индекс 3624

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-809(36)-85

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒ

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУ

К.А.БАРСУКОВ, Х.С.АРУТЮНЯН

ОБ ОТРАЖЕНИИ МОЩНОЙ ТЕ-ВОЛНЫ ОТ НЕЛИНЕЙНОГО ДИЭЛЕКТРИКА В ВОЛНОВОДЕ

ЦНИИатоминформ

ЕРЕВАН-1985

Исследование распространения электромагнитных волн в направляющих системах с нелинейными свойствами представляет в настоящее время большой интерес из-за ряда важных эффектов, таких, как генерация гармоник, преобразование и смещение частот, параметрическое усиление и т.п. В литературе рассмотрен ряд частных задач этого направления [I-3] . Однако, аналога такой классической задачи линейной теории, как отражение от плоской границы полубесконечного диэлектрика с нелинейными свойствами в волноводе, насколько нам известно, в литературе отсутствует.

Рассмотрим падение ТЕ волны на плоскую границу нелинейного одноосного кристалла, помещенного в волновод произвольного поперечного сечения. Предположим, что при $z<0$ $\varepsilon=1$, а при $z>0$ $\varepsilon=\varepsilon(E)$ и граница раздела сред совпадает с плоскостью $z=0$ (ось z направлена вдоль оси волновода). Предположим также, что ось кристалла направлена вдоль оси z . В этом случае тензор диэлектрической проницаемости диагонален, причем

$$\varepsilon_x=\varepsilon_y=\varepsilon_\perp , \quad \varepsilon_z=\varepsilon_\parallel \neq \varepsilon_\perp , \qquad (I)$$

а связь индукции и напряженности электрического поля дается формулой [4]

$$\mathcal{D}_i = \varepsilon_{ij} E_j + 4\pi \chi_{ijk} E_j E_k = \varepsilon_{ij} E_j + 4\pi P_i^{нл}, \qquad (2)$$

где, как обычно, по повторяющимся индексам предполагается суммирование.

Пусть со стороны отрицательных Z на границу раздела падает волна, Z - составляющая магнитного поля которой имеет вид

$$H_{nz} = \hat{A}_n \hat{\Psi}_n(x,y) e^{i(\omega t - \hat{\Gamma}_n z)}, \qquad (3)$$

$$\hat{\Gamma}_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \hat{\lambda}_n^2},$$

где $\hat{\Psi}_n(x,y)$ - нормированные собственные функции второй краевой задачи для поперечного сечения волновода, $\hat{\lambda}_n$ - собственные значения задачи.

Поперечные составляющие поля определяются из формул

$$\vec{H}_{n\perp} = \hat{\lambda}_n^{-2} \frac{\partial}{\partial z} \vec{\nabla}_\perp H_{nz},$$

$$\vec{E}_{n\perp} = \frac{\hat{\lambda}_n^{-2}}{c} \frac{\partial}{\partial t} [\vec{Z}_0 \times \vec{\nabla}_\perp H_{nz}], \quad E_{nz} = 0, \qquad (4)$$

где

$$\vec{\nabla}_\perp = \vec{X}_0 \frac{\partial}{\partial x} + \vec{y}_0 \frac{\partial}{\partial y},$$

а $\vec{X}_0$, $\vec{y}_0$ и $\vec{Z}_0$ - единичные векторы вдоль координатных осей.

На границе раздела должны быть непрерывными тангенциальные составляющие векторов поля. Это условие приводит к следующим граничным условиям:

$$H_{nz}^{(1)} = H_{nz}^{(2)}, \quad \frac{\partial H_{nz}^{(1)}}{\partial z} = \frac{\partial H_{nz}^{(2)}}{\partial z}, \quad \text{при } Z = 0. \qquad (5)$$

Из (5) видно, что при $Z < 0$ должна появиться отраженная волна, а при $Z > 0$ - прошедшая волна. Отраженную и прошед-

щую волны представим в виде

$$H_{nz}^{R} = \hat{A}_n \hat{R}_n \hat{\Psi}_n(x,y) e^{i(\omega t + \hat{\Gamma}_n z)},$$

$$H_{nz}^{T} = \hat{A}_n \hat{T}_n \hat{\Psi}_n(x,y) e^{i(\omega t - \hat{\gamma}_n z)}, \qquad (6)$$

