индекс 3624

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-808(35)-85

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

К.А.БАРСУКОВ, Х.С.АРУТЮНЯН

О ПЕРЕХОДНОМ ИЗЛУЧЕНИИ В ПЛОСКОМ ВОЛНОВОДЕ С НЕЛИНЕЙНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

ЦНИИатоминформ

ЕРЕВАН-1985

ЕФИ-808(35)-85

УДК 538.56:539.I2:62I

К.А.БАРСУКОВ, Х.С.АРУТЮНЯН

О ПЕРЕХОДНОМ ИЗЛУЧЕНИИ В ПЛОСКОМ ВОЛНОВОДЕ С НЕЛИНЕЙНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

Рассмотрено излучение заряженной нити, движущейся в идеально проводящем плоском волноводе, заполненном средой со слабой нелинейностью. Показано, что наличие нелинейных свойств приводит к появлению в переходном излучении ТМ и ТЕ полей. Анализируется возможность экспериментального наблюдения ТЕ волны. Сделаны численные оценки для кристалла KDP .

Ереванский физический институт
Ереван 1985

ЕФИ-808(35)-85

K.A.BARSUKOV, Kh.S.HARUTUNIAN

ON TRANSIENT RADIATION IN FLAT WAVEGUIDE WITH NON-LINEAR FILLING

A charged wire radiation moving in a perfectly conducting flat waveguide filled with weak non-linearity medium has been considered. It has been shown that the presence of non-linear properties leads to TM and TE fields emergence in transient radiation. The possibility of the TE wave experimental observation is being analyzed. Numerical estimations for KDP crystal have been done.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1985

Благодаря высоким плотностям заряженных частиц в сгустках, получаемых на сильноточных ускорителях, стало возможным создание новых мощных источников сверхкоротких волн. Для этой цели может быть использован эффект Вавилова-Черенкова в волноводе. Так, в работе [I] при токе в пучке IO кА была достигнута мощность когерентного излучения Вавилова-Черенкова на 60 ГГц порядка I МВт.

При таких токах в пучке возникают достаточно сильные напряженности электрического поля, способные создавать нелинейные эффекты, в частности, нелинейное переходное излучение.

Линейное переходное излучение изучено теоретически и экспериментально достаточно хорошо (см.,например, [2]), тогда как нелинейному переходному излучению посвящено сравнительно мало работ ([3] и цитированные там работы),причем, в этих работах теоретически исследуется переходное излучение в неограниченном пространстве.

Ниже мы рассмотрим излучение заряженной нити, движущейся в идеально проводящем плоском волноводе, заполненном нелинейной средой.

Предположим, что заряженная нить расположена параллельно оси x на расстоянии y_0 от плоскости $y=0$, а ее скорость

V параллельна оси Z . Предположим также, что полупространство $Z \geqslant 0$ заполнено нелинейной анизотропной средой, а при $Z<0$ – вакуумом. Связь между индукцией и напряженностью электрического поля определяется соотношением [4] .

$$\mathcal{D}_i = \varepsilon_{ij} E_j + 4\pi \chi_{ijk} E_j E_k = \varepsilon_{ij} E_j + 4\pi P_i^{нл}, \qquad (I)$$

где

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_\parallel \end{pmatrix}. \qquad (2)$$

Уравнения Максвелла имеют вид

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \qquad \mathrm{rot}\,\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{\mathcal{D}}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\vec{j},$$
$$\mathrm{div}\,\vec{\mathcal{D}} = 4\pi\rho, \qquad \mathrm{div}\,\vec{H} = 0, \qquad (3)$$

где

$$\rho = \tau\delta(y-y_0)\,\delta(z-vt), \quad \vec{j} = \rho\vec{V}, \qquad (4)$$

а τ – плотность заряда на единицу длины нити.

Система [3] в линейной среде $(Z<0)$ решается обычным способом и мы его здесь приводить не будем.

