индекс 3624

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-804(31)-85

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Х.С.АРУТЮНЯН, К.А.БАРСУКОВ

ИЗЛУЧЕНИЕ ВАВИЛОВА-ЧЕРЕНКОВА В ВОЛНОВОДЕ С НЕЛИНЕЙНЫМ АНИЗОТРОПНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

ЦНИИатоминформ

ЕРЕВАН-1985

Развитие сильноточной электроники создает новые возможности для получения мощных источников сверхкоротких волн. Для этой цели, в частности, может быть использован эффект Вавилова-Черенкова в волноводе с диэлектрическим заполнением, причем здесь как показывают эксперименты, достигается значительный уровень мощности излучения. Так, в работе [I] при токе в пучке I0 кА, энергии электронов 0,5 МэВ, диэлектрической проницаемости 2,5 на частоте 60 ГГц мощность когерентного излучения Вавилова-Черенкова составила I МВт. В этом случае возникают достаточно сильные напряженности электрического поля, способные при соответствующем выборе диэлектрического заполнения создавать нелинейные эффекты, доступные экспериментальному наблюдению. Последнее облегчается еще тем, что спектр излучения Вавилова-Черенкова в волноводе дискретен и нелинейные гармоники излучения оказываются достаточно сильно разнесенными от "материнских" гармоник. Кроме того, возникновение суммарных по основной частоте гармоник, так же, как и в случае нелинейной оптики, позволяет использовать нелинейный механизм излучения Вавилова-Черенкова для генерации волн субмиллиметрового диапазона.

Ниже, на примере излучения отдельной заряженной частицы, движущейся в волноводе с нелинейным заполнением, рассматриваются свойства нелинейного эффекта Вавилова-Черенкова (этот эффект в неограниченном нелинейном кристалле рассмотрен в [2]).

Пусть по оси идеально проводящего волновода произвольного поперечного сечения движется с постоянной скоростью заряд q . Предполагается, что волновод заполнен однородным анизотропным нелинейным диэлектриком. Связь между напряженностью и индукцией электрического поля определяется обычным соотношением (см., например, [3]):

$$\mathcal{D}_i = \varepsilon_{ij} E_j + 4\pi \chi_{ijk} E_j E_k , \qquad \text{(I)}$$

где

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_\parallel \end{pmatrix} . \qquad (2)$$

Уравнения Максвелла имеют вид

$$\mathrm{rot}\, \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} , \quad \mathrm{rot}\, \vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{D}}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\vec{j} ,$$
$$\mathrm{div}\, \vec{\mathcal{D}} = 4\pi\rho , \quad \mathrm{div}\, \vec{H} = 0 , \qquad (3)$$

где

$$\rho = q\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\delta(z - vt), \ \vec{j} = \rho\vec{v} , \qquad (4)$$

а x_0 , y_0 - координаты частицы в поперечном сечении волновода.

Из системы (3) для напряженности электрического поля получаем уравнение

$$\Delta\vec{E} - \mathrm{grad\,div}\,\vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{\mathcal{D}}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} . \qquad (5)$$

Считая нелинейность слабой для решения уравнения (5) можем воспользоваться методом последовательных приближений и представить напряженность и индукцию электрического поля в виде

$$\vec{E} = \vec{E}^{\text{л}} + \vec{E}^{\text{нл}} , \qquad \vec{\mathcal{D}} = \vec{\mathcal{D}}^{\text{л}} + \vec{\mathcal{D}}^{\text{нл}} , \qquad (6)$$

где $\vec{E}^{\text{л}}$ и $\vec{\mathcal{D}}^{\text{л}}$ - напряженность и индукция электрического поля в линейном приближении, а $\vec{E}^{\text{нл}}$ и $\vec{\mathcal{D}}^{\text{нл}}$ - нелинейные к ним добавки.

Выбрав в качестве потенциала z - компоненту напряженности электрического поля, получим следующую систему уравнений:

$$\Delta E_z^{\text{л}} - \frac{\varepsilon_\parallel}{c^2}\frac{\partial^2 E_z^{\text{л}}}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial z}\mathrm{div}\,\vec{E}^{\text{л}} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial j_z}{\partial t} ,$$
$$\Delta E_z^{\text{нл}} - \frac{\varepsilon_\parallel}{c^2}\frac{\partial^2 E_z^{\text{нл}}}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial z}\mathrm{div}\,\vec{E}^{\text{нл}} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P_z^{\text{нл}}}{\partial t^2} , \qquad (7)$$