где

$$\hat{\gamma}_n = \hat{\gamma}_n' + i\hat{\gamma}_n'' = \sqrt{\frac{\varepsilon_\perp \omega^2}{c^2} - \hat{\lambda}_n^2}, \quad \hat{\gamma}_n'' < 0,$$

а $\hat{R}_n$ и $\hat{T}_n$ - коэффициенты отражения и прохождения соответственно. Из граничных условий для $\hat{R}_n$ и $\hat{T}_n$ находим

$$\hat{R}_n = \frac{\hat{\Gamma}_n - \hat{\gamma}_n}{\hat{\Gamma}_n + \hat{\gamma}_n}, \quad \hat{T}_n = \frac{2\hat{\Gamma}_n}{\hat{\Gamma}_n + \hat{\gamma}_n}. \qquad (7)$$

Исследуем волну, прошедшую в нелинейную среду. Запишем уравнения Максвелла:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{\mathcal{D}}}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} \vec{\mathcal{D}} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{H} = 0. \qquad (8)$$

Представляя $\vec{E}$, $\vec{H}$ и $\vec{\mathcal{D}}$ в виде

$$\vec{E} = \vec{E}^{л} + \vec{E}^{нл}, \quad \vec{H} = \vec{H}^{л} + \vec{H}^{нл}, \quad \vec{\mathcal{D}} = \vec{\mathcal{D}}^{л} + \vec{\mathcal{D}}^{нл},$$

получим уравнения

$$\operatorname{rot} \vec{E}^{нл} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}^{нл}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \vec{H}^{нл} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{\mathcal{D}}^{нл}}{\partial t}, \qquad (9)$$

$$\operatorname{div} \vec{\mathcal{D}}^{нл} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{H}^{нл} = 0,$$

где вектор $\vec{\mathcal{D}}^{нл}$ имеет следующие составляющие:

$$\mathcal{D}_i^{нл} = \varepsilon_{ij} E_j^{нл} + 4\pi \chi_{ijk} E_j^{л} E_k^{л} = \varepsilon_{ij} E_j^{нл} + 4\pi P_i^{нл}, \qquad (10)$$

а $\vec{P}^{нл}$ - вектор нелинейной поляризации среды.

Нетрудно видеть, что поля, задаваемые системой уравнений

(9), уже невозможно разделить на ТЕ и ТМ поляризации. Нелинейные свойства диэлектрика приводят к появлению ТМ поля в отраженной волне и гибридному полю в самом диэлектрике. Поэтому, решения этих уравнений будем искать в виде комбинации ТЕ и ТМ волн. Для z - составляющих $H_z^{нл}$ и $E_z^{нл}$ получим уравнения:

ТЕ волны-

$$\Delta H_z^{нл} - \frac{\varepsilon_\perp}{c^2}\frac{\partial^2 H_z^{нл}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\mathrm{rot}\,\vec{P}^{нл})_z\,, \qquad (11)$$

ТМ волны-

$$\Delta_\perp E_z^{нл} + \frac{\varepsilon_\parallel}{\varepsilon_\perp}\frac{\partial^2 E_z^{нл}}{\partial z^2} - \frac{\varepsilon_\parallel}{c^2}\frac{\partial^2 E_z^{нл}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P_z^{нл}}{\partial t^2} - \frac{4\pi}{\varepsilon_\perp}\frac{\partial}{\partial z}\mathrm{div}\,\vec{P}^{нл}. \qquad (12)$$

Поперечные компоненты полей в нелинейной среде определяются из формул:

ТЕ волны-

$$\vec{H}_{n\perp}^{TE} = -\hat{\lambda}_n^{-2}\frac{\partial}{\partial z}\vec{\nabla}_\perp H_{nz}^{нл}\,,$$

$$\vec{E}_{n\perp}^{TE} = \hat{\lambda}_n^{-2}\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left[\vec{z}_0\times\vec{\nabla}_\perp H_{nz}^{нл}\right], \qquad (13)$$