Для решения задачи в нелинейной среде $(Z>0)$ предположим, что нелинейность слабая и воспользуемся методом последовательных приближений. Напряженности электрического и магнитного полей представим в виде

$$\vec{E} = \vec{E}^{л} + \vec{E}^{нл}, \qquad \vec{H} = \vec{H}^{л} + \vec{H}^{нл}. \qquad (5)$$

Индукцию электрического поля также представим в виде суммы линейной и нелинейной частей, причем

$$\mathcal{D}_i^{л} = \varepsilon_{ij} E_j^{л}, \qquad (6)$$

$$\mathcal{D}_i^{нл} = \varepsilon_{ij} E_j^{нл} + 4\pi P_i^{нл}, \qquad (7)$$

где

$$P_i^{нл} = \chi_{ijk} E_j^{л} E_k^{л}. \qquad (8)$$

В выражении (8) мы пренебрегаем членами более высокого порядка малости относительно $\vec{E}^{л}$.

Подставляя (5) – (8) в уравнения Максвелла для Z – компонент электрического и магнитного полей получим уравнения

$$\frac{\partial^2 E_z^{л}}{\partial y^2} + \frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp}\frac{\partial^2 E_z^{л}}{\partial z^2} - \frac{\varepsilon_\parallel}{c^2}\frac{\partial^2 E_z^{л}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial j_z}{\partial t} + \frac{4\pi}{\varepsilon_\perp}\frac{\partial \rho}{\partial z}, \qquad (9)$$

$$\frac{\partial^2 H_z^{нл}}{\partial y^2} + \frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp}\frac{\partial^2 E_z^{нл}}{\partial z^2} - \frac{\varepsilon_\parallel}{c^2}\frac{\partial^2 E_z^{нл}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P_z^{нл}}{\partial t^2} - \frac{4\pi}{\varepsilon_\perp}\frac{\partial}{\partial z}\mathrm{div}\,\vec{P}^{нл}, \qquad (I0)$$

$$\frac{\partial^2 H_z^{нл}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_z^{нл}}{\partial z^2} - \frac{\varepsilon_\perp}{c^2}\frac{\partial^2 H_z^{нл}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c}\frac{\partial^2 P_x^{нл}}{\partial y\, dt}. \qquad (II)$$

Из этих уравнений видно, что в линейном приближении в среде могут существовать толь: ТМ–волны,а наличие нелинейных свойств у диэлектрика приводит к появлению в переходном излучении ТМ и ТЕ полей. Первый тип поля имеет ту же структуру, что и поле переходного излучения при отсутствии нелинейности у диэлектрика и на фоне линейной части переходного излучения экспериментально не может быть обнаружено. Нелинейную ТЕ компоненту несложно отделить от ТМ хорошо известными радиотехническими средствами. Поэтому ниже нас будет интересовать только нелинейная ТЕ часть полного поля излучения.

Перейдем к решению уравнения (II). В правую часть этого уравнения входит X компонента вектора нелинейной поляризации $\vec{P}^{нл}$, которая содержит решение уравнения (9). Решение уравнения (9) при условии $(1-\varepsilon_\perp\beta^2)>0$ (дочеренковский случай) имеет вид

$$E_z^{л} = -\frac{4\pi\tau}{\varepsilon_{\parallel}}\sum_{n=1}^{\infty}\Psi_n(y_0)\Psi_n(y)e^{-\lambda_n\sqrt{\frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon_{\parallel}(1-\varepsilon_\perp\beta^2)}}|z-vt|}, \quad \beta=\frac{v}{c}, \qquad (12)$$

где $\Psi_n(y)$ - собственные функции первой краевой задачи для поперечного сечения волновода, а λ_n - собственные значения задачи. Поперечные компоненты поля выражаются через $E_z^{л}$ по формулам

$$\vec{E}_\perp^{л} = \sum_{n=1}^{\infty}\lambda_n^{-2}\frac{\partial}{\partial z}\vec{\nabla}_\perp E_{nz}^{л},$$
$$\vec{H}_\perp^{л} = -\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\varepsilon_{\parallel}}{c}\lambda_n^{-2}\frac{\partial}{\partial t}\left[\vec{z}_0\times\vec{\nabla}_\perp E_{nz}^{л}\right]. \qquad (13)$$