где

$$P_i^{\text{нл}} = \chi_{ijk} E_j^{\text{л}} E_k^{\text{л}} . \qquad (8)$$

Поперечные компоненты поля в среде определяются через и $\vec{P}^{\text{нл}}$ по формулам

$$\vec{E}_{n\perp} = \lambda_n^{-2}\frac{1}{\varepsilon_\perp}\vec{\nabla}_\perp\left(\varepsilon_\parallel\frac{\partial E_z}{\partial z} + 4\pi\vec{\nabla}\vec{P}^{\text{нл}}\right) ,$$
$$\vec{H}_{n\perp} = -\lambda_n^{-2}\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left[\vec{z}_0 \times \left(\varepsilon_\parallel E_z + 4\pi P_z^{\text{нл}}\right)\right] . \qquad (9)$$

Первое уравнение системы (7) дает для z - компоненты напряженности электрического поля линейного приближения известное выражение[4]

$$E_z^{л}=-4\pi q\sum_{n=1}^{\infty}\Psi_n(x_0,y_0)\,\Psi_n(x,y)\left\{\frac{\omega(\varepsilon_\perp\beta^2-1)\,e^{-i\frac{\omega}{v}(z-vt)}}{\varepsilon_\perp\frac{d}{d\omega}\left[\frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp}\omega^2(\varepsilon_\perp\beta^2-1)\right]}\right\}_{\omega=\omega_n}, \tag{I0}$$

где $\Psi_n(x,y)$ - нормированные собственные функции первой краевой задачи для поперечного сечения волновода, а соответствующие собственные значения задачи - λ_n.

Частоты излучения Вавилова-Черенкова определяются из равенства

$$\frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp}\frac{\omega_n^2}{v^2}(\varepsilon_\perp\beta^2-1)=\lambda_n^2, \tag{II}$$

а условие излучения есть

$$\frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp}\frac{\omega_n^2}{v^2}(\varepsilon_\perp\beta^2-1)>0. \tag{I2}$$

Для решения второго уравнения системы (7) воспользуемся условием

$$\operatorname{div}\vec{\mathcal{D}}^{нл}=\operatorname{div}(\varepsilon_\perp\vec{E}_\perp^{нл}+\varepsilon_\parallel\vec{z}_0E_z^{нл})+4\pi\operatorname{div}\vec{P}^{нл}=0. \tag{I3}$$

Тогда это уравнение можем переписать в виде

$$\frac{\partial^2E_z^{нл}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2E_z^{нл}}{\partial y^2}+\frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp}\frac{\partial^2E_z^{нл}}{\partial z^2}-\frac{\varepsilon_\parallel}{c^2}\frac{\partial^2E_z^{нл}}{\partial t^2}=\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2P_z^{нл}}{\partial z^2}-\frac{4\pi}{\varepsilon_\perp}\frac{\partial}{\partial z}\operatorname{div}\vec{P}^{нл}. \tag{I4}$$

Наличие в правой части уравнения (I4) нелинейной поляризации $\vec{P}^{нл}$ приводит к появлению в спектре излучения Вавилова--Черенкова комбинационных частот

$$\omega_{nm}^-=\omega_n-\omega_m,\quad \omega_{nm}^+=\omega_n+\omega_m.$$

Поэтому решение уравнения (I4) будем искать в виде суммы двух волн с частотами ω_{nm}^- и ω_{nm}^+:

$$E_z^{нл}=E_z^{нл}(\omega_{nm}^-)+E_z^{нл}(\omega_{nm}^+).$$

Подставляя $\vec{P}^{нл}$ в правую часть уравнения (I4) и решая его методом разложения по собственным функциям поперечного сечения волновода, получим

$$E_z^{нл}=-\frac{32\pi^3q^2}{v}\sum_{\ell=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\Psi_n(x_0,y_0)\,\Psi_m(x_0,y_0)}{\gamma_n\gamma_m}\Psi_\ell(x,y)\times$$

$$\times\left\{\frac{A_{nm\ell}^{(1)}\omega_{nm}^-\sin\left[\frac{\omega_{nm}^-}{v}(vt-z)+\xi_{nm\ell}^{(1)}\right]}{\varepsilon_\parallel\left(\frac{\omega_{nm}^-}{v}\right)^2[\varepsilon_\perp\beta^2-1]-\varepsilon_\perp\lambda_\ell^2}-\frac{A_{nm\ell}^{(2)}\omega_{nm}^+\sin\left[\frac{\omega_{nm}^+}{v}(vt-z)+\xi_{nm\ell}^{(2)}\right]}{\varepsilon_\parallel\left(\frac{\omega_{nm}^+}{v}\right)^2[\varepsilon_\perp\beta^2-1]-\varepsilon_\perp\lambda_\ell^2}\right\}, \tag{I5}$$

где амплитуды $A_{nm\ell}^{(i)}$ и фазы $\xi_{nm\ell}^{(i)}$ сложным образом связаны с коэффициентами разложения правой части уравнения (I4) по собственным функциям поперечного сечения волновода $\Psi_\ell(x,y)$, а

$$\gamma_n=\left\{\varepsilon_\perp\frac{d}{d\omega}\left[\frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp}\omega^2(\varepsilon_\perp\beta^2-1)\right]\right\}_{\omega=\omega_n}.$$