ТМ волны-

$$\vec{H}_{n\perp}^{TM} = -\lambda_n^{-2}\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left[\vec{z}_0\times\vec{\nabla}_\perp(\varepsilon_\parallel E_{zn}^{нл} + 4\pi P_z^{нл})\right],$$

$$\vec{E}_{n\perp}^{TM} = \lambda_n^{-2}\frac{1}{\varepsilon_\perp}\vec{\nabla}_\perp\left(\varepsilon_\parallel\frac{\partial E_{zn}^{нл}}{\partial z} + 4\pi\vec{\nabla}\vec{P}^{нл}\right). \qquad (14)$$

Рассмотрим ТЕ волны. Подставляя в уравнение (11) выражение для $\vec{P}^{нл}$ и решая его, получим

$$H_z^{нл} = \sum_{\ell=0}^{\infty}\frac{\hat{A}_{n\ell}\hat{\Psi}_\ell(x,y)}{\sqrt{\hat{\delta}_{n\ell}^4 + \hat{\eta}_n^4}}\,e^{2\hat{\gamma}_n'' z}\sin(2\omega t - 2\hat{\gamma}_n' z + 2\hat{\alpha}_n + \hat{\beta}_{n\ell}), \qquad (15)$$

где введены следующие обозначения:

$$\hat{\delta}_{n\ell}^2 = \frac{4\omega^2\varepsilon_\perp'}{c^2} - 4\hat{\gamma}_n'^2 + 4\hat{\gamma}_n''^2 - \hat{\lambda}_\ell^2\,, \qquad \hat{\alpha}_n = \mathrm{arctg}\frac{\hat{\Gamma}_n + \hat{\gamma}_n'}{\hat{\gamma}_n''}\,,$$

$$\hat{\eta}_n^2 = \frac{4\omega^2\varepsilon_\perp''}{c^2} - 8\hat{\gamma}_n'\hat{\gamma}_n''\,, \qquad \hat{\beta}_{n\ell} = -\mathrm{arctg}\frac{\hat{\eta}_n^2}{\hat{\delta}_{n\ell}^2}\,,$$

а $\hat{A}_{n\ell}$ представляют собой коэффициенты разложения правой части уравнения (11) по собственным функциям второй краевой задачи для поперечного сечения волновода.

Полученное поле не удовлетворяет граничным условиям. Добавочные поля будем искать в виде

$$(H_z^{нл})^R = \sum_{\ell=0}^{\infty}\left[C_{n\ell}^{(1)}\cos(2\omega t + \hat{\Gamma}_\ell z + 2\hat{\alpha}_n + \hat{\beta}_{n\ell}) + C_{n\ell}^{(2)}\sin(2\omega t + \hat{\Gamma}_\ell z + 2\hat{\alpha}_n + \hat{\beta}_{n\ell})\right]\psi_\ell(x,y),$$

$$(H_z^{нл})^T = \sum_{\ell=0}^{\infty}\left[\mathcal{D}_{n\ell}^{(1)}\cos(2\omega t - \hat{\gamma}_\ell' z + 2\hat{\alpha}_n + \hat{\beta}_{n\ell}) + \mathcal{D}_{n\ell}^{(2)}\sin(2\omega t - \hat{\gamma}_\ell' z + 2\hat{\alpha}_n + \hat{\beta}_{n\ell})\right]\psi_\ell(x,y)\,e^{\hat{\gamma}_\ell'' z}, \qquad (16)$$

где

$$\hat{\Gamma}_\ell = \sqrt{\frac{4\omega^2}{c^2} - \hat{\gamma}_\ell^2}\,, \qquad \hat{\gamma}_\ell = \sqrt{\frac{4\varepsilon_\perp\omega^2}{c^2} - \hat{\lambda}_\ell^2}\,, \qquad \mathrm{Im}\,\hat{\gamma}_\ell < 0.$$

Определяя неизвестные коэффициенты из граничных условий и подставляя их в (16), получим

$$(H_z^{нл})^R = \sum_{\ell=0}^{\infty}\frac{\hat{A}_{n\ell}\hat{\Psi}_\ell(x,y)}{\sqrt{\hat{\delta}_{n\ell}^4 + \hat{\eta}_n^4}}\,\frac{\sqrt{(\hat{\gamma}_\ell' - 2\hat{\gamma}_n')^2 + (\hat{\gamma}_\ell'' - 2\hat{\gamma}_n'')^2}}{\sqrt{(\hat{\Gamma}_\ell + \hat{\gamma}_\ell')^2 + \hat{\gamma}_\ell''^2}}\sin(2\omega t + \hat{\Gamma}_\ell z + 2\hat{\alpha}_n + \hat{\beta}_{\ell n} + \theta_{n\ell}^R), \qquad (17)$$