Вычисляя $P_x^{нл}$ по формуле (8), подставляя в уравнение (11) и решая его, получим

$$H_z^{нл} = \sum_{\ell=0}^{\infty}\frac{\hat{B}_{nm\ell}\,\hat{\Psi}_\ell(y)}{(\lambda_n+\lambda_m)^2\frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon_{\parallel}}-\hat{\lambda}_\ell^2}e^{-(\lambda_n+\lambda_m)\sqrt{\frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon_{\parallel}(1-\varepsilon_\perp\beta^2)}}|z-vt|}, \qquad (14)$$

где $\hat{\Psi}_\ell(y)$ - собственные функции второй краевой задачи для поперечного сечения волновода, $\hat{\lambda}_\ell$ - собственные значения задачи. Величины $\hat{B}_{nm\ell}$ представляют собой коэффициенты разложения правой части уравнения (11) по функциям $\hat{\Psi}_\ell$. Поперечные компоненты ТЕ поля выражаются через $H_z^{нл}$ по формулам

$$\vec{H}_\perp^{нл} = -\sum_{n=0}^{\infty}\hat{\lambda}_n^{-2}\frac{\partial}{\partial z}\vec{\nabla}_\perp H_{nz}^{нл}, \quad \vec{E}_\perp^{нл} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{\hat{\lambda}_n^{-2}}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left[\vec{z}_0\times\vec{\nabla}_\perp H_{nz}^{нл}\right]. \qquad (15)$$

На границе раздела должны быть непрерывными тангенциальные составляющие поля. Это условие приводит к следующим граничным условиям:

$$H_{z\omega}^{(1)} = H_{z\omega}^{(2)}, \quad \frac{\partial H_{z\omega}^{(1)}}{\partial z} = \frac{\partial H_{z\omega}^{(2)}}{\partial z}, \qquad (16)$$

где индекс ω означает фурье-образ данной величины. В (16) под $H_{z\omega}^{(1)}$ понимается фурье-образ решения уравнения (11) без правой части, а под $H_{z\omega}^{(2)}$ - фурье-образ полного решения этого уравнения:

$$H_{z\omega}^{(2)} = H_{z\omega}^{(0)} + H_{z\omega}^{нл}.$$

Неизвестные поля $H_{z\omega}^{(1)}$ и $H_{z\omega}^{(0)}$ будем искать в виде распространяющихся волн:

$$H_{z\omega}^{(0)} = \sum_{\ell=0}^{\infty}\hat{F}_\ell e^{-i\hat{\gamma}_\ell z}\hat{\Psi}_\ell(y), \qquad (17)$$
$$H_{z\omega}^{(1)} = \sum_{\ell=0}^{\infty}\hat{\mathcal{D}}_\ell e^{i\hat{\Gamma}_\ell z}\hat{\Psi}_\ell(y),$$

где

$$\hat{\Gamma}_\ell = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}-\hat{\lambda}_\ell^2}, \quad \hat{\gamma}_\ell = \sqrt{\frac{\varepsilon_\perp\omega^2}{c^2}-\hat{\lambda}_\ell^2}, \quad \operatorname{Im}\hat{\gamma}_\ell < 0.$$

Из граничных условий (16) для неизвестных коэффициентов $\hat{\mathcal{D}}_\ell$ и $\hat{F}_\ell$ получим следующие выражения:

$$\hat{\mathcal{D}}_\ell = \frac{\hat{\gamma}_\ell - \frac{\omega}{v}}{\hat{\gamma}_\ell + \hat{\Gamma}_\ell}\hat{K}_\ell, \qquad \hat{F}_\ell = \frac{\hat{\Gamma}_\ell + \frac{\omega}{v}}{\hat{\gamma}_\ell + \hat{\Gamma}_\ell}\hat{K}_\ell, \qquad (18)$$

где $\hat{K}_\ell$ представляют собой фурье-образы $H_{nz}^{нл}$.

