и $F(k_1,k_2)$ при больших импульсах в евклидовой области. Переходя в (3.2), (3.3) и (3.6) к импульсному представлению (с учетом (3.7) и (3.8)), получаем соответственно (всюду имеется в виду евклидово импульсное пространство):

$$\int |R_E(k,q-k)|^2 \frac{d^4k}{(2\pi)^4} = \frac{1}{\ell^4}; \tag{4.30}$$

$$R_E^*(k_1,k_2) = R_E(k_2,k_1), \tag{4.31}$$

$$F_E(k_1,k_2) = -i\ell^4\int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}\big[R_E(k_2+p,k_1-p)R_E(k_1-p,p)R_E(p,-k_2-p) - R_E(k_1+p,k_2-p)R_E(k_2-p,p)R_E(p,-k_1-p)\big]. \tag{4.32}$$

Сходимость интегралов в вышеприведенных уравнениях накладывает ограничения на асимптотические свойства функции $R(k_1,k_2)$. При $\ell\to 0$ для соответствия с локальной теорией необходимо выполнение следующих условий:

$$R(k_1,k_2)\to 1, \tag{4.33}$$

$$F(k_1,k_2)\to 0. \tag{4.34}$$

Если предположить, что в евклидовой области при больших импульсах функции $R(\kappa_1,\kappa_2)$ и $F(\kappa_1,\kappa_2)$ по любой из своих переменных ведут себя как $\frac{1}{\kappa^{1+\alpha}}$, где $\alpha>0$ (для функции $R(\kappa_1,\kappa_2)$, исходя из конечности интегралов в (4.30) и (4.32), необходимо даже, чтобы α было больше единицы), то можно показать, что все неприводимые диаграммы в (4.29) являются сходящимися.

5. Заключение

Вышеизложенное отличается от общепринятых нелокальных теорий тем, что, во-первых, ограничения на асимптотическое поведение форм-факторов (фурье-образы которых в данном случае зависят от двух импульсов) накладываются самой теорией, а не привносятся извне, во-вторых, остаются неизменными пропагаторы свободных частиц, в-третьих, в отличие от существующей нелокальной КЭД [I], наряду с остальными сходится также и диаграмма (I.I). При этом, поскольку изменяется нелокальным образом вершина взаимодействия, имеется возможность изучения нелокальной структуры в электромагнитных взаимодействиях.

Что касается существования $R(\kappa_1,\kappa_2)$ то, например, функция

$$R(\kappa_1\ell,\kappa_2\ell)=\frac{\sin^2\left[\frac{(\kappa_1-\kappa_2)^2\ell^2(\ln 2)^{1/2}}{16\pi}\right]}{\left[\frac{(\kappa_1-\kappa_2)^2\ell^2(\ln 2)^{1/2}}{16\pi}\right]^2}\exp\left[i(\kappa_1^2-\kappa_2^2)\ell^2\phi(\kappa_1\ell,\kappa_2\ell)\right], \quad (5.I)$$

где ℓ – элементарная длина, а $\phi(\kappa_1\ell,\kappa_2\ell)$ – достаточно произвольная, симметричная, инвариантная вещественная функция, удовлетворяет необходимым условиям (4.30), (4.3I), (4.33) и (4.34).

В целом же этот вопрос требует дальнейшего исследования.

Если взять (5.I) в качестве генератора нелокальной калибровочной группы (2.4), то можно показать с учетом (4.32), что функция $F(\kappa_1,\kappa_2)$ обладает необходимым для сходимости диаграмм асимптотическим поведением по любой из своих переменных, причем, при $\ell\to 0$ исчезают диаграммы, содержащие вершины (4.25 – 4.27).

Автор выражает благодарность Матиняну С.Г. и сотрудникам теоротдела ЕрФИ за полезные обсуждения и ценные замечания, а также Мамиджаняну Э.А., Асатиани Т.Л., Мнацаканяну Э.А. и Амбарцумяну В.Г. за содействие, дружескую поддержку и постоянный интерес к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

I. Ефимов Г.В. Нелокальные взаимодействия квантованных полей М.: Наука, I977.

Рукопись поступила I9 января I984 г.

Редактор Л.П.Мукаян

Тех.редактор А.С.Абрамян

Заказ 698 ВФ-06043 Тираж 299

Препринт ЕФИ Формат Издания 60х84/16

Подписано к печати 6/УП-84г. 1,0уч.-изд.л. Ц. 15 к. Индекс 3624

Издано Отделом научно-технической информации

Ереванского физического института, Ереван 36, Маркаряна 2