$$(H_z^{нл})^T = \sum_{\ell=0}^{\infty}\frac{\hat{A}_{n\ell}\hat{\Psi}_\ell(x,y)\,e^{\hat{\gamma}_\ell'' z}}{\sqrt{\hat{\delta}_{n\ell}^4 + \hat{\eta}_n^4}}\,\frac{\sqrt{(\hat{\Gamma}_\ell + 2\hat{\gamma}_n')^2 + 4\hat{\gamma}_n''^2}}{\sqrt{(\hat{\Gamma}_\ell + \hat{\gamma}_\ell')^2 + \hat{\gamma}_\ell''^2}}\sin(2\omega t - \hat{\gamma}_\ell' z + 2\hat{\alpha}_n + \hat{\beta}_{n\ell} + \hat{\theta}_{n\ell}^T),$$

где

$$\hat{\theta}_{n\ell}^R = \mathrm{arctg}\,\frac{\hat{\gamma}_\ell''(\hat{\Gamma}_\ell + 2\hat{\gamma}_n') - 2\hat{\gamma}_n''(\hat{\Gamma}_\ell + \hat{\gamma}_\ell')}{(\hat{\Gamma}_\ell + \hat{\gamma}_\ell')(\hat{\gamma}_\ell' - 2\hat{\gamma}_n') + \hat{\gamma}_\ell''^2 - 2\hat{\gamma}_\ell''\hat{\gamma}_n''}\,,$$

$$\hat{\theta}_{n\ell}^T = \mathrm{arctg}\,\frac{2\hat{\gamma}_n''(\hat{\Gamma}_\ell + \hat{\gamma}_\ell') - \hat{\gamma}_\ell''(\hat{\Gamma}_\ell + 2\hat{\gamma}_n')}{(\hat{\Gamma}_\ell + \hat{\gamma}_\ell')(\hat{\Gamma}_\ell + 2\hat{\gamma}_n') + 2\hat{\gamma}_\ell''\hat{\gamma}_n''}\,.$$

Уравнение (12) для ТМ волн решается аналогичным способом с той лишь разницей, что правая часть уравнения после подстановки $\vec{P}^{нл}$ разлагается по собственным функциям первой краевой задачи для поперечного сечения волновода, а граничные условия при $z = 0$ имеют вид

$$E_z^{(1)} = \varepsilon_{\parallel} E_z^{(2)} + 4\pi P_z^{НЛ}, \qquad \frac{\partial E_z^{(1)}}{\partial z} = \frac{\varepsilon_{\parallel}}{\varepsilon_{\perp}} \frac{\partial E_z^{(2)}}{\partial z} + \frac{4\pi}{\varepsilon_{\perp}} (\vec{\nabla} \vec{P}^{НЛ}). \quad (I8)$$

Выражения для $H_z^{НЛ}$, $E_z^{НЛ}$ в общем случае волновода произвольного поперечного сечения с произвольным нелинейным заполнением очень громоздки, поэтому рассмотрим частный случай прямоугольного волновода, заполненного нелинейным одноосным кристаллом KDP.

По экспериментальным данным, приведенным в работе [5], параметры кристалла KDP на частоте 9,25 ГГц есть

$$\chi_{312} = \chi_{321} = (1{,}2 \pm 0{,}6) \cdot 10^{-5} (абс.ед.),$$

$$\varepsilon_{\parallel} = 19{,}7 \pm 0{,}5, \quad \varepsilon_{\perp} = 42{,}3 \pm 0{,}5, \quad tg\,\delta_{\parallel} = 8 \cdot 10^{-4}.$$

Для прямоугольного поперечного сечения волновода имеем

ТЕ волны

$$\hat{\psi}_n(x,y) = \frac{2}{(ab)^{1/2}} \cos\frac{n\pi}{a}x \cos\frac{n'\pi}{b}y,$$

