ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ԳԻՏԱԿԱՆ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄ НАУЧНОЕ СООБЩЕНИЕ

ЕФИ–75(74)

Э.А.Беглоян, Э.Д.Газазян, Э.М.Лазиев

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ПОЛУБЕСКОНЕЧНОМ ВОЛНОВОДЕ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНОЙ

АРУС

ԵՐԵՎԱՆ 1974 ЕРЕВАН

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Научное сообщение ЕФИ-75(74)

Э.А.БЕГЛОЯН,Э.Д.ГАЗАЗЯН,Э.М.ЛАЗИЕВ

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ПОЛУБЕСКОНЕЧНОМ ВОЛНОВОДЕ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНОЙ

Ереван 1974

УДК.538.56:539.12:621.372.8 Научное сообщение ЕФИ-75(74)

Э.А.БЕГЛОЯН,Э.Д.ГАЗАЗЯН,Э.М.ЛАЗИЕВ

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ПОЛУБЕСКОНЕЧНОМ ВОЛНОВОДЕ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНОЙ

Рассчитано излучение заряженной частицы, движущейся вдоль оси закороченного волновода с диэлектрической пластиной. Получены выражения для полей и интенсивностей в случае цилиндрического волновода. Показано, что в определенной части спектра излучение не выходит из пластины.

Ереванский физический институт

Ереван 1974

Scientific Report ЕФИ-75(74)

E.A.BEGLOIAN, E.D.GAZAZIAN, E.M.LAZIEV

TRANSITION RADIATION IN HALFINFINITE WAVEGUIDE WITH THE DIELECTRIC PLATE

The radiation which arises in the halfinfinite waveguide when **a charged particle passes through the dielectric plate was** placed **in the waveguide.**

It is shown that **for particular band of the spectra the** radiation **does** not leave the plate. Formulas **are** derived **for the total** energy **of** the radiation and its spectral distribution.

Yerevan Physics Institute

Yerevan, 1974

Рассмотрим произвольный полубесконечный регулярный волновод, закороченный при $z = 0$ идеально проводящей стенкой и заполненный кусочно-однородной диэлектрической средой с $\varepsilon = \varepsilon_1$, в области $0 \leq z \leq d$, и $\varepsilon = \varepsilon_2$ для $z > d$. Пусть вдоль оси $\overrightarrow{Oz}$ со скоростью $\overrightarrow{v}$ движется заряд q. Исследуем возникающее на границах переходное излучение внутри волновода. Задачу решим методом, изложенным в работах [1,2]. Поле излучения будем описывать вектором-потенциалом $\vec{A}$, который ввиду симметрии задачи имеет одну отличную от нуля компоненту A_z, удовлетворяющую уравнению

$$\Delta A'(\omega)_{z,1,2} + \varepsilon_{1,2}\frac{\omega^2}{c^2}A'(\omega)_{z,1,2} = 0 . \qquad (1)$$

Вектор-потенциал $\overset{\circ}{A}(\omega)$, описывающий собственное поле частицы, удовлетворяет уравнению

$$\Delta \overset{\circ}{A}(\omega)_{1,2} + \varepsilon_{1,2}\frac{\omega^2}{c^2}\overset{\circ}{A}(\omega)_{1,2} = -\frac{4\pi}{c} j(\omega) . \qquad (2)$$

Здесь и ниже индекс ω указывает на фурье-компоненту соответствующей величины.

Поля излучения ищем в виде:

$$A'(\omega)_1 = \frac{2q}{c}\sum_n \left(B_n^+ e^{-i\gamma_n z} + B_n^- e^{i\gamma_n z}\right)\psi_n(x,y)\,\psi_n(x_0,y_0) ,$$

$$A'(\omega)_2 = \frac{2q}{c}\sum_n C_n e^{-i\Gamma_n z}\,\psi_n(x,y)\,\psi_n(x_0,y_0) ; \qquad (3)$$