Эти выражения в общем случае произвольного нелинейного заполнения оказываются очень громоздкими и мы их здесь приводить не будем. В частном случае, когда плоский волновод заполнен нелинейным одноосным кристаллом KDP, у которого отличны от нуля следующие компоненты тензора нелинейной восприимчивости:

$$\chi_{312} = \chi_{321}, \quad \chi_{123} = \chi_{132},$$

коэффициенты $\hat{\mathcal{D}}_\ell$ и $\hat{F}_\ell$ имеют вид

$$\hat{\mathcal{D}}_\ell = -\frac{\hat{\gamma}_\ell - \frac{\omega}{V}}{\hat{\gamma}_\ell + \hat{\Gamma}_\ell} \cdot \frac{64\pi^3 \tau^2 \beta V}{\varepsilon_{\parallel}^2} \cdot \left(\frac{2}{a}\right)^{1/2} \cdot \left[\frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon_\parallel (1-\varepsilon_\perp \beta^2)}\right]^{3/2} \chi_{123} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Psi_n(y_0)\Psi_m(y_0)}{(\lambda_n+\lambda_m)^2 \frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon_\parallel} - \hat{\lambda}_\ell^2} \cdot \frac{(\lambda_n+\lambda_m)^3 \delta_{\ell, n+m}}{(\lambda_n+\lambda_m)^2 \frac{\varepsilon_\perp V^2}{\varepsilon_\parallel (1-\varepsilon_\perp\beta^2)} + \omega^2}, \qquad (\mathrm{I9})$$

$$\hat{F}_\ell = \frac{\hat{\Gamma}_\ell + \frac{\omega}{V}}{\hat{\gamma}_\ell + \hat{\Gamma}_\ell} \cdot \frac{64\pi^3 \tau^2 \beta V}{\varepsilon_{\parallel}^2} \cdot \left(\frac{2}{a}\right)^{1/2} \cdot \left[\frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon_\parallel (1-\varepsilon_\perp \beta^2)}\right]^{3/2} \chi_{123} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Psi_n(y_0)\Psi_m(y_0)}{(\lambda_n+\lambda_m)^2 \frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon_\parallel} - \hat{\lambda}_\ell^2} \cdot \frac{(\lambda_n+\lambda_m)^3 \delta_{\ell, n+m}}{(\lambda_n+\lambda_m)^2 \frac{\varepsilon_\perp V^2}{\varepsilon_\parallel (1-\varepsilon_\perp\beta^2)} + \omega^2}.$$

Для $\tau \sim 10^{10}$ электронов на сантиметр и параметров кристалла KDP в СВЧ диапазоне, измеренных в работе [5], можно получить мощность нелинейного переходного излучения на частоте 20 ГГц порядка 20 мВ.

В заключение отметим, что при использовании частиц известной энергии по нелинейному переходному излучению можно определить нелинейные характеристики среды. Для этого достаточно измерить энергию нелинейного переходного излучения в линейной среде.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

I. Walsh J.E., Marshall T.C., Schlesinger S.P. Generation of Coherent Cerenkov Radiation with an Relativistic Electron-Beam, Phys.Fluids, 1977, vol.20,No.4,pp. 709-710

2. Библиография работ по переходному излучению заряженных частиц I942 - I982 . -Ереван: Ереванский физический институт, I983

3. Гинзбург В.Л., Цытович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние, М.: Наука, I984.

4. Бломберген Н. Нелинейная оптика, М.: Мир,I966.

5. Pursey H., Merran P.A., Musgrave M.J.P. Measurement of the Pokels Effect in KDP at 9Gs/S, Brit.J.Appl.Phys., 1967, vol.18, pp. 285-291.

Рукопись поступила 23 апреля I985 г.