ТМ волны

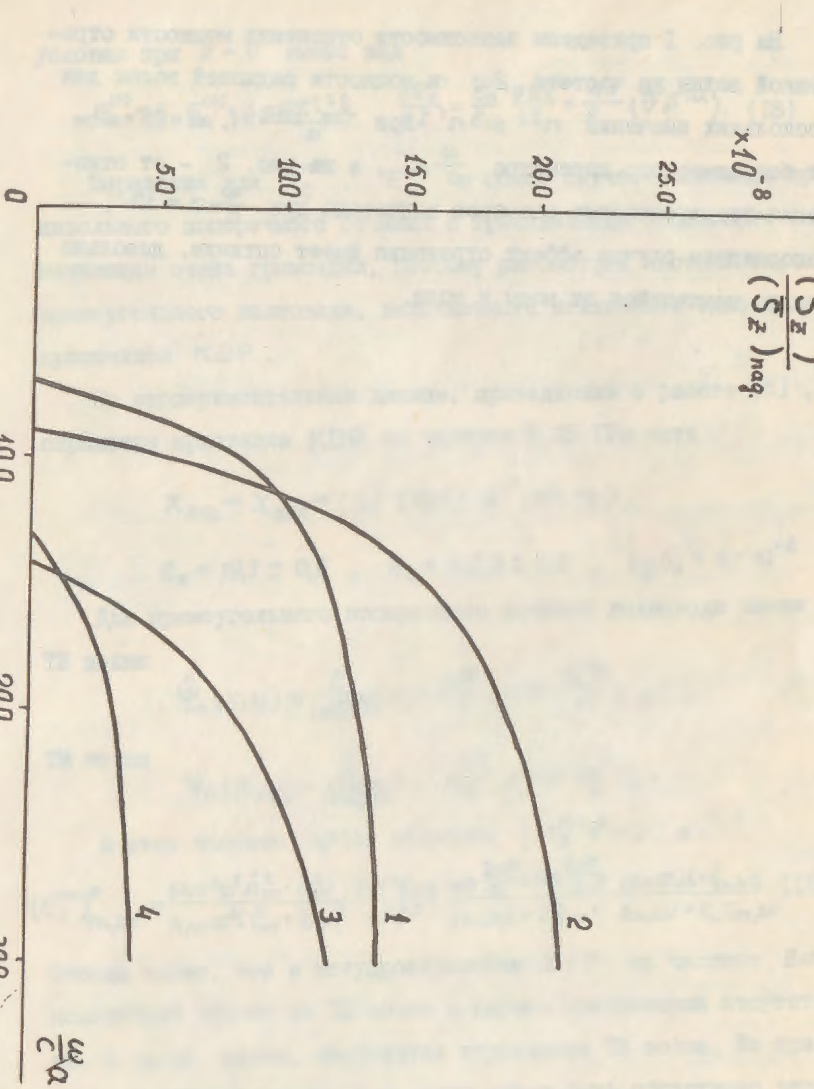
$$\psi_n(x,y) = \frac{2}{(ab)^{1/2}} \sin\frac{n\pi}{a}x \sin\frac{n'\pi}{b}y.$$

В этом частном случае получаем $(H_z^{НЛ})^R = 0$, а

$$(E_z^{НЛ})^R_{2n,2n'} = \frac{64\pi^3\omega^2 \hat{A}^2_{nn'} \hat{\Gamma}^2_{nn'}}{\lambda_{nn'} c^2 (\hat{\Gamma}_{nn'} + \hat{\gamma}_{nn'})^2} \frac{nn'\chi_{312}}{a^2 b^2} \frac{\sin\frac{2n\pi}{a}x \sin\frac{2n'\pi}{b}y}{\gamma_{2n,2n'} + 2\hat{\gamma}_{nn'}} \frac{\cos(2\omega t + \hat{\Gamma}_{2n,2n'}z)}{\gamma_{2n,2n'} + \varepsilon_{\perp}\Gamma_{2n,2n'}} \quad (I9)$$