В частном случае, когда частица движется вдоль оси прямоугольного волновода (ось Z), заполненного нелинейным кристаллом KDP , имеем

$$\Psi_n(x,y)=\frac{2}{\sqrt{ab}}\sin\frac{n\pi}{a}x\sin\frac{n\pi}{b}y,\quad \chi_{312}=\chi_{321},\quad \chi_{123}=\chi_{132}.$$

Для $E_z^{нл}(\omega_{nm}^-)$ и $E_z^{нл}(\omega_{nm}^+)$ в этом случае получаем

$$E_z^{нл}(\omega_{nm}^-)=-\frac{64\sqrt2\,\pi^3q^2}{v(ab)^{3/2}}\cdot\sum_{\ell=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sin\frac{n\pi}{a}x_0\sin\frac{m\pi}{a}x_0\sin\frac{n'\pi}{b}y_0\sin\frac{m'\pi}{b}y_0\times$$

$$\times\frac{A_{nm\ell}^{(1)}\omega_{nm}^-\cos\frac{\omega_{nm}^-}{v}(vt-z)}{\varepsilon_\parallel\left(\frac{\omega_{nm}^-}{v}\right)^2[\varepsilon_\perp\beta^2-1]-\varepsilon_\perp\lambda_\ell^2}\sin\frac{\ell\pi}{a}x\sin\frac{\ell'\pi}{b}y,$$

$$E_z^{нл}(\omega^+_{nm}) = \frac{64\sqrt{2}\pi^3 q^2}{V(ab)^{3/2}} \cdot \sum_{\ell=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \sin\frac{n\pi}{a}x_0 \sin\frac{m\pi}{a}x_0 \sin\frac{n'\pi}{b}y_0 \sin\frac{m'\pi}{b}y_0 \times$$

$$\times \frac{A^{(2)}_{nm\ell}\,\omega^+_{nm}\cos\frac{\omega^+_{nm}}{V}(Vt-z)}{\varepsilon_{\parallel}\left(\frac{\omega^+_{nm}}{V}\right)^2\left[\varepsilon_{\perp}\beta^2-1\right]-\varepsilon_{\perp}\lambda^2_{\ell}} \sin\frac{\ell\pi}{a}x \sin\frac{\ell'\pi}{b}y ,$$

где

$$A^{(1)}_{nm\ell} = \frac{\pi^2 V}{(ab)^{3/2}}\Big\{\chi_{312}\, nm'\omega^-_{nm}(\delta_{n+m,\ell}-\delta_{n,m+\ell})(\delta_{n',m'+\ell}+\delta_{n',m'+\ell'}) +$$

$$+\chi_{123}\, nn'\omega_m(\delta_{n+m,\ell}-\delta_{n,m+\ell})(\delta_{n'+m',\ell'}-\delta_{n',m'+\ell'}) +$$

$$+\chi_{123}\, mn'\omega_m(\delta_{n+m,\ell}+\delta_{n,m+\ell})(\delta_{n'+m',\ell'}-\delta_{n',m'+\ell'})\Big\}\left[\varepsilon_{\perp}\beta^2-1\right],$$

а $A^{(2)}_{nm\ell}$ получается из $A^{(1)}_{nm\ell}$ заменой ω^-_{nm} на ω^+_{nm} и знаков второго и третьего слагаемых на минус. Для данных пучка из работы [I] и параметров кристалла KDP в СВЧ диапазоне, измеренных в [5], можно получить мощность излучения Вавилова-Черенкова порядка нескольких милливатт.

В заключение заметим, что кроме частот дискретного нелинейного спектра в излучении будут также представлены и непрерывные частоты получаемые в результате самовоздействия кулоновского поля частицы и его взаимодействия с дискретными частотами излучения Вавилова-Черенкова. Соответствующие вычисления проводятся тем же способом, что и выше.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

I. Walsh J.E., Marshall T.C., Schlesinger S.P. Geberation of Coherent Cerenkov Radiation with an Intense Relativistic Electron Beam, Phys.Fluids,vol.20,No4,pp.709-710.

2. Минеев В.С., Френкин А.Р. Черенковское излучение в нелинейном одноосном кристалле, Вестник МГУ: Сер.Физика, Астрономия, I970, т.II, с.222-225.

3. Бломберген Н. Нелинейная оптика. М.: Мир, I966.

4. Богданкевич Л.С. Движение заряженной частицы в прямоугольном волноводе, заполненном анизотропным диэлектриком, ЖТФ, I958, т.28, с.I505-I409.

5. Puesey H., Merran P.A., Musgrave M.J.P. Measurement of the Pockels Effect in KDP at 9 Gs/S, Brit.J.Appl.Phys.1967, vol.18, pp.285-291.

Рукопись поступила 23 апреля I985 г.