где $\Psi_n(x,y)$ – собственные функции, λ_n – собственные значения, x_0, y_0 – координаты пересечения частицей поперечного сечения,

$$\gamma_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1 - \lambda_n^2}\,, \quad \Gamma_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_2 - \lambda_n^2}\,.$$

Неизвестные коэффициенты $B_n^{\pm}$, C_n определяются из граничных условий, которые для правой границы имеют вид

$$A(\omega)_1 = A(\omega)_2\,, \quad \varepsilon_2 \frac{\partial A(\omega)_1}{\partial z} = \varepsilon_1 \frac{\partial A(\omega)_2}{\partial z}\,. \qquad (4)$$

На левой границе условие обращения в нуль тангенциальной составляющей напряженности электрического поля и нормальной составляющей индукции магнитного поля приводит к

$$\frac{\partial A(\omega)_1}{\partial z} = 0\,. \qquad (5)$$

Для частного случая $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ из (3) – (5) имеем:

$$B_n^{+} = -\frac{\omega}{v\gamma_n S_{n1}}\,, \qquad (6)$$

где $S_{n,1} = \lambda_n^2 + \frac{\omega^2}{v^2}(1 - \varepsilon_1\beta^2)\,.$

В общем случае различных ε_1 и ε_2 для неизвестных коэффициентов получим:

$$B_n^{-} = \frac{\omega}{v\gamma_n d_n x_n}\left[(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\tau_n^{+}\gamma_n e^{-i\frac{\omega}{v}d} + P_n^{-} S_{n,2} e^{-i\gamma_n d}\right]$$

$$B_n^+ = \frac{\omega}{v\gamma_n d_n \varkappa_n}\left[(\varepsilon_1-\varepsilon_2)\tau_n^+\gamma_n e^{-i\frac{\omega}{v}d} + P_n^+ S_{n,2}\, e^{i\gamma_n d}\right]$$

$$C_n = \frac{\omega}{v\gamma_n d_n \varkappa_n}\left[2\varepsilon_2 S_{n,2} + (\varepsilon_1-\varepsilon_2)\left(q_n^- e^{i\gamma_n d} + q_n^+ e^{-i\gamma_n d}\right)e^{-i\frac{\omega}{v}d}\right]e^{i\Gamma_n d}, \tag{7}$$

где

$$d_n = S_{n,1}\cdot S_{n,2}, \qquad S_{n,2} = \lambda_n^2 + \frac{\omega^2}{v^2}(1-\varepsilon_2\beta^2)$$

$$P_n^{\pm} = \varepsilon_2\gamma_n \pm \varepsilon_1\Gamma_n, \qquad q_n^{\pm} = \alpha_n \pm \frac{\omega}{c}\beta\,\varepsilon_2\gamma_n$$

$$\tau_n^{\pm} = \alpha_n \pm \frac{\omega}{c}\beta\varepsilon_1\Gamma_n, \qquad \alpha_n = \frac{\omega^2}{c^2}(1-\varepsilon_2\beta^2) - \gamma_n^2$$

$$\varkappa_n = P_n^- e^{-i\gamma_n d} - P_n^+ e^{i\gamma_n d}.$$

При $d \to 0(\varepsilon_1 \to \varepsilon_2)$, $B_n^- \to 0$, $B_n^+ = C_n$ стремится к (6). Первый член в C_n описывает излучение частицы, возникающее при пересечении металлической стенки волновода, второй член описывает вклад, даваемый диэлектрической пластинкой. Действительно, если $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, то второй член в C_n обращается в нуль, и C_n оказывается равным (6).