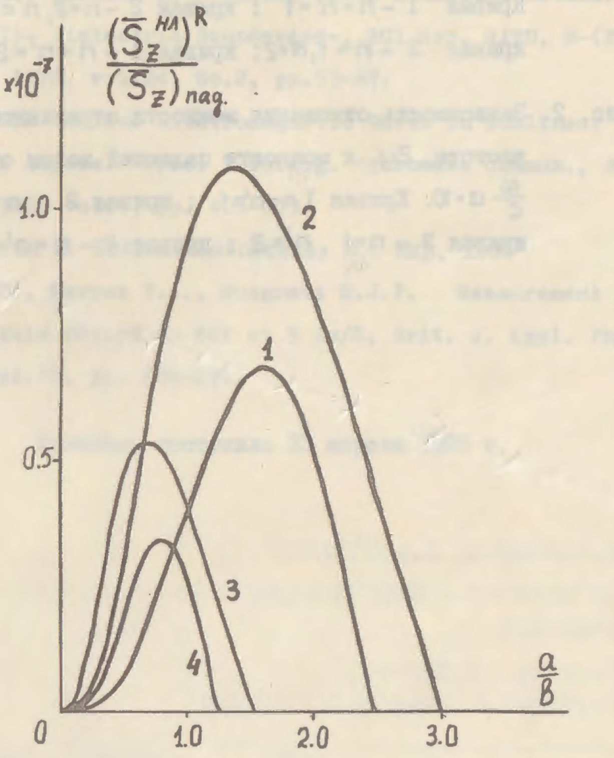
Отсюда видно, что в полупространстве $z < 0$ на частоте 2ω нелинейный эффект на ТЕ волне в первом приближении отсутствует. В то же время, появляется отраженная ТМ волна. Ее присутствие в отраженном сигнале легко может быть обнаружено экспериментально любым из известных способов разделения ТЕ и ТМ типов колебаний.

На рис. I приведены зависимости отношения мощности отраженной волны на частоте 2ω к мощности падающей волны для нескольких значений n и n' при $\frac{\hat{A}^2_{nn'}\chi_{312}}{a} = 1$, $a = 2b = 4$ см от безразмерного параметра $\frac{\omega}{c}a$, а на рис. 2 – от отношения геометрических размеров волновода при $\frac{\omega}{c}a = 10$. В последнем случае эффект отражения имеет оптимум, довольно сильно меняющийся от моды к моде.



$\frac{(\bar{S}_z^{HA})^R}{(\bar{S}_z)_{nag.}}$
$\times 10^{-8}$
0
5.0
10.0
15.0
20.0
25.0
10.0
20.0
30.0
1
2
3
4
$\frac{\omega}{c}a$

Рис.I



$\frac{(\bar{S}_z^{HA})^R}{(\bar{S}_z)_{nag.}}$
$\times 10^{-7}$
1.0
0.5
0
1.0
2.0
3.0
1
2
3
4
$\frac{a}{b}$

Рис.2

ПОДПИСИ К РИСУНКАМ

Рис. I. Зависимость отношения мощности отраженной волны на частоте 2ω к мощности падающей волны от $\frac{\omega}{c}a$. Кривая I – $n=n'=1$; кривая 2 – $n=2, n'=1$; кривая 3 – $n=1, n'=2$; кривая 4 – $n=n'=2$.

Рис. 2. Зависимость отношения мощности отраженной волны на частоте 2ω к мощности падающей волны от $\frac{a}{b}$ при $\frac{\omega}{c}a=10$. Кривая I $n=n'=1$; кривая 2 – $n=2$, $n'=1$; кривая 3 – $n=1$, $n'=2$; кривая 4 – $n=n'=2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nozaka M., Nishida S. Guided Waves in Bounded Nonlinear Medium (I)-Conducting Boundaries-, SCI.REP.RITU, B-(Elect. Comm.), 1971, vol.23, No.1, pp.31-38.
2. Migagi M., Nishida S. Guided Waves Bounded Nonlinear Medium (II)- Dielectric Boundaries-, SCI Rep. RITU, B-(Elect. Comm.), 1972, vol.24, No.2, pp.53-67.
3. Caorsi S. Guided Electromagnetic Waves in Nonlinear Dielectric Layers.- Proc. 7 Collog. Microwave Commun., Budapest, 1982, vol.1, pp. 406-409.
4. Бломберген Н. Нелинейная оптика, М.: Мир, I966
5. Pursey H., Merran P.A., Musgrava M.J.P. Measurement of the Pockels Effect in KDP at 9 Gs/S, Brit. J. Appl. Phys., 1967, vol.18, pp. 285-291.

Рукопись поступила 23 апреля I985 г.