Интенсивность излучения за пластинкой равна

$$S = 4q^2\sum_n \lambda_n^2 \left|\psi_n(x,y)\right|^2 \operatorname{Re}\int_{-\omega_2}^{\infty} |C_n|^2\,\Gamma_n \frac{d\omega}{\omega}, \tag{8}$$

где

$$|C_n|^2 = \frac{\omega^2}{v^2 d_n^2 |\varkappa_n|^2}\Big[4\varepsilon_2^2 S_{n,2}^2 + 2\varepsilon_2 S_{n,2}\operatorname{Re}\Big\{\left(q_n^- e^{i\gamma_n d} + q_n^+ e^{-i\gamma_n d}\right)e^{-i\frac{\omega}{v}d}\Big\} + (\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2\left(|q_n^-|^2 + |q_n^+|^2 + 2\operatorname{Re}\left(q_n^- q_n^{+*} e^{2i\operatorname{Re}\gamma_n d}\right)\right)\Big], \tag{9}$$

где $|\varkappa_n|^2 = |P_n^-|^2 + |P_n^+|^2 - 2\operatorname{Re}\left(P_n^- P_n^{+*} e^{-2i\operatorname{Re}\gamma_n d}\right)$

ω_2 - корень уравнения $Re\,\Gamma_n = 0$.

Рассмотрим два частных случая.

I. $\varepsilon_1 \beta^2 > 1$, $\varepsilon_2 \beta^2 < 1$ Тогда условие возникновения черенковского излучения выполняется лишь в первой области, и $|C_n|^2$ имеет вид

$$|C_n|^2 = \frac{\omega^2}{v^2 d_n^2 |\mathfrak{X}_n|^2}\Big[4\varepsilon_2^2 S_{n,2}^2 + 4\varepsilon_2 S_{n,2}(\varepsilon_1-\varepsilon_2)\big(q_n^- \cos(\gamma_n - \frac{\omega}{v})d + q_n^+ \cos(\gamma_n + \frac{\omega}{v})d\big) + (\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2\big(q_n^{-2} + q_n^{+2} + 2q_n^+ q_n^- \cos 2\gamma_n d\big)\Big], \tag{10}$$

где $|\mathfrak{X}_n|^2 = P_n^{+2} + P_n^{-2} - 2P_n^- P_n^+ \cos 2\gamma_n d$.

В области частот $\omega_1 - \omega_2$ (где ω_1 корень уравнения $Re\,\gamma_n = 0$) вся излученная энергия остается в пластине, поскольку для этих частот условия распространения во второй области не выполняются. "Запертое" излучение вычисляем как потери частицы в указанной области спектра:

$$W_{зап} = 2q^2 \sum_n \lambda_n^2 |\psi_n(x_0,y_0)|^2 Re \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{[(\varepsilon_1-\varepsilon_2)\gamma_n \tau_{n,1}^+ e^{-i\frac{\omega}{v}d} + P_n^+ S_{n,2} e^{-i\gamma_n d}]\,d\omega}{\varepsilon_1 v d_n [\varepsilon_2 \gamma_n \sin\gamma_n d + \varepsilon_1 |\Gamma_n| \cos\gamma_n d]}. \tag{11}$$

Полюса подынтегрального выражения (11) определяются из трансцендентного уравнения

$$tg\,\gamma_n d = -\frac{\varepsilon_1 |\Gamma_n|}{\varepsilon_2 \gamma_n}$$

и дают собственные частоты резонатора.

2. $\varepsilon_1, \beta^2 < 1$, $\varepsilon_2 \beta^2 > 1$. Для потока энергии за пластинкой в этом случае имеем

$$S = 4q^2 \sum_n |\psi_n(x_0, y_0)|^2 \lambda_n^2 R_e \left[\int_{\omega_1}^{\infty} |C_n|^2 \Gamma_n \frac{d\omega}{\omega} + \int_{\omega_2}^{\infty} |C_n'|^2 \Gamma_n \frac{d\omega}{\omega} \right], \tag{12}$$

где $|C_n|^2$ совпадает с (10), а для $|C_n'|^2$ имеем

$$|C_n'|^2 = \frac{4\omega^2}{v^2 d_n^2 |\mathfrak{X}_n|^2} \Big[\varepsilon_2^2 S_{n,2}^2 + \alpha_n^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 +$$

$$+ \varepsilon_2 S_{n,2} \Big(\alpha_n \cos \frac{\omega}{v} d \; ch|\gamma_n| d + \frac{\omega}{c} \beta \varepsilon_2 |\gamma_n| \sin \frac{\omega}{v} d \; sh|\gamma_n| d \tag{13}$$

$$|\mathfrak{X}_n|^2 = \varepsilon_2^2 |\gamma_n|^2 sh^2 |\gamma_n| d - \varepsilon_1^2 \Gamma_n^2 ch |\gamma_n| d .$$

"Запертое" излучение в этом случае невозможно, так как для всего спектра излучения условия распространения во второй области выполняются.

В случае тонких пластин $\gamma_n d \ll 1$, $\Gamma_n d \ll 1$, разлагая $|C_n|^2$ в ряд по малому параметру и ограничиваясь членами второго порядка, для потока энергии окончательно получим:

$$S = q^2 \sum_n \lambda_n^2 |\psi_n(x_0, y_0)|^2 \int \frac{\Gamma_n}{\varepsilon_2^2 v^2 \gamma_n^2 d_n^2} \left[4\varepsilon_1^2 S_{n,1}^2 - R_n d^2 \right] \omega \, d\omega, \tag{14}$$

где

$$R_n = S_{n,2}^2 \varepsilon_2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \Big[q_n^- \Big(\gamma_n - \frac{\omega}{v}\Big)^2 + q_n^+ \Big(\gamma_n + \frac{\omega}{v}\Big)^2 -$$

$$-2(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2 q_n^+ q_n^- \gamma_n^2 - 2 P_n^+ P_n^- \frac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_2^2} S_{n,1}^2 \gamma_n^2 .$$

Интегрирование в (I4) производится в области частот, для которой выполняются условия малой толщины. При $a \to 0$ ($\varepsilon_1 \to \varepsilon_2$), (I4) переходит в (6).

Таким образом, для тонких пластин в выражении для потока энергии в однородно заполненном волноводе добавляется член, пропорциональный квадрату толщины пластинки и не зависящий от направления скорости частицы, то есть имеющий дипольный характер.

В случае, когда частица летит из области II в область I, необходимо во всех выражениях заменить $v \to -v$.

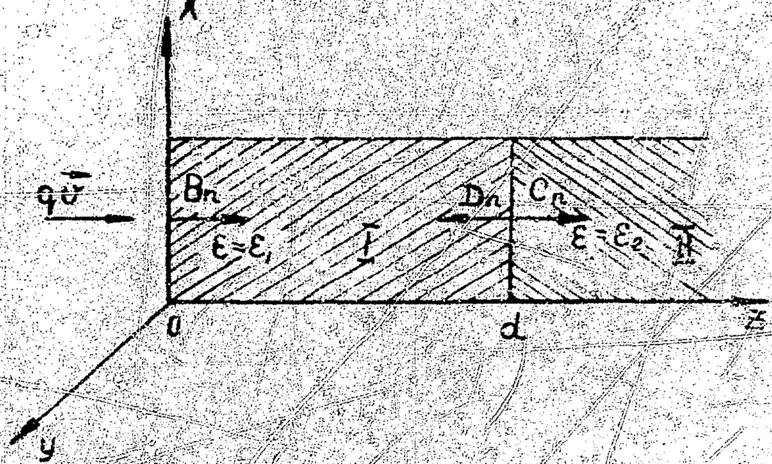
X
$q\vec{v}$
B_n
$\varepsilon = \varepsilon_1$
I
D_n
C_n
$\varepsilon = \varepsilon_2$
II
0
d
z
y

Рис.I

Л И Т Е Р А Т У Р А

I. К.А.Барсуков. ЖТФ, 30,II,I960

2. Э.А.Беглоян,Э.Д.Газазян,Э.М.Лазиев. Изв. АН Арм.ССР, "Физика", 6,4 (I97I)

Рукопись поступила 25 мая 1974 г.

Редактор Л.П.Мукаян

Заказ 0871 ВФ-03403 Тираж 300

Подписано к печати 24/IX-74г. Формат издания 30 х 40

0,7 уч.изд.л. Ц. 5 к.

Отпечатано на ротапринте

Ереванского физического института. Ереван 36, пер.Маркаряна 2